350 –
texxy
6947 H

TRATTATO

DELLA COGNIZIONE PRATICA

DELLE RESISTENZE

GEOMETRICAMENTE DIMOSTRATO

DALL' ARCHITETTO

GIAMBATISTA BORRA

AD USO D' OGNI SORTA D' EDIFIZJ,

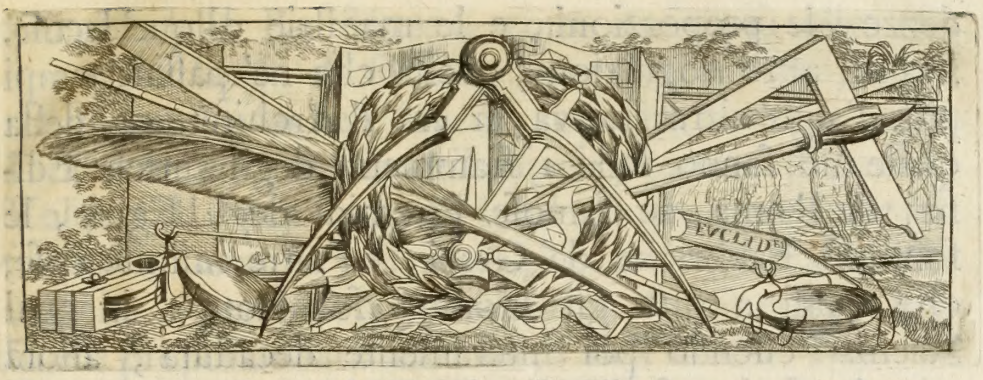
Coll' aggiunta delle Armature di varie maniera di Coperti, Volte, ed altre cose di tal genere.

IN TORINO. MDCCXLVIII.

NELLA STAMPARIA REALE.

Digitized by the Internet Archive
in 2015

https://archive.org/details/trattatodellacog00borr



PREFAZIONE.

L' Unico oggetto, ch' ebbero in tutti i ſecoli i primi Uomini del mondo riguardo alle Scienze, fu il ridurle a tal ſegno, che ſi perpetuaſſero a' poſteri, affinchè più agevolmente i Moderni ſu degli ſpianati da loro ſentieri camminando, poteſſero con molto minore ſtudio, e fatica arrivare alla cognizione della più ſublime dottrina. In ogni genere di facoltà raccogliamo, che i noſtri Antichi erano verſatiſſimi, e queſto ce lo additano tanti de' loro monumenti, d' alcuni, varj de' loro ſcritti, d' altri, le ſteſſe loro opere, e di certuni, de' quali o per traſcuratezza, o per malizia ſi ſono o perdute le opere, o neglette le ſcritture, altra idea non ſe ne ritiene, che qualche avanzo, il quale induritoſi all' ingiurie de' tempi, ci dà a conoſcere, quali foſſero le grandezze,

dezze, le proporzioni, e le maeſtrie di que' ſecoli. Fra le altre cognizioni, quella che ne' paſſati tempi più d' ogn' altra fioriva, ſi era l' Architettura, della quale ne fanno fede i frammenti degli antichi Edifizj di Roma, le famoſe Piramidi degli Egizj, le ſontuoſe Fabbriche de' Greci, ed altre infinite coſe, che quaſi a tutti gli Uomini ſon note: la qual Scienza eſſendo poi interamente decaduta, allora quando fu invaſa l'Italia dai Barbari, i quali non ſo ſe prevenuti da falſa idea formata in eſſi dall' aſſuefazione di vedere la loro cattiva ſtruttura, per riformare lo ſtile di fabbricare, o piuttoſto convinti dell' errore, in cui ſi trovavano, credendoſi, che niun' altra Nazione gli ſuperaſſe, per pura malizia roveſciarono tante moli coſpicue, delle quali la più grande idea ricavaſi dalle ſcritture. Quello per altro, che truovaſi di più ammirabile in qualcuno degli Edifizj antichi, ſi è l' oſſervare, come non ſolamente penſaſſero quegli Uomini alle proporzioni, grandezza, e maeſtà de' loro Edifizj, ma che anche aveſſero in idea di fabbricare all' eternità, coll' intendere la forza delle Reſiſtenze; la qual cognizione di tutta neceſſità deeſi unire inſeparabilmente all' Architettura, talmente che mai non potraſſi ben ordinare una Fabbrica ſenza l' aiuto di queſta Scienza. E per l' appunto la ſteſſa Architettura, come coſa più apparente, dalle proprie rovine riſorta, a poco a poco ſi è riſtabilita nell' antico ſplendore, come ne fanno fede le Opere del famoſo Paladio, Vignola Scamozzi, Sanzovino, e quantità d' altri: Ma la

Scienza

Scienza delle Reſiſtenze, come coſa più aſtratta, non ebbe luogo di farſi altrettanto conoſcere, mentre che vediamo ben ſoventi rovinare a' tempi noſtri Fabbriche di conſiderabile ſpeſa, rotture d' Archi, Volte, ed altre coſe di ſimil genere, violenze di terrapieni contro de' muri, quando tutto queſto avviene, perchè la Reſiſtenza d' un corpo non feceſi proporzionata alla forza dell' altro. Non laſciaſi però d' attribuire di queſto la cagione alla diverſa qualità de' materiali, de' quali di preſente ſi ſervono i Moderni, ben diverſi da quelli degli Antichi, avvegnachè il cotto, che adoperavaſi a' tempi di Vitruvio in Grecia, non potevaſi cuocere l' anno medeſimo, che ſi formava, ma bensì ſe gli dava luogo a depurarſi da ogni ſorta d' umidità nel corſo d' un anno; neppure ſi eſponeva a' raggi ardenti del Sole nel più forte della State, ſendo che attraendone con violenza l' umido, indurivaſi di repente l' eſteriore ſuperficie, tanto che più difficilmente poteva traſpirare il reſtante, che ſi ritrovava nel mezzo, e ſu queſto fatto preſiedeva un Magiſtrato, come egli ſteſſo afferma al capo terzo del ſuo libro ſecondo; ed infinite altre ſingolari attenzioni aveanſi tanto a riguardo della ſtruttura, che delle pietre, legnami ec.; nè per queſto tutte le ſuddette coſe ſarieno ſtate baſtevoli a perpetuare i loro Edifizj, ſe non aveſſero avuto riguardo al ſoggetto importantiſſimo delle Reſiſtenze, avvegnachè tutte le avanti nominate attenzioni non avrieno fatto cangiar di natura a una forza, contro la quale la Reſiſtenza,

ſiſtenza, che per contenerla ſe le applicava, foſſe ſtata di grado alla prima inferiore. Perilchè il primo punto da oſſervarſi ſu queſto particolare, ſarà il mettere in conſiderazione, che ogni forza, e Reſiſtenza abbiano l' effetto loro finito, e come tale poſſaſi queſt' effetto o aumentare, o ſcemare; di quì avviene, che avanti ogni coſa avraſſi ad oſſervare, quale ſia queſta forza, la quale ſecondo i caſi diverſi può eſſere da ſe ſteſſa o maggiore, o minore; quindi conoſciuta, dovraſſi applicarle la dovuta Reſiſtenza, la quale per aſſolutamente determinare, ſendo che varie ſono le qualità de' materiali, mi feci a conſiderare qualunque forza quanto al proprio peſo, come ſi vedrà nel corſo del Trattato in diverſe maniere conſiderato, affinchè precedute tali oſſervazioni non abbiaſi ad eccedere di ſoverchio nella ſpeſa, quando avraſſi a fabbricare, nè per altra parte quando ſi pretenda di edificare con riſparmio, vedaſi la Fabbrica rovinare avanti tempo, come fa di meſtieri, che accada, qualora la Reſiſtenza non truovaſi alla forza proporzionata. Per dimoſtrar la qual coſa precederanno alcuni principj della Statica, col mezzo de' quali ſi conoſceranno le differenti azioni di qualunque forza, o Reſiſtenza, i quali eſſendo evidentiſſimi, ſerviranno di Aſſiomi, e di baſe al reſtante delle dimoſtrazioni; quindi applicatone il loro effetto a' muri, oſſerveremo per qual ragione debbaſi in alcuni fare quella baſe, che ſi riſtringa nella cima, detta comunemente ſcarpa, con qual proporzione debbaſi queſta determinare giuſta il maggiore, o minore

nore impeto d'un terrapieno, e ſecondo la propria altezza. Paſſando indi alla ſeconda Parte, quivi ſi vedono le forze, i colligamenti, e contraſti degli Archi, e Volte, dividendoſi il loro peſo parte in preſſione, e parte in impeto; e ſi dimoſtra, come annientato, o ſcemato uno d'eſſi, poſſa l'altro agire verſo del muro, che lo ſoſtiene; Nella terza ſi conoſce, quale ſia la forza di qualunque ſolido, come ſarieno travi di legno, di ferro, di pietra, ed altri generi, per giudicare di quanta abilità ſieno a ſoſtenere peſi in proporzione della loro lunghezza, e diametro. E finalmente nell'ultima ſegue un ragionamento pratico, riguardante la coſtruzione de' Coperti, le armature delle Cupole, ed ogni altra ſorta di lavori di ſimil genere, con far vedere di quanta importanza ſia il colligamento di dette parti per la conſervazione, e perpetuità degli Edifizj; eſſendo queſti l'ornamento delle Città, Ville, Giardini, Chieſe ec., come pur anche il beneficio, che qualunque perſona ne ricava col ripararſi dalle ingiurie del tempo, e coll'avere i proprj comodi ſin dal principio del mondo a queſt'ora ricercati.

PARTE

Imprimatur. Vicarius Generalis S. Officii.

V. Rivautella A. L. P.

Se ne permette la Stampa. Morozzo per la Gran Cancellaría.

PARTE PRIMA
DELLE RESISTENZE.

SUPPOSIZIONE PRIMA.

CHE due gravi d' ugual peso disposti in bilancia di braccia uguali facciano l' Equilibrio.

SUPPOSIZIONE SECONDA.

CHe ogni qualunque gravità abbia per suo naturale istinto il propendere verso il comune centro delle cose gravi.

SUPPOSIZIONE TERZA.

CHe ogni gravità ridotta sul suo centro non possa da quello esser rimossa, se non da forza, che di lei sia più potente, sopra le quali tre Suppositioni, come assiomi certi, ed infallibili appoggerassi tutto il corso del nostro Trattato.

DEFINIZIONE PRIMA.

MOmento assoluto d'un grave, o vogliam dir mobile intenderassi quella total forza, o energía, la quale un mobile rimosso, o elevato dal proprio centro esercita nell' approssimarseli, quando si lascia in libertà per la perpendicolare, il qual momento trovasi essere sempre il massimo.

I I.

MOmento rispettivo, o vogliam dir secondario, intendesi quello, ch'esercita un grave rimosso parimente dal centro nell'approssimarseli per una linea inclinata, o curva, o mista ch'ella siasi, quale sempre sminuisce dall'assoluto momento.

I I I.

FOrza, o potenza assoluta intenderassi la contrapposizione, o vogliam dir opposizione, che fassi ad un mobile scendente per la perpendicolare per arrestarlo, quale richiedesi per lo meno sempre uguale al momento assoluto dello stesso mobile.

I V.

FOrza, o potenza rispettiva sarà quel contrasto, che fassi ad un mobile scendente non per la perpendicolare, ovvero quella forza, che si esercita coll' ajuto di qualche macchina, o vette &c.

PRO-

PROPOSIZIONE I.

Dati due ſolidi ugualmente gravi ſoſpeſi dalle eſtremità d' una Bilancia, come in eſſa poſſaſi ritrovare il ponto d' appoggio, ſu del quale s' equilibrino i due gravi ſuddetti.

Sia adunque la Bilancia eſpreſſa per la linea DC, alle eſtremità della quale applicandoſi due gravità uguali AB, dico, che il punto d' appoggio, ſul quale equilibrar ſi devono dette due gravità, ſarà nel punto E, che corriſponde appunto alla metà d' eſſa bilancia, in qual luogo ſituate ſaranno ambedue ugualmente diſtanti dal loro comune centro, qual deve corriſpondere ad angoli retti della linea CD nel punto E, ſtante qual coſa faſſi luogo a dimoſtrare, come i due fili AD, BC, che ſoſtengono i ſuddetti ſolidi non ſieno tra di lor paralelli, la qual Propoſizione contiene in ſe due Parti, la prima delle quali così ſi prova. Tav. 1. Fig. 1.

Fu nella prima Suppoſizione eſpoſto, che due uguali gravità foſſero tra di loro equilibrate, ogni qualvolta ſi appendeſſero a bilancia di braccia uguali, per il che faſſi luogo alla prova della prima Parte della noſtra Propoſizione, ſuppoſte le due gravità uguali: che poi i bracci della leva CE, ED ſieno tra di loro uguali, tiriſi dal punto E la linea EO ad angoli retti della CD; di poi uniſcaſi il punto O cogli due termini della bilancia CD avremo due triangoli uguali *per la Prop. 26. lib. 1. Elem.*, de' quali le baſi CE, ed ED ſono uguali tra di loro, ovvero *per la Prop. 10. detto lib.*, ove inſegna a dividere una linea per mezzo, dal che conchiu-

Tav. 1. Fig. 1. desi essere le sovr'accennate gravità in equilibrio sul punto E, sotto del quale di tutta necessità dovrà ritrovarsi il loro comune centro; dal che fassi luogo alla prova della seconda Parte della nostra Proposizione, qual è, che i due fili CB, DA non sieno nè tra di lor paralelli, nè ad angoli retti colla linea DC; in prova del che se troncando i detti due fili CB, DA si lasciassero in libertà i due mobili suddetti, non già potrieno, col moversi in moto paralello, venire ad incontrare il lor proprio centro, ma bensì ognuno d'essi avrebbe un particolar centro, lo che non solo ripugna alla natura delle cose, ma pur anche direttamente opponesi alla seconda nostra Suppositione. Stando adunque i detti due gravi in ugual distanza dal loro comune centro, come nella prima Parte della nostra Proposizione dimostrossi, dovranno co' loro fili formare gli angoli interni EDA, ECB acuti, che allora rimossi i due gravi dalla quiete, e lasciati in libertà, s'incontreranno appunto nel loro comune centro, il qual trovasi sotto del punto E, come doveasi dimostrare.

SUPPOSIZIONE QUARTA.

CHe due solidi di varia grossezza della stessa materia, e per conseguenza di diverso peso facciano l'equilibrio, ogni qualunque volta disposti in una bilancia, essa abbia i bracci contrariamente rispondenti a' loro pesi.

PRO-

PROPOSIZIONE II.

Tav. 1. Fig. 2.

Dati due ſolidi diverſamente gravi, ſoſpeſi alle eſtremità d' una data Bilancia, come in eſſa poſſaſele ritrovare il punto d' appoggio, o ſoſtegno, per mezzo del quale s' equilibrino le due gravità ſuddette.

Sieno i due ſolidi AB, e la bilancia CD, alle eſtremità della quale ſieno eſſi ſolidi affiſi, dico allora equilibrarſi, quando il loro punto d' appoggio dividerà la lunghezza della bilancia in parti a' detti peſi proporzionali, però contrariamente applicate.

Per più chiara intelligenza di quanto ſovra ſuppongaſi il ſolido B eſſere il doppio più grave del ſolido A, quali dovendoſi equilibrare nella bilancia CD divideraſſi la medeſima in parti tali, che la parte verſo A, cioè AE ſia della reſtante ED doppia, nè molto lungi ſe ne ricava il motivo, imperciocchè laddove il maggior grave B eccede il grave A in peſo; queſto per contrario tiene il maggior braccio in ſollievo; che poi la lunghezza CE ſia doppia della ED ſi dimoſtra, ſe formatine d' ambedue i riſpettivi quadrati troveraſſi il quadrato EC eſſere del quadrato ED quadruplo; per lo che conchiudeſi *con Euclide nel Guarini nel Coroll. della Prop. 6. lib. 2. Elem*, che la proporzione dei quadrati in riguardo all' aera loro ſarà ſuddupla in riſpetto ai lati, come doveaſi dimoſtrare.

Tav. 1. Fig. 2.

COROLLARIO.

DI qui ſi raccoglie, che qualunque volta due gravità ſoſpeſe alle eſtremità d'una bilancia faranno l'equilibrio, o uguali, o diſuguali che elleno ſieno, ſarà evidentiſſimo eſſere il loro comune ſoſtegno in una parte d'eſſa bilancia proporzionale alle gravità ſoſtenute contrariamente applicate, e pel ſuo converſo equilibrandoſi due diverſe gravità in una bilancia, diraſſi parimente eſſere i peſi contrariamente proporzionati alle diſtanze, da quali vengono ſoſtenute.

Fig. 3. Qual virtù, proprietà, o natura del minor grave nel ſoſpendere, ed equilibrare il maggiore ottiene a motivo dell' impeto maggiore, col quale formandoſi il moto, raggiraſi in riſpetto al maggiore, avvegnachè ſe queſto muoveſi un dito, quello muoveſi con diſtanza proporzionata alla lunghezza dell' aſta, o braccio al proprio peſo proporzionato, con qual proporzione di velocità ſarà parimente per moverſi il minor peſo in riguardo al maggiore; lo che giornalmente oſſervaſi nella ſtadera, ove un piccol grave, come è il Romano, equilibra qualunque altro maggior di ſe ſteſſo dieci, venti, e cento volte ancora, ove oſſerveraſſi continuamente tal proporzionalità sì nel moto, che nel braccio; dal che ſi può anche dedurre, che diſuguali peſi facciano l'equilibrio, qualora le velocità, che ritengono nel moverſi, ſaranno contrariamente riſpondenti a' peſi loro, come era l'intento.

CO-

COROLLARIO SECONDO.

Tav. 1. Fig. 3.

DA queſto ancora deduceſi, che trovandoſi due gravità affiſſe agli eſtremi d' una bilancia eſſere equilibrate, ſe la contralleva oppoſta deſcriverà movendoſi un arco proporzionato al deſcritto dalla piccola leva, come tra loro ſono proporzionate le diverſe lunghezze dell' aſte, come nella Fig. 3., eſſendo i due gravi A, B equilibrati nelle diſtanze CD, qual leva movendoſi, o raggirandoſi da D in F, e da C in G, ſopra il ſoſtegno E deſcriverà colla lunghezza ED l'arco DF; coll' altra poi EC deſcriverà l'arco CG, le corde de' quali ſaranno ancora nella ſteſſa proporzione de' peſi. Da tutte le quali coſe aſſai chiaramente ſi può conoſcere quanta poſſa eſſere la forza della leva, col mezzo della quale ogni minimo movente è capace di reggere, o ſoſtenere qualunque gravità di gran lunga a ſe ſovrabbondante; dal che anche ſtanno per dipendere le principali cagioni di tutti gli avvenimenti mecchanici, come ſiamo qui in appreſſo per dimoſtrare.

Tav. 1. Fig. 4.

PROPOSIZIONE III.

Data una Bilancia, o leva di braccia uguali, alle eſtremità della quale applicati ſieno uguali peſi, ricercaſi, ſe collocando in angolo retto i detti bracci, qual ſia l' effetto, che da tal variazione ſeguir debba circa l' equilibrio de' peſi ſuddetti.

Sia la leva, o bilancia AB, al cui termine B ſia applicato il grave C, ed abbia queſta per contralleva l' aſta AD, quali in vece di formare una retta linea formino l'angolo retto A, dico, che preſcindendo dal mezzo, cioè dal maggior peſo, che creſcer poſſa dell' aſta AB ſopra l' aſta AD, ed applicato al termine D un peſo uguale a quello affiſſo nel termine B, e che la forza del grave E ſia aſſoluta, cioè agiſca con direzione perpendicolare alla contralleva DA coll' ajuto della girella F, formeraſſi ugualmente tra i gravi ſuddetti l' equilibrio, come ſe la bilancia DAB foſſe in linea retta.

Dimoſtreraſſi l' ugualità de' bracci AB BD, ſe fatto centro in A coll' intervallo AB deſcriveraſſi il cerchio, o ſuo quadrante BD, ed eſſendo ambedue raggi dello ſteſſo circolo, ſaranno ugual[1] tra loro *per la def.* 17. *degli Elem. d' Euc.* dimoſtraſi per altra parte ridurſi all' impoſſibile, che la poſitura loro in angolo poſſa farli cambiar natura, eſſendo che sì l'uno, che l'altro di detti peſi eſercitano l' aſſoluto loro momento per avere la direzione ad angoli retti alle reſpettive loro bilance: anzi che di più dirò io ſeguire appunto

lo

lo ſteſſo effetto nella bilancia rettangola, come nella bilancia retta in tutti i movimenti loro, e diverſe poſizioni. Per maggior dichiarazione del che oſſerviſi nella ſuſſeguente figura la libbra AB, la quale rimoſſa dall' orizzontale CD formerà con i fili AG, BH due angoli interni, uno, cioè GAB acuto, e l'oppoſto ABH ottuſo, la ſomma de' quali agguaglieraſſi a due angoli retti; ed abbenchè s' alteraſſe in queſta libbra il valor degli angoli, mai però ſcemerà la ſomma loro, quale ſarà ſempre uguale a due angoli retti, *come nella Prop. 29. lib. 1. Elem.*, qual proporzione, corriſpondenza, o ugualità d' angoli conſerverà ſempre la libbra rettangola, come nella qui appreſſo deſcritta figura, ove vedeſi la libbra AB colla contralleva AC poſte in angolo retto nel punto A, nella quale il peſo F tirando con direzione perpendicolare all' orizzonte forma colla Zanca AB l' angolo ABF ottuſo, e pel contrario il grave E tirando per l'orizzontale DC forma coll'altra Zanca AC l'angolo ACD acuto, il quale congiunto coll' ottuſo poc' anzi deſcritto faranno la ſomma uguale a due angoli retti; dal che ſi conchiude, ſe le due direzioni de' peſi ſaranno fra loro perpendicolari, come nella libbra rettangola ſi ſcorge, faranno l' equilibrio, aſtratto però ſempre il peſo della Zanca, o leva, che ſi conſidera come nulla peſante, riſerbandomi nelle future dimoſtrazioni il mettere in conto anche le gravità ſteſſe delle leve unitamente a' ſuoi peſi.

Tav. 1.

Fig. 5.

Fig. 6.

Nè qui io dubito, che lo ſteſſo non ſia per accadere in una leva Zancata ſotto qualunque altro angolo, cioè a dire non poterſi equilibrare due gravità uguali poſte in bilancia angolare, ſalvo che il di loro angolo non

Fig. 7.

reſti

Tav. 1. Fig. 7. reſti diviſo per metà dalla perpendicolare eretta dal punto loro d' appoggio, come nella Fig. 7., ove dico non poterſi altrimenti equilibrare due gravità uguali nella leva angolare ABC, ſalvo che 'l di lei angolo non reſti diviſo dalla perpendicolare BD per mezzo. In maggior prova del che eletti a piacimento i bracci della leva uguali AB, BC congiunti nell' angolo B deſcrivaſi col centro B all'intervallo d'un d'eſſi il mezzo cerchio EDF, il di cui diametro EF ſia ad angoli retti col ſemidiametro, o vogliam dir perpendicolare BD, è manifeſto, che collocati i bracci nel ſovra eſpreſſo angolo, faraſſi tra le gravità applicateli l'equilibrio, per eſſere le eſtremità AC de' medeſimi bracci ugualmente diſtanti dal centro, e come tali provenienti da braccia uguali, *onde per la Suppoſizione prima* ſi dimoſtrano equilibrati, nè altrimenti daraſſi equilibrio. Per più chiara intelligenza del che facciaſi abbaſſare la Zanca AB ſino in E, e ſia EB, l'altra oppoſta di neceſſità dovrà ſalire da C in H, ſtante in qual poſitura la noſtra libbra ſoſpendanſi di bel nuovo le ſuddette gravità a' di lei eſtremi in E, ed H, faraſſi per ſe manifeſto come mai potranno equilibrarſi, ſtante che il grave I ſoſtenuto in E trovaſi più diſtante dal centro, che il grave K ſoſtenuto in H, conoſcendoſi tale maggiore, o minore diſtanza ſopra la linea EF, eſſendo tutte le altre in quanto alla miſura incerte, ed indeterminate, *come aſſeriſce Ptolomeo nel ſuo libro de Annalemmate*, ma ſolamente appropriarſi a queſta con ragione la certezza della miſura; ſtante la qual coſa vedraſſi queſto direttamente oppoſi alla noſtra Suppoſizione prima, e quarta, avvegnachè ove nell' una ricercanſi a' peſi

peſi uguali anche uguali leve, manca quivi tal condizione, premendo il grave I coll' ajuto della leva EB, quando il grave K preme ſoltanto colla leva BL perciò diſuguali, e nell' altra, ove vedeſi, che diſuguali braccia non ſoſtengono proporzionati peſi. Dal che ſi potrà conchiudere, che peſi uguali ſempre faranno l' equilibrio collocati in diſtanze d'ugual valore, e che le leve angolari in niun altra poſitura faranno l' equilibrio, ſe non quando o ſono rettangole, che abbiano le direzioni loro anche ad angoli retti, come s' è dimoſtrato di ſopra, ovvero che l' angolo dell' inclinazione loro ſarà diviſo per metà dalla perpendicolare dedotta dal ponto d' appoggio. Tav. 1.

Dimoſtrato che la bilancia rettangola di braccia uguali abbia in tutte le ſue parti uguale corriſpondenza alla bilancia retta anche di braccia uguali, non dovravvi più eſſere difficoltà veruna in ammettere, e convenire, che le proprietà fin ora nella bilancia retta dimoſtrate di braccia diſuguali, ſieno pur anche per corriſpondere alla bilancia rettangola di braccia pur diſuguali, ogni qualvolta queſta conterrà le ſteſſe proporzioni de' peſi verſo delle diſtanze, come ſi è nella ſeconda Propoſizione dichiarato. Perlochè intendaſi nella figura 8. la leva AB colla contralleva AC rettangola, quale ſuppongaſi di lunghezza doppia d' AB, dico, che ſe i peſi D, ed F avranno fra loro la ſteſſa proporzione, che le lunghezze delle leve contrariamente preſe, ſaranno allora le gravità in equilibrio, eſſendoſi per le ſovra dichiarate coſe dimoſtrata la leva rettangola di braccia uguali in tutte le ſue parti corriſpondente alla leva retta della ſteſſa natura; così nel noſtro propoſito Fig. 8.

Tav. 1. ſito contenendo la leva rettangola CAB le ſteſſe proprietà della leva retta di braccia diſuguali, manifeſtaſi, che gli effetti dalle ſteſſe proprietà cagionati ſaranno ſempre anche in tutto corriſpondenti alle cauſe loro, dal che ſi potrà conchiudere, che colla leva rettangola potrannoſi ottenere i medeſimi ajuti della leva retta, ſervata però ſempre la proporzione, o corriſpondenza fin ora dichiarata tra i bracci, ed i peſi ad eſsa affiſſi.

Fig. 9. In altro modo ancora ſi può eſercitare la forza della leva, ed è queſto eſpreſſo nella figura 9., ove collocato l'appoggio in B, ſovra d'eſſo, deeſi collocare la ſtanga, o leva AB pel ſuo eſtremo B, nella quale ſi applicherà la gravità D ſopra il punto C, che divide la linea AB in tal guiſa, che la parte verſo A ſia doppia di quella verſo B, ciò nulla oſtante dico, che ſe per l'eſtremo A ſarà affiſſa una gravità E, la quale abbia col peſo D quella proporzione, che tiene la lunghezza CB verſo la CA, quella equilibrerà il peſo D, e tutto come ſe nel punto C foſſe collocato l'appoggio, e nel punto B il grave D, s'altera ſoltanto il moto in riguardo al movente, come vedeſi nella figura 10., ove ſuppoſto l'appoggio in C, il grave in B, e la forza in A, qual peſo avendoſi a ſollevare da B in H, la forza poſta in A s'abbaſſerà ſino in F, e deſcriverà l'arco AF, la di cui corda ſarà doppia di quella dell'arco BH, quando per altra parte collocando il ſoſtegno in B, il grave in C, e la potenza in A, per ſollevare il peſo all'altezza di H, cioè in E, la forza dovrà moverſi con maggior eſtenſione, cioè a dire da A in D, la di cui corda ſarà ſeſquialtera di quella

Fig. 10.

dell'

dell'arco AF. Conchiudaſi pertanto, che in bilance di queſto genere, la forza per equilibrarne la gravità ſarà in proporzione delle ſin ora dimoſtrate, ma avendoſi alle medeſime da dare il moto, queſto creſcerà ſempre in proporzione della contralleva, e l'arco, o corda di queſto dovrà ſempre ſottrarſi dalla maggiore, per ottenerne in tutto la ſimile corriſpondenza. Tav. I.

Nè fuor di propoſito ſarò per aſſerire, che eſercitandoſi nella ſteſſa maniera la forza coll'ajuto della libbra rettangola ſieno per ſeguirne gli ſteſſi effetti, qualora il grave le ſia appeſo in una parte del braccio, ed il ſoſtegno nell'eſtremità, conſervando però ſempre le ſovra accennate proporzioni.

PROPOSIZIONE IV.

Come poſſaſi perpetuare la ſteſſa forza nella leva.

LA maggior parte degli ſtrumenti, de'quali ſerveſi la Meccanica, dipendono dalla natura della leva, ma dovendo il più delle volte adoprar tali ſtrumenti in ſollevar peſi, erger macchine, e altre ſimili coſe, è manifeſto, che la leva ſin ora dichiarata, qualora ſi ſarà moſſa per un quarto di circolo ſolleverà ſoltanto il grave appeſole per quanto è la di lei corda; onde per più ſollevarlo ſaria biſognevole replicar più, e più volte la ſteſſa azione con gran fatica, oltre del che ſaria pur anche neceſſaria una forza ſeconda, quale in ſe riteneſſe il peſo già ſollevato ſin a tanto, che colla replicazione della leva novamente ſi ſoſteneſſe. Per il che rimediare fu ritrovato un Fig. III

mezzo

Tav. v. Fig. 11. mezzo assai comodo, e facile ad effetto di perpetuare la detta forza, quale ottiensi col mezzo d' una girella, come nel nostro esempio si vede fig. 11., ove proposto il grave B da attrarre all' altezza di D, e che tal gravità sia appesa all' istesso termine D della bilancia AD, il di cui sostegno sia nel mezzo d'essa, cioè nel punto C; si fa palese, che tanto solamente alzerassi il grave B, quanta è la lunghezza DC, e quivi avendo a reiterarne l'azione, farà d' uopo ritrovarvi una forza, che stando il grave in tal sito elevato quello possa sostenere, acciò colla replicazione della leva possasi novamente far risalire, al cui effetto si fa manifesto esservi necessarie due forze, una per sostenere, o piuttosto conservare nel peso l' elevazione acquistata, e l'altra per aggiungere allo stesso più, e più di salita. Lo che pel contrario non sarà per avvenire, se col centro C, e semidiametro CA, ovvero CD descriverassi il circolo DAC, in figura del quale faravvi una girella, o Cilindro, sopra di cui raccolta la fune EABD perpetuerassi il moto alla leva AD; dal che anche si comprende, come il peso B resti sostenuto da forza a se uguale, nè altrimenti poter noi dall'ajuto di detta Macchina ottenere benefizio veruno in riguardo alla diminuzione di fatica; e che ne sia il vero, se intenderemo pel centro C, che è il luogo del sostegno, passar una linea, o diametro AD, nelle estremità della quale le corde pendenti toccano la circonferenza, avremo una libbra di braccia uguali, essendo che la girella circondottale altro non diventa, che una libbra perpetuata. Dal che possiamo comprendere quanto s' ingannino coloro,

che

che ſtimando col far maggiore il Cilindro, o Girella Tav. 1. poter con minor forza levar lo ſteſſo peſo, ſenza aver Fig. 11. riguardo veruno, come nell'accreſcimento di tale girella s' accreſcano pur anche le diſtanze, eſſendo i ſemidiametri ſempre uguali. Conchiudaſi intanto nullo eſſere il benefizio, che da tale ſtromento ricavaſi in ordine alla diminuzion di fatica, e ſe mai ſi deſideraſſe ſaper la cagione, per la quale in varj caſi ſi ſervono i Meccanici di tale ſtromento tanto in levar peſi, quanto in eſtraer aque da' pozzi, ed altre ſimili coſe, riſpondeſi ciò farſi, perchè il modo d' eſercitar la forza in tal guiſa trovaſi più comodo, ſtante che dovendo tirare all'ingiù ci preſta ajuto anche la gravità delle noſtre membra, ove che avendo ad attrarre lo ſteſſo peſo ſenza tale ajuto reſta neceſſaria tutta la forza per ſoſtenere col grave anche il peſo del corpo, dal che ſi conoſce non apportare tal Girella vantaggio veruno alla forza ſemplicemente conſiderata, ma ſolamente al modo d' applicarla, come era l'intento.

PROPOSIZIONE V.

Come coll' ajuto della Girella, ma diverſamente applicata poſſaſi da una ſemplice forza reggere un doppio peſo, effetto diverſo dalli ſin qui dimoſtrati.

PRima però, che alla ſpecifica dimoſtrazione ſi per- Fig 12. venga, reſta neceſſario anteporre una diffinizione, ed è, che propoſto un grave appeſo alla metà d' una leva, i di cui eſtremi ſieno appoggiati, o ſoſtenuti

Tav. 1. Fig. 12. ſtenuti da due forze, diceſi la ſuddetta gravità ugualmente ripartita ſopra ciaſcuna delle forze ſuddette, che la ſoſtengono, l'evidenza del che a ſufficienza ci convince, avvegnachè ſe due uomini portano un peſo unito attaccato ad una ſtanga, o altro ſimile, ſtando il detto peſo ugualmente lontano da ciaſcun de' ſoſtegni premerà ſoltanto verſo ciaſcun de' medeſimi con momento ſudduplo al ſuo momento aſſoluto, che vale a dire, che ognuno di detti uomini ſoffrirà ſoltanto la metà del grave ſuddetto. Per il che intendaſi la leva AB, dal mezzo della quale ſtia pendente il grave D, qual leva eſſendo appoggiata per una parte ſu del ſoſtegno A, dico, che dovendoſi reggere, o ſoſtenere la leva ſuddetta per l'altro eſtremo B, la forza da applicarſi in quel ſito dovrà eſſere ſoltanto ſudduplа al peſo di D.

Fig. 13. Ciò ſuppoſto ſia il grave A da ſollevarſi in alto, quale ritenendo in ſe per eſempio gradi venti di reſiſtenza, altro non abbiaſi, che contro applicarli una forza, o contrappeſo maggiore di gradi 10., ſarà in quel caſo neceſſario il far raccorſo all'arte. Preparata adunque la girella BC s'accomoderà nella ſua Caſſetta BDCE, alla quale ſarà attaccato il grave A, appeſo adunque un capo della corda al punto F, quella faraſſi paſſare ſotto la girella CB; da poi all'altro capo applicata la forza, o contrappeſo di gradi 10., dico, che queſta equilibrerà il peſo del grave A, e che ſe a' detti gradi 10. s'aggiungerà ogni minima forza, ſarà queſta baſtevole a ſollevarlo in alto. Lo che facilmente ſi prova, avvegnachè conſiderando nella girella BC una leva perpetuata, dal mezzo della quale

quale penda il grave A, ed appoggiandoſi co' ſuoi eſtremi BC ſopra le due parti della corda ſarà manifeſto, che il grave A tanto premerà verſo C, come verſo B; nè viene in conſeguenza, che la metà del ſolido gravando ſopra del punto F non ſarà che l'altra metà quella, che dovrà eſſere ſoſtenuta dalla gravità G; e quantunque vegganſi nella circonduzione della corda alterare i termini, cioè i punti BC, non variaſi però la virtù loro, e quivi appunto ſeguiranne quanto dimoſtroſſi *nella ſeconda Propoſizione*, che il moto di dette gravità contrariamente riſponda a' peſi loro, imperocchè quando il grave A ſarà elevato un palmo, il grave G ne avrà ſceſi due, del che nella ſovr'accennata Propoſizione aſſegnoſſi il motivo. Tav. 1.

PROPOSIZIONE VI.

Che col mezzo d'una piccola forza poſſaſi ſuperare una reſiſtenza quadrupla alla medeſima, ed anche di qualſivoglia altra moltiplicità, che ci venga propoſta, ogni qualvolta l'eccesſo del peſo verſo della forza ſia in quantità pari.

INtendaſi in primo luogo, come nella precedente Propoſizione il grave da ſollevarſi A, quale eſſendo ſoſtenuto da due leve BC, ed ED, ciaſcuna delle quali ſoffra ugual porzione del detto peſo A; dico, che collocando gli eſtremi delle dette leve ſopra i ſoſtegni EB, e dovendovi applicare nelle oppoſte eſtremità due altre forze, che lo ſoſtentino, ciaſcuna d'eſſe dovrà avere momento uguale alla quarta parte del Fig. 14.

Tav. 1. peſo del ſolido A, lo che eſſendoſi per l'antecedente Propoſizione dimoſtrato, ſarà manifeſto, che moltiplicandoſi i ſoſtegni, o vogliam dir le leve, ripartiraſſi ſempre il peſo in tutti i punti delle medeſime.

Fig. 15. La qual conſiderazione applicata alle taglie, o girelle procederemo nel ſeguente modo; ſuppongaſi per eſempio il grave A ritenere gradi 40. di reſiſtenza, o peſo, il quale avendolo a ſollevare, altra forza non abbiaſi, che una equivalente a' gradi 10., conſidereremo in primo luogo come ſe detta gravità foſſe appeſa a due leve, per il che collocate in una caſſetta due girelle, come nella fig. 15. CD, ſi ſovrapporrà un'altra ſimile caſſetta munita parimente d' altre due ſimili girelle, quindi fermato, come nello ſcorſo eſempio un capo della corda nella caſsetta ſuperiore in I, ſi farà paſsare attorno una girella inferiore, dappoi avvolta ſuperiormente all' oppoſta girella replicheraſſi lo ſteſso per le altre due reſtanti, attaccato poi finalmente all' altro capo della corda il grave K, quale ritenendo gradi 10. di reſiſtenza, o vogliam dir di peſo, ſoſterrà il grave A in equilibrio, ſicchè congiunta col grave K ogni benchè menoma forza, ſarà quello da queſto ſuperato, ſtando il peſo A affiſso all' aſse di due girelle inferiori, i diametri delle quali fanno l'uffizio di due leve perpetuate, come ſi è avanti dichiarato, e collo ſteſso ordine proſeguendo nella moltiplicità delle girelle aumenteraſſi la forza ſecondo qualunque moltiplicazione pari. La conſiderazione poi di tal coſa toglie affatto la maraviglia, ſe avuto riguardo al moto, o ſtrada, che movendoſi dette varie gravità diverſamente riguardanſi, vedrannoſi tra

di

di loro conſervare tale proporzionalità trà i peſi, ed i moti, avvegnachè nel tempo iſteſso, che il grave A s'alzerà un palmo, il grave K s'abbaſserà quattro palmi; le quali oſservazioni ci fanno manifeſto eſſere effetti tutti già conſiderati *nella Propoſizione 2. della ſemplice leva.* Tav. 1. Fig. 15.

Ma ſe aveſſimo a proporzionare una forza ſecondo qualche moltiplicità impari, come per eſempio avendo un grave, il di cui momento foſse di gradi 50., i quali dovendo equilibrare con gradi 10., oſserveraſſi con qual proporzione il numero 50. riguarda il numero 10., cioè con proporzione quintupla, ed eſsendo il numeratore di tal proporzione il numero cinque impari, opereraſſi diverſamente, cioè in vece di fermare il capo della corda alla caſſetta ſuperiore, come operaſſimo nell'antecedente eſempio, fermeraſſi nell'inferiore, proſeguendo in tutto il reſtante come nella figura 15. ſi averà l'intento, ciò non oſtante vedrannoſi i detti due mobili conſervar ſempre le ſteſſe proporzioni in riguardo al moto, come avanti ſi è dimoſtrato.

COROLLARIO.

RAccoglieſi da quanto ſovra eſſere ſoltanto vantaggioſi gli ſtromenti della Meccanica, qualora avendo noi una gran mole unita come una colonna, od altra ſimile gravità, che non ſoffra d'eſſer diviſa, ovvero che per ſollevar tali peſi ſi ſerviamo di forze inanimate, come del corſo dell'acque, a riſerva del che avendo a ſollevar peſi, quali poſſanſi dividere, e

Tav. 1. Fig. 15. traſportar diſuniti ugualmente, e colla ſteſſa comodità ſi trasferiſcono ſenza macchina, che coll' ajuto di eſſa, abbenchè ſembri impoſſibile, che quella mole, che col mezzo della macchina ſollevaſi, poſſaſi ſenza la medeſima rimoverſi, per il che detta macchina renda facilità incredibile, ma ſe per altra parte avraſſi riguardo al tempo, cui ſalì detta mole, unitamente alla ſtrada, che fece il movente per attrarla, vedraſsi, che nello tempo ſteſſo, e con ugual fatica ſi ſarebbe ſollevata a quel ſegno ſenza l' uſo della macchina, ſe foſſe ſtata diſgiunta, come nel principio di queſto diſcorſo ſi è propoſto, e ſia per principio certiſſimo, che tutti gli ſtromenti Meccanici eſercitano il loro potere coll' ajuto di qualche leva, o ſemplice, o compoſta, come l' argano, la vite, ed altri ſimili, ove ſi può vedere, che la forza muoveſi ſempre con moto corriſpondente alla gravità, e che la natura in queſto particolare non cangia iſtinto, nè ſoffre d' eſſere ingannata, avendo per conſtituzione fermiſſima, che niuna reſiſtenza mai poſſa eſſere ſuperata, ſe non da forza, che di quella ſia più potente, come nella Suppoſizione terza.

PROPOSIZIONE VII.

SUppoſti, ed ammeſſi queſti principj come reali, ed infallibili, altro non reſtaci, che far ingreſſo nella ſoſtanza della materia, ſovra della quale ſi ha da diſcorrere, la quale ſarà denominata ſcienza delle Reſiſtenze, o ſia cognizione Meccanica delle coſe naturali, non che con queſto termine di Meccanica pretendaſi

tendaſi d' avvilire tal cognizione, ma però vien così detta, perchè l' utilità, che da tal ſcienza ricavaſi, s' applica totalmente a coſe Meccaniche, come ſono ſtrutture di muri, taglj di pietre, ſoſtegni di terrapieni, reſiſtenze de' travi, ed in ſomma per rendere ogni coſa proporzionata in un edifizio, per il che ſi procurerà al poſſibile di provare, e dimoſtrare con principj, e prove certiſſime, come ſono le Matematiche, quanto aſſumeraſſi a proporre. Tav. 1.

Come dato un ſolido, Tavola, o altro di figura quadrata, e di qualſivoglia materia, purchè ſia d' ugual groſſezza in tutte le ſue parti, poſſaſegli ritrovare il centro di gravità, pel quale ſoſpeſo eſſo ſolido poſſaſi elevare in equilibrio.

Sia dato il ſolido ABCD fig. 16., al quale avendoſi a ritrovare il centro di gravità, ſi condurranno dagli oppoſti angoli AD, BC le riſpettive diagonali, le quali s' incontreranno di neceſſità nel punto E, nel quale dico eſſere il centro, per cui volendo ſoſpendere, o ſollevare il ſolido ABCD s' eleverà equilibrato. Fig. 16.

Provaſi quanto ſovra per la Suppoſizione prima di queſto Trattato, per l' ugualità de' triangoli, che la detta figura compongono, li quali per eſſere d' ugual materia, e groſſezza, ſaranno per conſeguenza d' ugual peſo, de' quali ritrovandoſi il centro E ſul mezzo dimoſtraſi uguale pur anche la diſtanza da E in A, come da E in D, ed anche da E in B, come da E in C, per il che ſarà pur anche diviſo ugualmente il peſo, lo che ſenza altra dimoſtrazione ſi fa manifeſto.

Tav. I. Fig. 17. Ma ſe ci foſſe propoſto il paralellogrammo AHCF, al quale dovendo ritrovare il centro di gravità, potrebbonſi parimente condurre dagli oppoſti angoli le diagonali AF HC, nell' incontro delle quali, cioè nel punto E per la precedente dimoſtrazione dovrà eſſere il centro di gravità; ma per aprir la ſtrada col preſente diſcorſo al reſtante delle dimoſtrazioni s'opererà diverſamente, per il che troncato in primo luogo dal paralellogrammo AHCF il quadrato BHDF, il quale diviſo (per i documenti dell' antecedente colle ſue diagonali BF HD) ſarà il di lui centro nel punto O; venendo di poi al piccol paralellogrammo anneſſogli, replicheraſſi la ſteſſa operazione delle diagonali, per mezzo delle quali ritroveraſſi il di lui centro nel punto I, le quali due ſolidità conſiderandoſi diſunite, e diſgiunte, e dovendoſi equilibrare, ſi ſupporranno appeſe alle eſtremità d' una bilancia, qual ſarà IO. Suppoſta adunque tal bilancia colli detti peſi nelle di lei eſtremità applicati, ritroveraſſegli *per la Prop. ſeconda* il punto d'appoggio, o vogliam dir centro di gravità, cioè dovendo dividere la linea IO nella ſteſſa proporzione de' peſi, ed eſſendo doppia dovraſſi in tal guiſa dividere la detta linea IO, che la parte verſo I dell' altra verſo O ſia doppia, qual diviſione cadrà nel punto E, nel quale già s' interſecarono le diagonali, pel quale ſe ſi ſoſpendeſſe il ſolido predetto AHCF ſaria equilibrato, per eſſere i bracci della leva IE, EO proporzionali ai ſolidi applicatili, e contrariamente a' medeſimi riſpondenti, come nella Suppoſizione quarta.

Ripi-

Ripigliato ora il ſolido della paſſata figura AHCF, Tav. 1. il di cui centro ſia O ſi conſideri, come ſe al medeſimo ſolido foſſe aggiunto il pezzo BDEI, al quale per le precedenti troviſi il centro di gravità, qual ſia K, come dalla fig. 18., quale eſſendo unito all' antecedente AHCF formi un ſol ſolido, a cui dovendo ritrovare il centro di gravità, condurraſſi in primo luogo dal centro O della prima al centro K della ſeconda figura una retta linea, che gli uniſca, queſta diraſſi aſſe del ſolido, la quale ſe ſi prolungaſſe oltre i detti termini, o centri, dividerebbe tutta la figura in due parti uguali, proprietà innata dell' aſſe, nel quale dovrà neceſſariamente cadere il punto d'appoggio, il quale per ritrovare divideraſſi come prima la linea, o vogliam dir aſſe KO ſecondo le ſteſſe proporzioni, che tra di loro ritengono i due ſolidi, ma diverſamente applicate, che allora formeraſſi una bilancia di braccia diſuguali, alle di cui eſtremità ſaranno applicate gravità parimente diſuguali, però contrariamente riſpondenti ai bracci della leva; dal che ſi conchiude *per la Prop. 2., e Suppoſizione* 4., che reſti tutto il ſolido equilibrato per il punto X, come ſi era propoſto. Fig. 18.

E collo ſteſſo ordine potraſſi procedere per ritrovare il centro di gravità in qualunque ſolido, conſiderandolo ſempre diviſo in due porzioni o uguali, o diſuguali, che ſieno appeſe alle eſtremità d'una bilancia, la quale dividaſi pur anche nelle ſteſſe proporzioni, che le gravità riſpettive, e per più chiara intelligenza ripigliſi l'antecedente figura BDHFCIE, il di cui centro ſia X, alla quale dovendoſi aggiungere la porzione FKLM, Fig. 19.

Tav. 1. il di cui centro ſia O, s'uniſcano i punti X, ed O
Fig. 19. colla retta OX, che ſarà l'aſſe della figura, nel quale pur anche cadrà il centro di tutto il ſolido. Conoſciuta indi quella ragione, colla quale il ſolido KM riguarda l'altro anneſſogli, con quella ſteſſa, e non altrimenti taglieraſſi la linea XO, la di cui diviſione cadrà nel punto P, ove ſaravvi il centro, pel quale ſi ſolleverà tutto il ſolido intieramente preſo. Ritrovato adunque in queſta guiſa il centro ne' ſolidi, s'eleveranno i medeſimi non ſolo orizzontalmente, ma ſotto qualſivoglia altra inclinazione indiſtintamente, qualunque volta il punto, pel quale vengono ſoſpeſi, riſponda direttamente al centro di mezzo, come in queſt' eſempio, volendo elevare verticalmente il ſolido ſovra deſcritto, ſi ſoſpenderà pel punto Q, quale incontrandoſi perpendicolarmente col centro P, conſerverà l'equilibrio fin ora dichiarato.

PROPOSIZIONE VIII.

Fig. 20. IN tutte poi le figure regolari, come Triangoli, Eſagoni, Pentagoni, Ottagoni, ed altre infinite figure di lati uguali, che inſcrivere, o circonſcrivere ſi poſſano a' circoli, ed anche ne' circoli ſteſſi, i centri di gravità loro riſponderanno ſempre ne' centri de' circoli, ne' quali vengono eſſe figure inſcritte, come in tutti gli eſempli della fig. 20., le quali coſe da ſe ſono aſſai manifeſte ſenza ulteriori prove.

PRO-

PROPOSIZIONE IX.

Tav. 2. Fig. 21.

Come poſſaſi ritrovare il centro ad un Triangolo, o Iſcoſcele, o Scaleno.

ESſendo che non tutti i Triangoli, che poſſono inſcriverſi a' circoli gioiſcono delle proprietà dell' Equilatero, che vale a dire, non in tutti eſſere, o ſervire il centro del circolo pel centro di gravità alla fig. loro inſcritta; fa perciò di meſtieri proporre un altro metodo, coll'ajuto del quale poſſaſi ritrovare in qualunque triangolo il proprio centro di gravità, abbenchè non ſia inſcritto nel cerchio. Per il che avendo il triangolo ABC, nel quale debbaſi ritrovare il centro, ſarà in primo luogo neceſſario trovarvi l'aſſe, nel quale dovrà cadervi il centro ſuddetto, ſiccome in qualſivoglia figura, l'aſſe deve paſſare pel centro. Per il che diviſa la linea BC *per la Prop.* 10. *lib.* 1. *Elem.* in due parti uguali, la di cui diviſione cadrà in E, dal qual punto ſe ſi condurrà una retta linea al punto A, queſta ſarà l'aſſe, il quale diviſo in parti tre uguali, per eſſe ſi faranno paſſare linee paralelle alla baſe BC, le quali ſi prolungheranno oltre i lati AB, BC, come vedonſi 1.6., 2.5., 3.4., coll'ajuto delle quali circonſcriveraſſi una figura di ſuperfizie rettilinee, e rettangole, come ſono la 3.G, 2.K, Cj; dopo del che oſſervata la proporzione, colla quale dette ſuperfizie s'eccedono, che ſarà in proporzione aritmetica, ed eletta una bilancia, come nella figura 22. ODV diviſa in due parti uguali nel punto D, per quai punti ſaranno ſoſpeſe Fig. 22.

tre

Tav. 2. Fig. 22. tre grandezze in tutto proporzionali alle già enunciate, ed eſpoſte nella figura 21., che vale a dire come ſta la prima grandezza 3. G verſo della ſeconda 2. K fig. 21. così ſtia la prima grandezza N verſo della ſeconda M fig. 22., e ſucceſſivamente come la grandezza 2. K. verſo 1. C fig. 21., così ſtia parimente la grandezza M verſo la terza grandezza V fig. 22.; per farne ora delle tre ultime grandezze NMV l' equilibrio incominciaraſſi ad operare *ſecondo i documenti della Prop. 2. di queſto Trattato*, ritrovando alle due grandezze MN ſolamente il punto d' appoggio, il quale ritroveraſſi col dividere la linea DO in parti contrariamente riſpondenti a' peſi attaccatigli, e cadrà nel punto P, pel quale le ſovra deſcritte due grandezze faranno l' equilibrio. Ma dovendovi ancora inchiudere la terza grandezza V, e ritrovarvi il comune loro centro, formeraſſi un'altra libbra, alle eſtremità della quale per una parte s' applicherà la grandezza V, e per l'altra la libbra DO unitamente a' ſuoi peſi MN; oſſervata indi la proporzione, colla quale ſtanno fra di loro le grandezze alle eſtremità di detta libbra applicate colla medeſima, divideraſſi la detta bilancia, che le ſoſtiene, ma trovandoſi uguali, eſſendovene tre per parte, ſi dividerà ugualmente nel punto Y, dal quale ſaranno ſoſpeſe tutte le ſei grandezze in equilibrio, e ſe vorraſſi ritrovare il detto punto nella bilancia OV, altro non faraſſi, che dedurre dal punto Y una perpendicolare alla linea ſuddetta OV, qual cadrà nel punto X, pel quale parimente faraſſi l' equilibrio. Rivolgendoſi di bel nuovo alla fig. 21. troveraſſi alle tre ſolidità circonſcrittegli il loro proprio, e particolar centro di gravità

per

per la Propoſizione ſettima di queſto, e ſarà di 1.C in V, Tav. 2. di 2.K in X, e di 3.G in Z, ed avremo nell' aſſe Fig. 22. della figura una bilancia VZ proporzionale a quella della fig. 22., nella quale parimenti dovendoſi ritrovare il centro per equilibrar tutto il ſolido ſi dividerà *giuſta la dottrina delle Prop.* 10., *e* 12. *lib* 6. *Elem.* colle ſteſſe proporzioni la linea VZ, come fu diviſa la bilancia OV fig. 22.. E per rapportarne il ſenſo di dette propoſizioni d'Euclide ſi prenderanno le due linee OV fig. 22., ed VZ fig. 21., e ſi diſporranno ſotto qualunque angolo in O fig. 23., quindi congiunte le eſtremità TZ, colla retta ZT, ad eſſa dal punto X condurraſſi una paralella XS, quale dividerà la linea OZ in S colle ſteſſe proporzioni, colle quali fu diviſa la linea VO in X; preſa adunque la linea ZO fig. 23. s'applicherà ſulla linea VZ fig. 21., ed il punto, o centro S d' una, cadrà nel punto S dell'altra, pel quale ſoſpeſo tutto il ſolido della fig. 21. s' eleverà in equilibrio, e ſarà l'aſſe di detta figura in tal guiſa tagliato, che la parte SE, che verſo la baſe ritrovaſi, ſarà più che ſuddupla della parte SA verſo l'apice, come reſtava neceſſario dimoſtrare. Fig. 23.

Inſcrivaſi ora al detto triangolo ABC un' altra ſimile figura compoſta da due ſuperfizie rettilinee, come vedeſi FGKLIH, alla quale dovendovi ritrovare il centro, dico, che il medeſimo dividerà l' aſſe ſuo in tal guiſa, che la parte verſo l' apice ſia più che doppia della parte verſo la baſe, dove che il punto della diviſione, o vogliam dir il ſuo centro caderà in R; lo che facilmente ſi dimoſtra, ſtante che eſſendo l'inſcritta ſuperfizie HL doppia della ſuperiore FK, diſporran-

noſi

Tav. 2. noſi in tal guiſa due grandezze nella libbra DO fig. 22.
Fig. 23. e 24. come ſono MN, che colla ſteſſa proporzione s'eccedano, onde troveraſſi il loro comune centro nel punto P, come avanti dimoſtroſſi; ciò ſuppoſto dividaſi la linea XV fig. 21. nelle ſteſſe proporzioni della libbra DO per le ſovra citate Propoſizioni 10., *e* 12. *lib. 6. Elem.*, e vedraſſi cadere in R il centro dell'inſcritta figura, dal che ſi comprova quanto ſi è ſovra propoſto, che la parte RA verſo l'apice del triangolo trovaſi più che doppia della parte verſo la baſe, lo che da principio ſi è preſo a dimoſtrare.

Venendo indi alla dimoſtrazione del centro di gravità del medeſimo cadrà in una diſtanza, o punto medio proporzionale ai centri dell'inſcritta, e circonſcritta figura, o vogliam dire, che il centro ſuddetto dividerà in tal guiſa l'aſſe AE, che la parte verſo l'apice ſarà doppia di quella verſo la baſe. Imperocchè avuto riguardo alla proporzione, colla quale s'eccedono le parti del triangolo, vedraſſi come nella fig. 24. la parte IH contenga tre volte la porzione, o triangolo IAK, per il che diſpoſte in un'altra libbra fig. 25. due altre grandezze, una delle quali, cioè I ecceda l'oppoſta H in proporzione tripla, e fatto tra queſte due grandezze l'equilibrio *per la Propoſizione ſeconda*, vedraſſi cadere il punto loro d'appoggio nel punto P; quindi prodotta altrettanto la libbra, finchè la diſtanza IH s'uguagli alla diſtanza IK, ivi ſarà applicata una grandezza K quintupla della prima H, e ſaranno conſtituite in una libbra tre grandezze in tutto proporzionali alle tre inſcritte nel triangolo ABC fig. 24., dopo del che applicate all'eſtremità della libbra

LN

LN le due grandezze IH ſoſtenute nel punto P, e dall' altra parte ſe ſi farà oppoſizione colla grandezza K, e fatto nuovamente tra queſte grandezze l' equilibrio *per la ſovra citata Prop.* 2. troveraſſi il comune loro centro nel punto M, dal quale eretta una perpendicolare ſegherà la libbra ſottopoſtale nel punto O. Ciò ſuppoſto troviſi il centro di gravità al triangoletto AIK fig. 24. collocandolo nel terzo dell' aſſe proſſimiore alla baſe, come ſi è in queſta Propoſizione accennato, e parimente all' altra porzione GHBC, la quale cadrà nell' aſſe ſuddetto del triangolo ABC, uno de' quali cadrà in E, e l' altro in D. Dopo del che preſa la lunghezza ED fig. 24. porteraſſi da C in A fig. 26., e preſa la lunghezza di KH fig. 25. talmente s' addatterà per qualunque de' ſuoi eſtremi nel punto C, che faccia colla prima CA qualunque angolo, e ſarà ABC, quindi congiunti gli eſtremi A, e B colla retta BA, e preſa la diſtanza KO fig. 25. porteraſſi da C in D fig. 26., da qual punto dedotta una paralella alla ſovra menzionata linea BA, ſegherà la AC nel punto E nella proporzione della CB. Per il che preſa la diſtanza CE fig. 26. ſi porterà nell' aſſe del triangolo fig. 24. da E in F, ed ivi ſarà il centro di gravità di tutto il triangolo, eſſendoſi dimoſtrate le riſpettive grandezze tanto nel triangolo incluſe, che nella bilancia appeſe proporzionali, ed eſſendoſi pur anche dimoſtrati gli aſſi, e bilancie loro diviſi nella ſteſſa proporzione, non potrà altrimenti cadere il centro di gravità del triangolo, che nel punto E; altro per ora non reſtaci a dimoſtrare, che la linea FE nella fig. 21. indicante il centro di gravità del triangolo ABC

Tav. 2. Fig. 25. e 26.

ſia

Tav. 2. Fig. 25. e 26. ſia media proporzionale alle lunghezze ES, ed ER centri riſpettivi dell'inſcritta, e circonſcritta figura; per il che fatto raccorſo *alla Prop.* 17. *lib.* 6. *Euclide* ſi dimoſtreranno in continua proporzione le tre linee ſuddette, ogni qualvolta il rettangolo dalle eſtreme compoſto uguaglieraſsi al quadrato della media, lo che da qualſivoglia perſona ſi può vedere.

COROLLARIO.

Di qui raccoglieſi, che il centro di gravità in qualſivoglia triangolo ſempre dividerà il di lui aſſe in parti tali, che la parte verſo l'apice reſti doppia di quella verſo la baſe, come ſi era propoſto.

PROPOSIZIONE X.

Come ritrovar poſſaſi il centro di gravità ad un ſolido irregolare diviſo in varj triangoli.

Fig. 27. Sia dato il ſolido ABCDKI, al quale debbaſi ritrovare il centro di gravità, divideraſſi il medeſimo in tanti triangoli, come ne dimoſtra la figura, uno de' quali ſarà ABD, il di cui centro ſarà *per l'antecedente Propoſizione* E; dipoi venendo all'altro triangolo CBD troveraſſegli *per la detta Propoſizione* il centro, il qual ſarà G, quali centri congiunti inſieme per via della retta FG cercheraſſi nella medeſima *per i documenti della Propoſizione* 2. il comune centro, il qual ſarà H, che vale a dire, dividerà la linea FG nelle ſteſſe proporzioni de' peſi anneſſili, però contrariamente applicate, e

tutto

tutto come nella ſovra citata Propoſizione meglio ſi è dichiarato ; volgendo finalmente il penſiero ſul terzo triangolo IDK troveraſſegli nella ſteſſa guiſa il centro, qual ſarà M, che uniraſſi col punto H per via della linea, nella quale caderà neceſſariamente il centro di tutto il ſolido, quale ſarà nel punto O, per cui ſoſpeſando tutta la gravità ſuddetta equilibreraſsi, come ſi è ſin ora provato, ed eſſendo, che tutte le ſolidità poſſono participare o del rettangolo, o del triangolare, o circolare, o d'altre varie figure di queſte compoſte, o participanti, troveraſſi facilmente col preſente metodo in qualunque figura il riſpettivo centro di gravità, come ſi vede. Tav. 2. Fig. 27.

PROPOSIZIONE XI.

NE' Priſmi, o Cilindri in qualunque modo ſegati i centri delle lor gravità riſponderanno ſempre al mezzo degli aſſi loro, eſſendo ſolidità uguali in tutte le ſue parti, perciò dividendoſi in porzioni uguali gli aſſi loro, reſteranno per conſeguenza le gravità ugualmente ripartite, come nella ſeguente figura 28. ſi ſcorge appunto corriſpondere il loro centro al mezzo degli aſſi riſpettivi, come ne' punti ABC; di più aggiungo, che lo ſteſſo accaderanne, qualora ciaſcuno di tali ſolidi foſſe per elevarſi ſotto qualunque inclinazione, come vedeſi nella ſteſſa figura, ove eſſendo l'aſſe del ſolido AB diviſo per metà in D, farà colla perpendicolare DO l'angolo acuto D, ſtando in qual inclinazione ſarà parimente equilibrato, perchè nella ſteſſa guiſa divideſi ugualmente Fig. 28.

il

Tav. 2. il ſolido AB colla ſezione obbliqua OD, come ſe la
Fig. 28. ſezione foſſe rettangola all'aſſe, ogni qualvolta ciaſcuna d'eſſe paſſerà per il punto D, *come inſegna Euclide nelle Propoſizioni 26. 29. 30. 31. lib. 1. Elem.*

PROPOSIZIONE XII.

AVendo fin ora ragionato ſolamente di que' ſolidi, che ritengono uguale groſſezza per ritrovarle il proprio centro di gravità diſpoſti ſu varie figure. E come che non ſolamente quelli poſſono venire alle mani, ma moltiſſime altre, come Coni, Piramidi di diverſe baſi, Coni Parabolici, ed infinite altre ſolidità, o d'eſſe varj compoſti, de' quali ragioneraſſi quì appreſſo, e prima dimoſtreraſſi.

Come ad una data Piramide di baſſe quadrata poſſaſi ritrovare il centro di gravità per equilibrarla.

Fig. 29. SIa la data Piramide nella fig. 29. eſpreſſa pel triangolo ABC, il di cui aſſe ſia AD, nel quale cadendo il centro di gravità della Piramide, dico, che ſarà per dividere in tal guiſa l'aſſe ſovra eſpoſto, che la parte verſo la baſe ſia ſubtripla di quella verſo l'apice Qual coſa per dimoſtrare ſi ha da mettere in conſiderazione la natura di detta Piramide, e la proporzione, colla quale creſce nell'approſſimarſi alla ſua baſe. Per il che diviſo l'aſſe della ſovra enunciata figura AD in parti uguali a piacere, come nell'eſempio vedeſi diviſo in parti quattro, dappoi per i documenti della Propoſizione ottava circonſcrivanſi ad eſſa

figura

figura varie ſolidità, che s' eccedano ſecondo il taglio de' lati, o vogliam dir angoli di detta Piramide, come vedeſi nella figura dimoſtrato, dal che aſſai facilmente conoſceraſſi con qual proporzione poſſano dette ſolidità eccederſi, il qual eccesſo ſarà come i quadrati delle linee tranſverſali LM, IK, GH, EF. Eſſendo adunque la linea GH doppia di EF, ſarà il di lei quadrato per *conſeguenza del Coroll. della Prop.* 4. *lib.* 2. *Elem.* quadruplo al quadrato di EF; perciò eletta nella figura 30. la libbra DB s'applicheranno agli eſtremi d'eſſa due grandezze, che ſecondo le ſovra accennate proporzioni s'eccedano, cioè che la grandezza G appeſa in D ſia quadrupla alla grandezza H appeſa in B, alle quali trovato per la *Propoſizione ſeconda il punto d'apoggio* caderà in I. Ritornando di poi alla figura 29., ed oſſervando con qual proporzione il quadrato di IK riguardi il quadrato di EF, quello ritroveraſſi eſſer nonuplo, prolungheraſſi la libbra BD fino in C, per il qual punto ſoſpeſa una grandezza nonupla alla grandezza H, dovraſſi queſta colle due ſovra accennate equilibrare; per il che eletta nella ſteſſa figura la bilancia LK per una parte applicheraſſele la libbra DB coi ſuoi peſi affiſſi a lei G, ed H, e per l'altra parte la grandezza F, di poi fatto l'equilibrio caderà il centro nel punto N; e finalmente avuto riguardo all'eccesſo del quadrato di LM ſopra il quadrato di EF prolungheraſſi di bel nuovo la libbra CB fino in A ad uguale diſtanza, di poi in A ſoſpendaſi la grandezza E proporzionale al quadrato di LM, la la quale ſarà ſedeci volte maggiore della grandezza H. Fatto finalmente l'equilibrio tra la grandezza E

Tav. 2. Fig. 30.

Tav. 2. maſſima, e le altre tre FGH nella libbra PO ſarà
Fig. 31. il lor comune centro nel punto Q. Dopo del che trovinſi per *la Prop.* 7. li centri alla prima, ed ultima ſolidità nella fig. 29., quali caderanno ne' punti NO; dappoi trasferta la libbra AB fig. 30. in GH fig. 31. piglieraſſi la linea NO fig. 29., e collocheraſſi per uno de' ſuoi eſtremi nel punto G fig. 31. in modo che faccia colla GH qualunque angolo; unirannoſi quivi gli eſtremi di dette due linee H, ed O colla retta OH, e preſa la diſtanza PQ ovvero AM fig. 30., quella porteraſſi nella linea GH da C in S fig. 31.; dappoi dal punto S dedotta una paralella alla HO, queſta ſegherà la linea GO nel punto V, qual diſtanza GV porteraſſi nella linea ON fig. 29. da O in P, ed ivi ſarà il centro ricercato di tutto il ſolido circoſcritto alla già detta piramide ABC, eſſendo che tutte le grandezze equilibrateſi nella fig. 30. pel punto Q corriſpondono in tutto, e per tutto alle ſolidità ad eſſa piramide circoſcritte, così parimente trovandoſi le diſtanze AM, ed OP nelle due prime figure tra di loro proporzionate faraſſi manifeſto, come il punto P nella fig. 29. ſia il centro di gravità di tutto il ſolido circoſcritto, come eraſi propoſto.

Fig. 32. Inſcrivaſi ora alla detta piramide un'altra figura di ſimili ſolidi, che ugualmente, o regolarmente s'eccedano, come vedeſi trasferta l'operazione per più chiara intelligenza nella fig. 32., nella quale le tre grandezze inſcrittegli conſerveranno tra di loro le ſteſſe proporzioni, come le tre prime circoſcritte alla fig. 29.; per il che conſideratone il di loro effetto nella bilancia DB fig. 30. troveraſſi il comune loro centro nel

punto

punto V, quindi ritrovati i centri ai due eſtremi ſolidi della fig. 32., quali *per la Prop.* 7. cadranno ne' punti AB, ſi prenderanno le due linee CB fig. 30., ed AB fig. 32. quelle ſi uniranno colle eſtremità loro nell' angolo D fig. 33., quindi trasferta la diſtanza CV fig. 30. da D in E fig. 33., ed unite le eſtremità d' eſſe due linee FG colla retta GF, ad eſſa condurraſſi dal punto E una paralella, ſinchè incontri la linea DG nel punto H, ed avraſſi la linea DG ſegata nel punto H colle ſteſſe proporzioni, che vien tagliata la DF in E, *come inſegna Euclide nelle Prop.* 10., *e* 12. *lib.* 6. *Elem.*, e preſa indi la diſtanza da D in H fig. 33. porteraſſi da O in R fig. 29., ed in R caderà il centro della figura inſcritta, qual punto dividerà in tal guiſa l' aſſe, che la parte verſo l' apice ſarà piucchè tripla di quella verſo la baſe. Tav. 2 Fig. 32.

Reſtaci più ſoltanto da ritrovare il centro di gravità nella Piramide ſteſſa, o Cono che vogliam dire, per il che ſarà neceſſario anteporre alcuni Teoremi per facilitare, e conchiudere maggiormente le dimoſtrazioni ſuſſeguenti.

Tav. 2. Fig. 34.

TEOREMA PRIMO.

PROPOSIZIONE XIII.

Ogni Prisma di base triangolare divideſi in tre Piramidi uguali di base parimente triangolare.

Sia adunque dato il Prisma ABCDEF di base triangolare vestito con tre rettangoli superfizie ACDF, ABDE, BECF, dividasi qualunque d'esse colla diagonale CE, saranno i due triangoli BEC, e CEF uguali tra di loro per *la Prop.* 34. *lib.* 1. *Elem.*; per il che dico, che se sopra questi due triangoli uguali si alzeranno due piramidi d' ugual altezza, saranno tra di loro anche uguali; lo che dimostra pur anche *Euclide nella Prop.* 31. *lib.* 11. parlando de' Paralellepipedi, e la terza alzerassi sopra la base ABC, terminando tutte e tre nel punto D saranno uguali tra di loro, e la somma di tutte uguaglierassi a tutto il Prisma proposto.

Provasi quanto sovra primieramente per l'uguaglianza delle due piramidi BCDE, e CEFD d' ugual base, ed altezza. La piramide poi ABCD dimostrerassi uguale all' altra DEFC, per avere ambedue le basi uguali, cioè ABC della prima uguale alla base DEF della seconda, e l'altezza DA dell'una uguale all'altezza dell' altra, ma alla ECFD dimostrossi anche la prima BCED uguale, adunque tutte e tre sono uguali tra di loro, e compiscono l'intiera solidità di tutto il Prisma, come si era proposto.

TEO-

THEOREMA SECONDO.

Tav. 3. Fig. 35.

PROPOSIZIONE XIV.

I Coni, ed i Cilindri in tal guiſa riguardanſi tra di loro, come le piramidi, e priſmi di ſimil baſe in eſſi inſcritte, ed ogni Cono, o piramide ſarà ſempre la terza parte d'un Cilindro, o priſma, ogniqualvolta avranno la ſteſſa baſe, ed altezza.

SIa il Cilindro ADFE, nel quale ſia inſcritto il priſma quadrangolare, ed il Cono IKL, nel quale parimente ſia inſcritta la piramide IKMOL di ugual baſe a quella del priſma inſcritto nel Cilindro; dico pertanto, che come tra di loro riguardanſi le inſcritte figure, così anco riguarderannoſi i Cilindri, ed i Coni, che le contengono

Per le Propoſizioni 40. 41. *lib. 6. Elem. d'Eucl. nel Guar.* ſi dimoſtra paragonarſi due figure ſimili moltilatere inſcritte in due circoli, come i circoli ſteſſi; ma come ſono le baſi, così ſaranno le figure da eſſe baſi elevate ad uguale altezza, *come dimoſtra Euclide nella Prop.* 15. *lib.* 12., dal che ſi deduce, che come ſta il priſma inſcritto nel Cilindro verſo della piramide inſcritta nel Cono, così tutto il Cilindro a tutto il Cono. Che poi il Cono d'ugual baſe, ed altezza d'un Cilindro ſia ſoltanto la terza parte della ſolidità d' eſſo Cilindro, ſi dimoſtra, avvegnachè avendo dimoſtrato poc'anzi così ſtare il priſma al Cilindro, come la baſe del priſma al circolo, nel quale inchiudeſi, e così parimente della pira-

Tav. 3. Fig. 35. mide inſcritta nel Cono. Ma dimoſtrandoſi *per l'undecima del lib.* 5., che quelle qnantità, che colla ſteſſa ragione riguardano una terza, riguardanſi anche tra di loro. Così adunque ſarà il priſma al Cilindro, come la piramide al Cono. Adunque permutando così ſarà il priſma alla piramide, come il Cilindro al Cono. Ma il priſma *giuſta la Propoſizione antecedente* dimoſtroſſi contenere tre volte la piramide, ogni qualvolta ſieno ſopra ugual baſe, e colle medeſime altezze. Adunque parimente ſarà il Cilindro in riguardo al Cono, e lo conterrà tre volte, ciò che doveaſi dimoſtrare.

PROPOSIZIONE XV.

Fig. 36. Sia data la Piramide, o Cono, che dir vogliamo, alla quale debbaſi ritrovare il centro di gravità, e ſia tal figura eſpreſſa pel triangolo ABC, e ſia il ſuo aſſe AD, quale diviſo in parti uguali a piacere, come vedeſi in parti 4., per eſſe ſi faranno paſſare linee paralelle alla baſe BC, come ſono EF, GH, IK.

Fatto queſto, e conoſciuta la ſolidità d'un priſma, la di cui baſe ſia il quadrato della linea EF moltiplicata per l'altezza della perpendicolare del triangolo AEF, la qual grandezza, o priſma nomineraſſi M, nel quale inchiudendoſi la piramide AEF, qual nomineraſſi O, eſprimeraſſi la ſolidità del priſma per M–O, di più conoſceraſſi facilmente il valor di detta piramide dalla conoſciuta ſolidità del priſma *per la Prop. decima quarta*.

Dovendo

Dovendo indi conoſcere la proporzione, colla quale la porzione EFGH della piramide ecceda la conoſciutaſi porzione AEF, formeraſſi pur anche un priſma ſulla baſe GH, e colla altezza RA, quale nomineraſſi P, che ſarà ottuplo del priſma M, che vale a dire P ⊐ a†8 M, in cui ſe inchiuderaſſi parimente una piramide, queſta ritroveraſſi eſſere la terza parte del priſma P, ma a queſta terza parte del ſolido P, che chiameremo Q, avraſſi a ſottraere la grandezza, o piramide O, che ſarà Q–O, ed eſſendo la grandezza Q ottupla parimente della conoſciuta grandezza O, verrà, che fatta l' eſpurgazione di Q–O ſarà la grandezza Q ⊐ a†7.O. Tav. Fig. 36.

Proſeguendo con ſimil ordine formeraſſi imaginamente un priſma ſopra la baſe IK, e colla altezza TA, quale paragonato al primo M, ſarà uguale a†27.M, in cui racchiuſa parimente un' altra piramide, che dimanderemo R, e denominando tal priſma S, così potraſſi eſprimere S–R, e tal grandezza R ſarà ⊐a†27.O, dalla quale ſottratte le due grandezze ultimamente conoſciute †7.O, e †O, eſprimeraſſi la grandezza R ⊐ a†27.O–8.O, del che fatta l' eſpurgazione, troveraſſi ridotta la grandezza R ⊐ a†19.O.

Fatto finalmente ſopra la baſe BC, e coll' altezza DA un' altro priſma, nel quale inchiuſa, come fin ora feceſi una piramide ſopra la ſteſſa baſe, e terminante nella medeſima altezza, troveraſſi tal priſma, o grandezza, che chiameremo V ⊐ a†64.M, come anche la piramide, che nomineremo X ⊐ a†64.O, dalla quale avendo a ſottrarre tutte e tre le poc'anzi conoſciute

Tav. 3. grandezze componenti 27.O, in tal guisa esprimerassi
Fig. 36. il di lei valore X ⊐ a † 64.O − 27.O, lo che espurgato ci darà X ⊐ a † 37.O, come si era proposto dimostrare.

Sicchè l'eccesso della seconda sopra la prima parte della piramide sarà come 7. a 1., del terzo sul primo sarà come 19. a 1., e finalmente del quarto sopra il primo sarà come 37. a 1., dal che facilmente potrassi conoscere, e proporzionare il centro di gravità a qualunque piramide, o Cono, che ci venga proposto, come vedrassi qui appresso.

Dispongasi adesso una libbra, come nella fig. 37. divisa in quattro punti, come vedesi ABCD, e per essi affigganssi varie grandezze proporzionali alle di già ritrovate sezioni del Cono, o piramide, che vogliam dire, per il che applicata una conosciuta qualunque grandezza in A, quella da affiggersi in B sarà ⊐ a 7.A, quella di C sarà uguale a 19.A, e quella di D uguaglierassi a 37.A; quali dovendo equilibrare opereransi giusta i documenti della *Prop.* 2., talmente che il centro delle due AB caderà in E, delle tre ABC caderà il centro in F, di tutte quattro in G; dopo del che ritrovati i centri alle due estreme porzioni della piramide fig. 36., uno de' quali caderà in
Fig. 37. e 38. O, e l'altro in L, prenderassi la linea LO, e congiunta colla DA sotto qualunque angolo, taglierassi nella LO una porzione proporzionale alla DH, qual sarà LS, qual distanza presa, e rapportata da L in T fig. 36. dinoterà nel punto T nel centro di gravità di tutta la piramide, o Cono, come si era proposto.

CO-

Tav. 3.ª

COROLLARIO.

RAccoglieſi da queſto, che qualunque ſia la baſe della piramide, o Cono, ſempre ſeguiranne lo ſteſſo effetto, ſe inchiuderaſſi da un priſma, o Cilindro di ugual baſe, come anche ſe la piramide, o Cono foſſe tronca, conſiderandola come intiera, di poi facendone il diffalco di quel che manca, come nella *Prop.* 15. ſi è praticato.

PROPOSIZIONE XVI.

RItrovandoſi di diverſa figura alcuni Coni dalli ſin quì deſcritti, reſta neceſſario quivi ancora farne menzione d'alcuni, il primo de' quali ſarà quello, che in vece di terminare in punta finiſce in una linea retta, la di cui figura oſſervaſi nella Tavola 3. fig. 39., la proporzione del quale in riſpetto al Cono ſemplice ſarà come 3. a 2., o piuttoſto ſudduplo ad un Cilindro elevato nelli ſteſſi termini. Fig. 39.

Sia adunque il Cono di baſe circolare ABCD, il di cui apice termini nella linea retta EF, nel quale ſe inchiuderaſſi un priſma di baſe triangolare, queſto ſarà ſudduplo d' un altro priſma della ſteſſa altezza, e di baſe doppia *per la Prop.* 40. *lib.* 11. *Euclide*. Ma il priſma di doppia baſe, e d'uguale altezza, inchiudeſi in un Cilindro d' ugual baſe del Cono, come vedeſi nella fig. 40., ed eſſendoſi dimoſtrato *nella Prop.* 14. *di queſto* in tal guiſa paragonarſi i Coni, ed i Cilindri tra di loro, come le ſolidità moltilatere di ugual baſe in eſſi Fig. 40.

inclu-

Tav. 3. incluſe, ed eſſendoſi dimoſtrata la ſolidità incluſa nel
Fig. 40. Cono ſuddupla a quella incluſa nel Cilindro, deduceſi eſſere il Cono eſpreſſo nella fig. 39. ſuddupio del Cilindro d'ugual baſe, ed altezza, ma al Cilindro ſuddetto dimoſtroſſi ſubtriplo per la ſovra accennata *Prop.* 14. qualunque Cono terminante in un punto ſolo, ogni qualvolta foſſe coſtituito nei medeſimi termini di baſe, ed altezza, ne verrà in conſeguenza, che la proporzione, che ſaravvi tra il Cono ſemplice, e quello, che termina in una linea retta ſarà ſeſquialtera, cioè come 2. a 3.

PROPOSIZIONE XVII.

Come ad un priſma inſcritto in un Cono di tal guiſa poſſa ritrovaſegli il centro di gravità per equilibrarlo.

ASſai facilmente ritroveraſsi il centro di gravità ad un tal priſma, avvegnachè ſe ſi conſidera la di lui figura, altro non vedraſsi eſsere, che un triangolo ſolido, per lo che fatto raccorſo alla *Prop.* 9., ove particolarmente trattoſsi di tali ſolidità, ed ivi ſe ne ſciolſero i dubbj, onde baſta a quella rifferirſi.

PRO-

PROPOSIZIONE XVIII.

Tav. 5.

Data una piramide compreſa dal ravvolgimento d'una parabola, come in eſſa poſſaſi ritrovare il centro di gravità per equilibrarla, come feceſi nell' altre figure ſin ora deſcritte.

PRima però d'inoltrarſi nella dimoſtrazione di quanto ſi è propoſto fa di meſtieri anteporre due delle più principali paſſioni della parabola, delle quali ne ſiamo nel preſente diſcorſo biſognoſi, ricavandole dalla pura generazione d' eſſa parabola, e prima formaſi la parabola dalla ſezione d' un Cono paralella ad uno Fig. 41. de' ſuoi lati, come per eſempio dato il Cono ABC, la di cui baſe ſia il cerchio BDCE, nel qual cono facciaſi una ſezione paralella al lato AC, che paſſi per la linea FG, dico, che ſe dal ſovra nominato cono ſepareraſſi la porzione BDEF, e quella ſovrapoſta ad una ſuperſizie piana, imprimerà il veſtigio d' una linea parabolica, come vedeſi per la curva DMFNE, il di cui aſſe ſarà GF, e la baſe ED, quale reſterà ſempre ad angoli retti col diametro della baſe del cono BC, le di cui proprietà ſono tali, che eletta qualſivoglia diſtanza nell' aſſe della parabola GI, e pel punto I, facendo paſſare una linea paralella alla baſe ED, queſta deſcriverà nella ſuddetta parabola una ſezione, che ſarà MN; ciò ſuppoſto, dico, che ſe colla retta IN, ovvero IM formeraſſi un quadrato, e colla lunghezza GE, ovvero GD ſe ne formi un altro, avrà il maggiore verſo il minore la

ſteſſa

Tav. 3. Fig. 41. ſteſſa proporzione, che ha la linea GF verſo della FI.

Per ciò provare faremo raccorſo *alla Prop.* 35. *lib.* 3. *Elem.*, ove dimoſtraſi eſſere uguali tra di loro i rettangoli, ed i quadrati generati dalle ſezioni delle linee nel cerchio applicate, avvegnachè queſta a quella ſi riferiſce. Eſſendo adunque nella noſtra figura i circoli provenienti dalle ſezioni del cono KNLM, e BDCE paralelli, ed i diametri loro ſegati ad angoli retti dalle corde HG, e DE, formiſi colli ſegmenti BG, e GC un rettangolo, queſto ſarà *per la ſovra accennata Prop.* 35. uguale al quadrato fatto da GE, ovvero da GD, così parimenti, ſe colli altri ſegmenti KI, ed IL faraſſi un altro rettangolo, uguaglieraſſi parimente al quadrato fatto da MI, ovvero da IN, ma di queſti due rettangoli ſaranno uguali le altezze, per eſſer prodotte da ſegmenti uguali, come ſono IL, e GC, eſſendo paralelli, e conſtituiti pur anche tra due paralelle FG, e CA, avranno adunque *per la Prop.* 1. *lib.* 6. *Eucl.* la ſteſſa proporzione fra loro, come hanno le baſi IN, e GE. Lo che ſuppoſto dimoſtraſi *per la Prop.* 4. *lib.* 6. *d.*, che come ſta BG verſo della KI, eſſendo paralelle conſtituite nel triangolo BGF, così ſtarà la linea GF verſo la FI. Ma come ſta il lato del maggior rettangolo GB al lato del minore IK, così ſtarà il quadrato fatto dalla metà della corda DE, il di cui lato ſarà DG, ovvero GE verſo il quadrato fatto dalla metà dell'altra corda MN, il di cui lato ſarà MI, ovvero IN; avrà adunque *per la Prop.* 16. *lib.* 5. *Elem.* la ſteſſa proporzione il quadrato della ſemicorda del maggior circolo al quadrato della ſemicorda

del

del minore, che hanno tra di loro le due porzioni del diametro, o aſſe della parabola GF, ed FI, come aveaſi a dimoſtrare. Tav. 6

PROPOSIZIONE XIX.

Come poſſaſi deſcrivere l'ambito, o veſtigio d' una Parabola, data l' altezza dell' aſſe, e la latitudine della Baſe.

SIA la baſe della parabola AB, la quale diviſa per metà in C s' elevi dal detto punto ad angoli retti l'aſſe della medeſima CE, e dal punto E ſi condurranno due rette a punti A, e B, colle quali formeraſſi il triangolo AEB, al quale dovraſſi circoſcrivere la ſuddetta parabola. Diviſa adunque l'altezza CE in parti uguali a piacere, come per eſempio in tre, per i punti della diviſione ſovra accennata, paſſeranno rette linee paralelle alla baſe AB, come ſono FG, HI, le quali termineranno nei lati del triangolo ABE ne' punti FHIG, da poi preſa la diſtanza dal punto I ſino in D, ſi porterà ſopra la baſe AB da C in K, ed avremo due punti k, ed I, pe' quali paſſerà una retta prolungata oltre il punto I quanto fa di meſtieri, e parimente preſa la diſtanza LG, ſi trasferirà ſopra la baſe AB da C in M, e per i punti GM paſſerà di bel nuovo un' altra linea paralella all' aſſe EC, la quale prolungheraſſi quanto fa di meſtieri. Facciaſi indi partire dall'angolo oppoſto A un' altra retta linea, la qual paſſi pel punto L, prolungheraſſi fin che incontri la linea GM nel punto N, indi facendone Fig. 42.

partir

Tav. 3. partir un'altra dal detto angolo A, e paſſando per il punto D incontri la KI nel punto O, avremo per una parte varj punti, come ſono EONB, pe' quali conducendo deſtramente una curva, ſarà una ſemiparabola, lo che replicando per l'altra parte compirà tutta la parabola, come dalla figura ſi vede.

PROPOSIZIONE XX.

Come in altra guiſa poſſaſi formare una parabola circondotta per i punti, data la baſe, ed altezza.

Fig. 43. SIA data l'altezza AB, e la baſe CD, ſulle quali dobbiamo deſcrivere una parabola, dividaſi la baſe CD per metà in B, quindi eletta una d'eſſe metà, come CB, divideraſſi in parti uguali a piacere, come vedeſi nella figura diviſa in parti quattro, da poi quadrate le parti della baſe ci daranno il numero 16., ed in altrettante uguali dividaſi la determinata altezza BA, quindi dedotta dal punto F prima diviſione una paralella alla linea AB, oſſerveraſſi, che ſiccome il quadrato di 1 ſi è 1, partiraſſi nella ſteſſa guiſa dal punto E come prima diviſione con una linea paralella alla baſe CD, quale incontreraſſi colla poc' anzi condotta nel punto G. Proſeguendo indi dalla ſeconda diviſione H, eleveraſſi pur anche una paralella alla BA, e quadrata la ſeconda diſtanza, cioè 2. via 2. fa 4., partiraſſi per l'oppoſto dal quarto punto di diviſione, incominciando per A, che ſarà I, e venendo con una paralella alla baſe BC incontreremo la ſeconda H nel punto L, e finalmente dal

terzo

terzo punto k di diviſione nella baſe ſuddetta eleve- Tav. 3.
raſſi un' altra paralella alla linea BA, e quadrando Fig. 43.
pur anche la terza diſtanza, cioè 3. via 3. fa 9., incontreraſſi queſta con una normale, che provenga dal quadrato del numero 3, cioè dal nono punto di diviſione nell' aſſe AB, principiando però ſempre da A, che ſarà M, che incontreraſſi colla k nel punto N, ed avremo i punti CNLGA, per i quali ſe condurraſſi una curva, queſta ſarà parabola, che così ſi prova.

Dimoſtrammo nella Prop. 17., che i quadrati formati da varie linee paralelle alla baſe della parabola riguardanſi in tal guiſa tra di loro, come le ſezioni, che eſſe paralelle formano nell' aſſe della parabola ſuddetta, lo che ſi verifica al noſtro propoſito in queſta figura, imperocchè ſe avraſſi riguardo alla proporzione, colla quale il quadrato di GE riguarda quello di CB, che lo uguaglia ſedici volte, troveraſſi eſſere la medeſima, colla quale tutta la linea BA eccede la AE, così pur anche ſe formeraſſi un quadrato di LI, qual ſarà ſubquadruplo di quello di CB, vedraſſi nella ſteſſa guiſa, e non altrimenti la linea BA colla ſua porzione AI, oſſervandoſi lo ſteſſo in ogni altro punto, nè d' altra più facil maniera ſi ſervono gli Artiglieri nell' oſſervare gli effetti del moto di qualunque mobile, che muovaſi in linea parabolica, dividendone tutta l'altezza ſecondo la proporzione de' tempi, la quale eccedeſi in proporzione aritmetica, o come dicono alcuni, ſecondo i numeri impari, principiando dall' unità, potendoſi con tal' arte proſeguire in infinito qualunque parabola.

PRO-

Tav. 3. Fig. 44.

PROPOSIZIONE XXI.

Come ad un Corpo parabolico poſſaſi ritrovare il centro di gravità .

SIA adunque il corpo ſuddetto , che comunemente diceſi conoidale parabolico eſpreſſo per la ſemiparabola ABC , che tanto baſta per la dimoſtrazione, al quale dovendoſi ritrovare il centro di gravità, farà in primo luogo di meſtieri , dopo d' averne ritrovata la di lei ſolidità , paragonarlo in proporzione ad un ſolido , la di cui coſtruzione ſiaci di già paleſe , acciò da queſta poſſaſi dedurre una ſicura conſeguenza , per il che inſcritto in eſſa parabola il triangolo ABC , e colla ſteſſa baſe , ed altezza formatone il rettangolo ABCI , dico , che ſe di queſte due figure formeraſſene un priſma , i di cui lati perpendicolari ſieno due triangoli ROT , ed SNE , ambedue uguali al triangolo ABC nella parabola inſcritto , e gli altri tre reſtanti lati ſieno tutti uguali al rettangolo ABCI , queſto non ſolo uguaglieraſſi intieramente in riguardo alla ſolidità col corpo parabolico , ma pur anche in ogni ſua particolar parte , ogni qualvolta le ſezioni di detti due ſolidi riterranno la medeſima altezza .

Si prova , avvegnachè fatto raccorſo *alla Prop.* 59. *Trat.* 24. *del Guar. nel ſuo Euclide delle ſezioni Coniche* troveraſſi , che tutte le linee , che s' applicheranno all' aſſe della parabola paralelle alla baſe CB , ſegando nello ſteſſo tempo il rettangolo , la parabola , ed il triangolo inſieme , come ſono KV , ed FY , e qualunque

que altra di tal genere, compresane però solamente di ciascuna d' esse la parte applicata nella parabola, essere media proporzionale tra la parte compresa nel triangolo, ed il diametro, o lato del rettangolo, come vedesi nella figura la parte KM della linea KV essere media proporzionale tra KL, e KV, e lo stesso verificarsi d'ogn' altra; dal che ne siegue *per la Prop.* 17. *lib.* 6. *Euclide*, che il rettangolo formato dalle due linee estreme KV, e KL uguaglierassi al quadrato di KM, e per conseguenza i paralellepipedi sopra queste due diverse basi ad uguali altezze elevati, giusta *la Prop.* 8. *lib.* 11. *Eucl.*, come pure le quarte di cerchio inscritte nei quadrati s'uguaglieranno alle quarte d'ellissi inscritte nei rettangoli, *come insegna il Guarini nella sua Geodesia alla Prop.* 16., per il che ancora le solide quarte dei cilindri saranno uguali alle solide quarte delle ellissi in uguali altezze; dal che deducesi, che la quarta parte d'un Cilindro elevata sul quadrante KM, uguaglierassi alla quarta parte del Cilindro ellittico, la di cui base sia PQX, e così delle restanti riguardandosi sempre colla stessa proporzione tutte le solidità di tal genere in pari altezze constituite. Tav. 3. Fig. 44.

Essendo adunque, che tutte le solidità d'uguale altezza inscritte, o circoscritte alla quarta parte della Conoide ABCD s'uguagliano alli altri solidi inscritti, o circoscritti nel prisma RSNT, per il che se queste solidità si moltiplicheranno secondo qualsivoglia bisognevole moltiplicazione, accosterannosi finalmente all' ugualità d'ambe le figure, cioè che i quadranti di Cilindro compiranno la solidità della Conoide, come i paralellepipedi di base ellittica uguaglierannosi alla

Tav. 3. Fig. 44. solidità del prisma, ne siegue, che tutta la quarta parte della Conoide uguaglierassi al prisma sovra espoſto, laddove quadruplicate ambe queſte ſolidità, l'una troverassi essere l'intiera Conoide, e l'altra sarà un prisma a quella uguale, come si era propoſto.

COROLLARIO.

DI qui si raccoglie, che trovandoſi il prisma poc'anzi menzionato essere ſudduplo ad un paralellepipedo elevato ſopra ugual baſe, ed altezza, trovasi parimente ſuddupla la Conoide predetta ad un Cilindro pure d'ugual baſe, ed altezza. Ma a queſto tal Cilindro dimoſtroſſi anche ſudduplo quel cono, che finiſce in una linea retta, *come nella Prop. 16. di queſto*, ſeguiranne, che sì il cono di tal genere, che la conoide saranno seſquialteri del cono in esſe figure inſcritto ſopra ugual baſe, e con uguale altezza, per il che avendovi ancora a queſta tal conoide da ritrovare il centro di gravità, si ſerviremo della regola praticata nella Prop. 9. parlando del triangolo, per il che il prisma, di cui poc'anzi si fece menzione, che altro mai non è, che una figura ſolida, che ritiene un triangolo per baſe di uguale groſſezza in tutte le ſue parti, dal che si conchiude, che il centro di gravità nella conoide parabolica dividerà l'aſſe della medeſima in tal guiſa, che la parte verſo la baſe sia ſuddupla di quella verſo l'apice, come aveasi a dimoſtrare.

Nè

Nè diverſamente dovraſſi operare tanto ne' coni di varie ſpezie, che conoidali, quando tali figure ſi ritrovaſſero tronche, per il che agevolmente loro ſi potrà ritrovare il centro di gravità, conſiderandole intiere, deducendo poi da eſſe i loro reſidui, ogni qualvolta ſi paragoneranno a' priſmi, o cilindri di baſe, ed altezze uguali, con qual ordine troveraſſi il centro a qualunque ſolido, o ſia porzione d' eſſo, ſenza che particolarmente ſi aſſumiamo a dimoſtrare tutte le varie figure de' ſolidi, lo che ſarebbe troppo tedioſo. Tav. 3. Fig. 44.

Tav. 3. Fig. 44.

CAPO II.

Dei varj effetti, che cagionano i ſolidi, ogni qualvolta collocati ſull' orizzonte, che vale a dire ſul lor proprio centro, nell' averli da quello a rimovere, ſecondo i quali effetti, precedente la cognizione delle loro riſpettive cagioni addurraſſene il motivo nelle ſeguenti dimoſtrazioni.

NON evvi al certo dubbio veruno, che diverſi ſieno per eſſere gli effetti, che ſeguono dal ſollevar in alto un ſolido, al rimoverlo ſolamente, avvegnachè nel ſoſpendere, ſoſtenere, o equilibrare un ſolido nell' aria richiedeſi altrettanta gravità, quanta è quella dello ſteſſo ſolido, ovvero una gravità, ſebben minore, che abbia però momento uguale alla reſiſtenza del grave, che ne vien ſoſtenuto; ma nel grave appoggiato ſull' orizzonte ſcema la reſiſtenza in ſuddupla proporzione al ſuo peſo, per il che dovrà pur anche nella ſteſſa guiſa ſcemare la forza da applicarviſegli nel rimoverlo, le quali coſe andremo ſcoprendo qui appreſſo.

PRO-

PROPOSIZIONE XXII.

Tav. 4. Fig. 45.

Come poſſaſi dal proprio centro rimovere un cubo, ſenza ſollevarlo nell' aria, ma ſolamente roveſciarlo.

Sia dato il ſolido ABC, il quale trovandoſi ſull' orizzonte BC, ed avendoſi da quello a rimovere, dico, che ſarà neceſſario in primo luogo equilibrarne la di lui reſiſtenza, di più aggiunto alla forza qualche benchè piccolo peſo, ſarà ſenza dubbio per ſuperarne la reſiſtenza, la quale ſarà ſuddupla al proprio peſo.

Suppongaſi per più chiara intelligenza ritenere il ſolido ABCD gradi 10. di reſiſtenza, e per conſeguenza di peſo, il quale per eſſere d' uguale groſſezza, e ſolidità in tutte le ſue parti troveraſſegli corriſpondere il di lui centro di gravità al mezzo appunto d' eſſo ſolido, ſicchè collocato eſſo grave ſopra il piano BC, appoggieraſſi ugualmente, e premerà tutto il piano ſottopoſtogli. Abbiaſi ora una grandezza in F ſuddupla al peſo del ſuddetto ſolido, colla quale ſia ſtabilito di equilibrarlo, diſpoſta queſta ad una eſtremità d' una ſtanga FB, che ſottopoſta per l' altro ſuo eſtremo B al ſolido coll' ajuto dell' appoggio G corriſpondente al mezzo d' eſſa ſtanga, equilibreraſſi il ſolido in tal guiſa, che ſe alla grandezza F aggiungeraſſi una benchè menoma forza, ſarà ſufficiente a rimovere dal proprio ſito il ſolido ABCD.

Per lo che dimoſtrare ripigliato lo ſteſſo ſolido ABCD ſi collocherà ſull' orizzonte CD fig. 46., quindi Fig. 46.

Tav. 4. Fig. 46. ſottopoſtegli due leve, o bilancie di braccia uguali FHD, ed EGC, alle eſtremità delle quali F, ed E ſieno applicate due gravità, che contrappeſino ciaſcuna la metà del ſolido ABCD, è manifeſto, che ogniuna d'eſſe gravità troveraſſi ſuddupla del peſo di tutto il ſolido, ſe ambedue lo equilibran tutto, dal che facilmente ſi conoſce, come il peſo di detto ſolido dividaſi metà per parte, lo che ci dà motivo, e certezza nello ſteſſo tempo d'affermare, eſſere la reſiſtenza ne' ſolidi collocati ſull'orizzonte, che eſercitano nell'eſſere rimoſſi, o roverſciati, ſuddupla al proprio loro peſo, come ſi era propoſto.

PROPOSIZIONE XXIII.

Come poſſaſi con una piccola forza equilibrare, o vincere una qualunque reſiſtenza, che ſia d'eſſa forza di gran lunga ſuperiore.

Fig. 47. SIA dato il ſolido A, il quale avendo per eſempio gradi 12. di peſo, ne abbia per l'antecedente 6. di reſiſtenza, e debbaſi muovere non con altro, che con una forza di gradi 3. ſuddupla alla reſiſtenza, o ſubquadrupla al peſo, dico ciò non oſtante, che ſe collocato il peſo, o forza in C di gradi 3. all'eſtremità d'una leva, divideraſſi queſta in tal guiſa, che i bracci reſtino proporzionati tra di loro, come ſta il peſo, o forza in C verſo la reſiſtenza di A farſi tra queſte due varie grandezze l'equilibrio, a ſegno che ſe alla forza in C aggiungeraſſi un minimo peſo, ſupereraſſi con queſto la reſiſtenza di A.

Facil-

Facilmente ſi può dimoſtrare quanto ſi è ſovra propoſto, avendo pria d'ora *nella ſeconda Prop. di queſto* fatto vedere, che peſi diſuguali fanno l'equilibrio, allora quando ſaranno conſtituiti in bilancia di braccia proporzionali contrariamente applicate, per lo che manifeſtaſi quivi l'evidenza, avendo la forza in C ſuddupla alla reſiſtenza A, divideraſſi in tal guiſa la leva CB, che la parte verſo C partendo dal ſoſtegno D ſia doppia di quella verſo B, incominciando dallo ſteſſo punto d'appoggio D, dal che ne ſiegue, che quanto manca alla forza in C per equilibrarſi colla reſiſtenza A, tanto eccede il braccio CD ſopra del braccio DB, per il che aggiunto al peſo in C qualunque minimo grave ſarà ſufficiente a rimuovere tutto il ſolido A, che in gravità ſarà quadruplo al peſo poſto in C, e ſempre collo ſteſſo ordine potraſſi procedere, qualora con minor peſo ſi deſideraſſe ottenere il medeſimo effetto, cioè che nella ſteſſa proporzione, con che una forza riguarda una reſiſtenza, potrannoſi contrariamente diſporre i bracci della leva, le ragioni, e motivi de' quali effetti furono aſſai diſtintamente eſpoſti nella ſuddetta Propoſizione ſeconda, alla quale mi riferiſco. Tav. 4. Fig. 47.

Tav. 4. Fig 48.

PROPOSIZIONE XXIV.

Con qual forza poſſaſi rimovere un qualunque ſolido poſto in diverſe inclinazioni.

SIA adunque il ſolido, di cui s'agiſce eſpreſſo pel quadrato ABCD fig. 48., il quale collocandoſi in diverſe inclinazioni, come per gli altri quadrati CGEF, e CKIH ſi dimoſtra, dico, che il peſo, o forza da applicarſi per equilibrare la reſiſtenza di detti ſolidi diminuirà con doppia proporzione di quella, colla quale ciaſcuna di dette ſolidità uſcirà dalla perpendicolare CI, dedotta dal punto d'appoggio C.

Dalla cognizione della reſiſtenza d'un ſolido, e della gravità, o momento, che ricercaſi avere un peſo nell' equilibrarla, ſtando tal ſolido ſull' orizzonte, come poc' anzi oſſervoſſi, e dalle reciproche proporzioni, colle quali ſi riguardano dette reſiſtenze, e forza, le quali azioni intenderannoſi ſempre inalterate, cioè, che ſi eſercitino ſempre colle medeſime leve, avvegnachè in quel caſo cangieria intieramente natura, e condizione il noſtro propoſito, dedurraſſi certamente la proporzione della forza, o peſo da applicarſi nell' equilibrare la reſiſtenza. Ma avendo dimoſtrata *alla Prop. 22. di queſto* eſſere la reſiſtenza d'un ſolido nel venire dall' orizzonte rimoſſo ſuddupla alla di lei gravità, ricercaſi per conſeguenza nell' equilibrarla una forza, che per eſſere uguale alla reſiſtenza del ſolido, ſia anche ſuddupla in peſo al ſuddetto ſolido.

Elevato

Elevato adunque il solido nella prima inclinazione. Tav. 4. come vedesi in CGFE, uscirannе una parte del medesimo ACG fuori della perpendicolare CI, che troverassi per conseguenza fuori del suo centro in tal guisa, che per equilibrarla devesi dedurre dal solido uguale quantità, ma per più chiaramente dimostrare tal cosa, diremo, che tutto il solido in tal maniera inclinato CGEF sarà ⊐ alla grandezza O, per il che la parte GAC del medesimo, che trovasi fuori del centro sarà uguale ad un' altra grandezza B, che dedotta dalla prima O, sarà il residuo O–B, che dovrebbesi equilibrare, quando la grandezza B fosse troncata affatto dalla grandezza O, ma essendo a quella unita, e trovandosi, come abbiam detto fuori del centro, ne siegue, che impiegherassi ugual porzione alla grandezza B presa dalla grandezza O–B per equilibrarla, talchè vedrassi il solido ⊐ alla grandezza O–2.B, trovandosi, che la grandezza B non solo più non resiste, ma opera come forza per distruggere, ed annientare la resistenza, dal che si conosce, che trovandosi una parte d'un solido fuori del suo centro, mancare in esso solido la resistenza in doppia proporzione di quella quantità, che trovasi fuori del centro, adunque scemando la resistenza nel solido, sarà pur anche per scemare la forza nell'equilibrarlo, ed essendo la proporzione della forza verso la resistenza sempre uguali, dovendosi far l'equilibrio si può conchiudere, che scemando nel solido in doppia proporzione la resistenza, sarà pur anche in tal guisa per diminuire la forza da applicarvisi, come si era proposto. Fig. 48.

Nè

Tav. 4. Nè più ſarà per eſſervi dubbio veruno in convenir
Fig. 48. di tal coſa, ſe fatto rifleſſo all' altra inclinazione del ſolido CKIH, oſſerveraſſi, che la metà del medeſimo trovandoſi fuori della perpendicolare CI, ſtarà tutto il ſolido in equilibrio tale, che una minima gravità, o forza ſarà ſufficiente a muoverlo; ſicchè non ſolo la reſiſtenza in eſſo ſolido ſcema in proporzione di quella parte d'eſſo, che trovaſi fuor del ſuo centro, ma in proporzione doppia, dimoſtrandovi eſſere quivi affatto eſtinta la reſiſtenza, abbenchè il ſolido ſovra accennato non troviſi, che per la ſua metà fuori del centro.

COROLLARIO.

DA queſto ſi conoſce di quanta neceſſità ſia la diligenza, ed attenzione, che devono avere i Capi Maeſtri nell'eſeguire le muraglie, acciocchè ſieno ſul loro centro, ed evitare quanto ſi può le inclinazioni d'eſſe, eſſendo che mancavi allora la reſiſtenza in eſſe muraglie in doppia proporzione di quella parte, che è fuor del piombo della baſe.

PROPOSIZIONE XXV.

Fig. 49. NON ſempre però avviene, che per conoſcere, e ritrovare la reſiſtenza d'un ſolido poſſiamo ſervirſi d'una leva, come è quella ſin ora dimoſtrata coll' aiuto d'un legno, o ſtanga, ma dovendo il più delle volte far impeto contro dello ſteſſo ſolido per rimoverlo, conſidereremo quivi altrimenti praticata la forza della leva,

leva, prendendo per leva la baſe del ſolido, e per contralleva l'altezza del medeſimo, preſa però dal punto, ove s'applica la forza, all'ingiù venendo verſo la baſe, formandoſi ne' lati dello ſteſſo ſolido una leva zancata, come dimoſtrammo *nella Propoſizione terza di queſto*, ſecondo qual contralleva può la forza aquiſtare più, o meno impeto, come ſiamo per dimoſtrare qui appreſſo. Tav. 4. Fig. 49.

Sia dato il ſolido ABCD fig. 49. poſto ſull'orizzonte CD, quale dovendo rimovere dal detto ſito, o dovendone ricercare la reſiſtenza ſenza l'aiuto d'alcuna leva, dico, che applicandoſi nel punto B una forza uguale alla reſiſtenza del ſuddetto ſolido, faraſſi pur anche l'equilibrio ſervendoſi delli due lati del ſolido CD, e BD per leve. Lo che ſi dimoſtra, ſe ſuppoſto il ſolido ſuddetto ritenere gradi 12. di peſo, ridurraſſi *per la Prop. vigeſima ſeconda* ſoltanto in gradi 6. di reſiſtenza, per il che ſe fatto impeto nel punto B con una forza di gradi 6. ſarà equilibrata la reſiſtenza nel ſolido, formandoſi l'appoggio nel punto C, ſicchè ſe minimo ſarà il peſo da aggiungerſi alla forza ſovra accennata, ſarà baſtevole a roverſciare il ſolido, ovvero che ſe applicheraſſi un grave E parimente di gradi 6., quale attragga con direzione rettangola il ſolido ſuddetto, come dalla figura ſi vede, queſto equilibrerà pur anche la reſiſtenza del ſolido, dalle quali coſe ſi può chiaramente dedurre, che lo ſteſſo aiuto, che ci può preſtare una leva nel movimento d'un ſolido, poſſiamo pur anche ricavare dai lati del medeſimo, trovandoſi anche in queſta guiſa l'effetto della leva, abbenchè diverſamente praticata, non eſſendovi nel

ſolido

Tav. 4. ſolido altra ripugnanza all'eſſer dal ſuo luogo rimoſſo, che quella della propria gravità.

PROPOSIZIONE XXVI.

Come poſſaſi riconoſcere la reſiſtenza, che ritengono varj ſolidi a diverſe altezze elevati.

Fig. 50. SIA il ſolido della figura 50. EFGH di doppia altezza della ſua baſe, il quale dovendoſi rimovere, intendaſi applicata una forza nel punto F, per il che avremo la lunghezza FH per leva, e la lunghezza HG per contralleva, ciò non oſtante dico, che la forza poſta in F dovrà eſſere uguale alla reſiſtenza di tutto il ſolido, nè eſſere la maggior lunghezza della leva ſopra della contralleva baſtevole ad alterarle in verun modo il valore, ritrovandoſi creſcere nella ſteſſa guiſa la mole nel ſolido, come aumentaſi la lunghezza della leva a ſegno tale, che trovandoſi un priſma, o Cilindro, che nel quadrato della ſua baſe abbia gradi 6. di reſiſtenza, elevandoſi a doppia altezza creſcerà colla ſteſſa guiſa pur anche in eſſo la reſiſtenza; trovandoſi adunque di tal natura il ſuddetto priſma, che richiedendo una forza ſuddupla al ſuo peſo per equilibrarlo, queſta ſi collocherà nel punto F; ma ſiccome nella libbra rettangola FHG formata co'lati del priſma trovaſi doppia la proporzione de' bracci, come poc' anzi oſſervoſſi, ſeguiranne *giuſta la Prop. ſeconda di queſto*, che la forza poſta in F avrà doppio momento. Sicchè avendo il ſolido EH gradi 12. di reſiſtenza, alla quale deeſi contrapporre ugual forza, ſi ſpingerà contro del

detto

detto punto F con un peso di gradi sei congiunti con altri sei, che aquistansi a motivo della lunghezza FH doppia di HG, renderassi al peso I di gradi 6. doppio momento, dovendosi in questi casi sempre considerare la forza se trovasi assoluta, o composta, assoluta intenderassi una forza quando esercita il suo valore soltanto per via del proprio peso, e composta sarà quella, quando uniransi anche in conto col peso la lunghezza della leva, col mezzo della quale essa forza cresce di valore, o momento, secondo le quali cause molto si possono alterare gli effetti, come vedremo in appresso. Tav. 4. Fig. 50.

COROLLARIO.

DI qui ricavare dovriasi, che conosciuta la resistenza d' un prisma nel quadrato della sua base, che vale a dire facendogli forza in un tal punto, che la leva, e contralleva s' uguaglino tra di loro, e per conseguenza la forza nell' equilibrarla, se detto prisma si elevasse a qualunque altezza possibile, sempre dalla stessa non alterata forza saria equilibrato, ogni qualvolta s' applicherà al punto più sublime della di lei altezza, ritrovandosi che la forza sempre crescerà di momento in virtù della maggior leva, come il prisma cresce di resistenza.

Non così però accade, qualora ricercasi superare la resistenza d' un solido, non facendoli forza nella sommità, ma bensì in qualsivoglia altro punto, e chiaramente dimostrerassi tal cosa, se fatta osservazione sul solido KLMN, che ritenga gradi 12. di resistenza, la di cui altezza sia a piacere, come quivi ritrovasi Fig. 51.

doppia

Tav. 4. Fig. 51. doppia della ſua baſe, dico, che ſecondo i varj punti, in cui può applicarſi la forza, dovrà creſcere, o ſcemare il di lei momento, in modo che la forza compoſta s'equilibri colla reſiſtenza.

Diviſa adunque l'altezza NL del priſma in parti uguali nel punto O, ſeguiranne, che trovandoſi l'altezza LN doppia della baſe NM, ſarà sì la lunghezza LO, che l'altra ON uguale alla baſe MN, per il che conſideriſi quale debba eſſere la forza da applicarſi in O per ſuperare la reſiſtenza di tutto il priſma LM, nel quale la leva ON uguagliaſi, come abbiam viſto di ſopra alla contralleva MN, e per conſeguenza oſſervaſi, che la detta forza ſarà aſſoluta, non ricavando alcun vantaggio dalla leva, dal che ne ſiegue, che il peſo Q eſprimente la forza, dovrà uguagliarſi in gravità alla reſiſtenza del priſma di gradi 12., non uguale però ricercheraſſi una forza per conoſcere la reſiſtenza del ſuddetto ſolido, che s'applicaſſe nel punto S, avvegnachè trovandoſi la leva NS ſeſquialtera della contralleva NM, dovrà eſſere compoſta parte dal peſo, e parte dall'aiuto di leva, per il che i gradi 12. neceſſarj nel punto O non ci ſon biſognevoli nel punto S, ma bensì ſoltanto 9., preſtandoci gli altri tre reſtanti l'eccesſo SO della leva SN ſopra della NM, e tutto, come *nella Propoſizione* 2. della ſemplice leva.

Ma quando il punto, in cui deveſi applicare la forza, ſi trovaſſe più baſſo del quadrato della baſe dello ſteſſo priſma, come nel punto R, allora ſi applicherà una forza, che ſarà compoſta dalla reſiſtenza del ſolido, e dalla proporzione del braccio, imperocchè ritrovata una forza, che equilibri la reſiſtenza del priſma,

ma, quella dovrà essere di gradi 12., considerandola assoluta, ma dovendola applicare nel punto R, ove vedesi la leva RN essere sudduplа della contralleva NM, per il che aggiungeratsi alla forza di gradi 12. il suo sudduplo, che sono gradi 6., che applicati in R equilibreranno tutto il prisma, dalle quali cose si può conoscere, come la maggior, o minor lunghezza della leva operi in riguardo al momento d' un peso nell' equilibrare un prisma, imperocchè se nel punto R la forza deve avere gradi 18. di momento, proporzione sesquialtera alla resistenza di gradi 12., questo si è a motivo, che la leva RN trovasi sudduplа della contralleva NM, per il che congiunta la lunghezza RN colla NM, tutta la MR sarà sesquialtera della MN. Nel punto poi O la forza uguaglieraſſi alla resistenza, come abbiamo dimostrato di sopra, e questo a cagione, che il peso trovasi avere momento assoluto, operando pel punto O, in cui la leva ON uguagliasi alla contralleva MN, e questo è per se evidente *per la Prop.* 1., *e* 3. *di questo Trat.*. Nel punto poi S rendesi la forza composta dal proprio peso, e dalla differenza de' bracci, ove trovandosi la lunghezza SN pur sesquialtera della contralleva NM, crescerìa nella stessa proporzione il peso, onde avendone del superfluo, sarà necessario il scemarlo, essendo che la forza applicata in O se si ponesse in S avria momento di gradi 18., ma non avendone che 12. da equilibrare nel prisma, proporzioneraſſi in tal guisa il momento della forza, che uguagliſi a gradi 12., sicchè collocati gradi 9. nel punto S di peso assoluto, si renderà il momento loro uguale a gradi 12., crescendo in virtù

Tav. 4. Fig. 51.

della

Tav. 4. della lunghezza SO ſubtripla della lunghezza SN per
Fig. 51. li reſtanti gradi 3., proporzione appunto ſubtripla dei gradi 9., come ſi è avanti dimoſtrato.

COROLLARIO.

DI qui raccoglieſi, che qualora vorremo conoſcere la reſiſtenza d'un priſma, contro del quale ſi applichi una forza in qualſivoglia punto, queſta ſi eſprimerà ſempre come forza aſſoluta, eſſendoſi dimoſtrato poc'anzi, che quantunque ſieno alterate le forze in varj punti applicate, non può alterarſi il loro momento, come nella preſente figura, abbenchè ſia vero, che la forza poſta in L ſia ſoltanto neceſſaria di gradi 6. per equilibrarne 12., ciò non oſtante il di lei momento uguagliaſi a gradi 12. per virtù della doppia leva, e così d'ogni altra forza applichevole in qualunque altro punto, dal che potraſſi pur anche dedurre, che il momento di qualunque forza baſtevole ad equilibrare un ſolido, abbenchè ſia compoſta, uguaglieraſſi ciò non oſtante all' aſſoluto momento d' un grave, che l' equilibri in uguali leve.

Fig. 52. E che ne ſia il vero oſſerviſi nella fig. 52. la libbra ABC, il di cui ſoſtegno ſia B, che ritenga i lati BA, BC uguali, non avravvi dubbio veruno *per i documenti della Prop.* 3., che ſe alle di lei eſtremità s' applicheranno due gravità uguali traenti in angolo retto di detti bracci, faranno l' equilibrio, ma ſe poi la gravità ſoſtenuta in C ſi trasferiſce in D, allora non ſolamente non ſi potranno più equilibrare, ma tanto queſta ſupererà la gravità poſta in A, quanto la lunghezza

ghezza DB trovaſi maggiore di BA, dal che ſi cono- Tav. 4
ſce, che il grave poſto in A non ritiene più quel mo- Fig. 52.
mento, che aveva in riſpetto alla propria reſiſtenza, ma che tanto ne perde, quanto la lunghezza DB ſupera la BA, come per eſempio ſe equilibrandoſi due gravità ne' bracci uguali BA BC, ciaſcuna di queſte riteneva gradi 12. di reſiſtenza aſſoluta, trasferendone una da C in D faſſi manifeſto, o che queſta acquiſta valore in proporzione della maggior lunghezza della leva, la quale trovandoſi ſeſquialtera alla CB, ovvero BA avrà forza di gradi 18., o che la gravità ſoſtenuta ſcema in ſimil proporzione di peſo riducendoſi a gradi 8., e così parimente trasferendo la ſteſſa gravità da D in E, e trovandoſi la lunghezza EB doppia di BA, ſarà evidente, che o il momento del grave poſto in E creſce il doppio del ſuo natural valore, o che il momento del grave poſto in A ſcema la metà. Creſcendo adunque il grave poſto in E con momento doppio, ſarà biſognevole nel punto A doppia forza, la quale ſarà di gradi 24. uguale al doppio di 12. poſta in E, ovvero, che diminuendo il ſolido poſto in E per la metà del ſuo peſo ridurraſſi ad operare con gradi ſei di valore, che avendone 12. da equilibrare dovraſſi augumentare per il doppio di ſe ſteſſo, cioè altrettanta gravità, che concorre cogli ſteſſi effetti di prima, per il che ſi conchiude, che colla ſteſſa proporzione dell'allungamento del braccio un ſolido, o vogliam dir gravità acquiſta momento, o che l'altra oppoſta lo perde, le quali coſe comparate fra loro trovanſi ſempre uguali.

Tav. 4. Fig. 53.

PROPOSIZIONE XXVII.

Date due gravità equilibrate in una bilancia, come poſſanſi in eſſa ritrovare due altri punti nella ſteſſa bilancia, in cui novamente affiſſe le dette gravità formino l' equilibrio.

SIa la bilancia IFM, alle di cui eſtremità IM ſieno applicate due gravità, che facciano tra di loro l' equilibrio, dico, che in niun altro punto di detta bilancia novamente s' equilibreranno, ſe non ſaranno i bracci della medeſima diviſi nelle ſteſſe proporzioni tra di loro, come ſi trovano queſti due, IF, ed FM, cioè con eguale corriſpondenza de' bracci, lo che è manifeſto, avvegnachè uniti gli eſtremi della libbra MI colla retta IM, avremo un triangolo FIM, di poi ſe ſi vorrà trasferire il peſo da I in H, e ſegare il braccio FM in un tal punto, in cui trasferta la gravità dal punto M ſia di bel nuovo equilibrata, ſi condurrà dal punto H una paralella alla IM, queſta ſegherà la linea FM in L in tal guiſa, che FL avrà la ſteſſa proporzione verſo FM, come la linea FH verſo FI, come inſegna Euclide *nelle Prop.* 10., *e* 12. *lib.* 6. *Elem.*, e così proſeguendo ſi ſegherranno ſempre i bracci della leva proporzionatamente, come doveaſi dimoſtrare.

PRO-

PROPOSIZIONE XXVIII.

Tav. 4. Fig. 54.

Come, ed in qual punto graviti più un ſolido appoggiato ſu d'una bilancia.

Sia la bilancia CAB, ſull'eſtremità della quale ſiavi il ſolido DB, dico, che il total momento del medeſimo graviterà nel punto E in riſpetto alla lungezza della leva BA, in prova del che ſoſpeſo pel punto E il ſuddetto ſolido BD, come ci rappreſenta la figura, nulla più graviterà in tal guiſa, che ſe vi foſſe collocato al diſsopra, abbenchè la libbra AE ſia prolungata ſino in B, e quantunque ſia vero, che quella metà del ſolido, che ſoprappoſta trovaſi alla linea EB, come più rimota dal centro graviti più dell'ordinario, trovaſi pur anche dall'altra parte, che la reſtante metà gravita di meno, onde compenſando l'eccesſo col manchevole troveremo eſſere uguale il momento del ſolido tanto nel collocarlo ſulla leva,come nell'applicarlo a quello pel punto E, abbenchè la libbra EA troviſi minore della libbra AB.

Conoſciute tutte queſte dimoſtrazioni ſi faremo ad eſporre quale, e quanta ſia la reſiſtenza d'un ſolido contro varie forze in più d'un punto applicategli, per lo qual ſolido intenderaſſi un muro, il quale debbaſi opporre alla forza di qualche terrapieno, o contro qualunque gravità, come ſono Archi, Volte, ed altre ſimili forze, che per lo più ſpingono all'incontro de' muri, ed acciocchè queſti ſieno baſtevoli per contrapporſi a ſimili forze, addurraſſi quivi in appreſſo

Tav. 4. un metodo facile di proporzionare in tal guisa un muro
Fig. 54. per abilitarlo ad una determinata resistenza, e nello stesso tempo di non eccedere in soverchia, ed inutile spesa, come ben soventi nella struttura di certe fabbriche si prova, o che mancano in resistenza, onde poi le medesime veggonsi d' indi a poco minacciare rovina, o se pur stanno in piedi, è che trovasi una eccessiva, e soverchia grossezza ne' muri, d'onde ne nasce una inutile spesa, alle quali cose nelle osservazioni seguenti porgerassi l' opportuno rimedio.

PROPOSIZIONE XXIX.

Dato un solido, o muro elevato a doppia altezza della sua base, contro del quale sieno applicate due forze in due diversi punti, la somma delle quali ecceda la di lei resistenza, ricercasi in che modo possasi accrescere la resistenza in esso solido per abilitarlo contro le due forze suddette.

Fig. 55. Sia adunque dato il solido, o muro ABCD fig. 55., la di cui altezza sia doppia alla sua larghezza, o vogliam dir base, contro del quale sia applicata una forza in E, che sia bastevole per equilibrare la metà di tutto il solido, cioè la di lui parte EC, nella quale supposti gradi 8. di resistenza ricercherassegli una ugual forza applicata in E per equilibrarla. Siali poi di bel nuovo applicata nel punto B un' altra forza, che da per se sola sia sufficiente d'equilibrare tutto il solido ABCD, la di cui resistenza sarà di gradi 16., ma avuto riguardo alla differenza delle due leve, cioè

dei

dei lati dello ſteſſo ſolido, vedraſſi *giuſta la Prop 26.* dover eſſere la forza da applicarſi in B gradi 8. di momento aſſoluto, che aumentandoſi per la maggior lunghezza del braccio, creſcerà in proporzione del medeſimo, cioè in proporzione doppia; ſicchè il momento compoſto della forza poſta in B ſarà di gradi 16.. Congiunti adunque i momenti d'eſſe forze, e radunati ambedue in uno, applicheraſſi queſto all'incontro del punto E, dove ſeguiranne la ſteſſa azione della forza ſopra la reſiſtenza, come diſſopra; e che ne ſia il vero, che altro mai evvi di momento aſſoluto nelle due forze diſgiunte poſte in B, ed E, ſe non che gradi 16., intanto poi il lor momento compoſto s'uguaglia a gradi 24. per virtù della leva, come *nella già accennata Prop.* 26. dimoſtroſſi, a ſegno che ſarà la ſomma della forza ſeſquialtera alla reſiſtenza, laddove ſe una tal forza s'applicherà nel punto E, queſta ſenza dubbio opererà nella ſteſſa guiſa, come le avanti deſcritte forze ſeparate, e diſgiunte ne' punti B, ed E. Tav. 4. Fig. 55.

Proveraſſi tal coſa, ſe conſiderando nei lati del ſolido CD, e DB eſſervi una libbra rettangola, il cui punto d'appoggio ſia D, e la leva DC abbia per contralleva la lunghezza DB doppia, non evvi dubbio, *giuſta la Prop.* 3., che il peſo poſto in B, abbenchè ſuddupplo di quello poſto in C lo equilibri, eſſendoſi fatto vedere, che quanto manca nella diſuguaglianza de' peſi, tanto eccede la lunghezza de' bracci, in prova del che ſe dalla leva DB ſegheraſſi una porzione uguale alla leva CD, qual ſia BE, e dovendo applicare una forza in E, che equilibri lo ſteſſo grave poſto in C, ſarà neceſſario accreſcere nel punto E la

Tav. 4. Fig. 55. gravità colla ſteſſa proporzione, con cui ſcema il braccio della leva, talmente che trovandoſi la lunghezza DE ſuddupla di DB, dovrà creſcere la forza poſta in E di doppio valore per uguagliarſi a quella poſta in C: adunque nell'applicare le forze in varj punti per inveſtigare la reſiſtenza d'un ſolido, ſi diſporranno ſempre in tal guiſa, che il momento loro s'equilibri colla reſiſtenza, ovvero ſe di quella trovaſi o maggiore, o minore, o aſſoluta, o compoſta non dovrà mai alterarſi, che in quel caſo ſarà indifferente lo applicarlo in qualſivoglia punto ſenza variarne gli effetti.

Ritornando poi a conſiderare quale ſia la reſiſtenza del ſolido in riſpetto alla forza, che ſe gli oppone, la quale avendoſi dimoſtrata ſeſquialtera, ben ſi comprende di quanto manchi la reſiſtenza per contrapporſi alla forza, per il che fatto raccorſo *alla Prop.* 2. troveraſſi; che per abilitare la reſiſtenza nel ſolido ſarà biſognevole allungarne la baſe, nella ſteſſa guiſa che la forza eccede la reſiſtenza, onde prolungata la baſe del ſolido in modo che tutta ſia verſo la baſe DC, come l'eccesſo della forza verſo la reſiſtenza, cadrà il punto, o eſtenderaſſi tal baſe ſino in F, che in tal maniera il ſolido ABCD ſarà reſiſtente contro la forza poſta in E, corriſpondendoſi contrariamente i bracci, come ſi trovano i peſi.

Ma trovandoſi, che coll'allungamento della baſe abbiſognaci accreſcer pur anche il ſolido, ne viene, che introdurreſſimo ſoverchia reſiſtenza, non avendo altro in penſiero, che d'equilibrare puramente la forza, che ci viene propoſta, non eſſendo coſa praticabile

bile il potere in un ſolido aumentarne la baſe, ſenza che ſopra della medeſima s' accreſca la mole, e conoſcendo eſſere tale aggiunta di mole inutile, e ſoverchia, abbiſognerà proporzionare in guiſa tale la larghezza della baſe, che la reſiſtenza, cha mancaci, ſia compoſta dall' aggiunta di mole, e dall' allungamento di braccio, come era neceſſario dimoſtrare. Tav. 4. Fig. 55.

Stante qual coſa apparentemente ſi vede, che dovriaſi dividere la diſtanza CF per metà in O, talmente che tutta la baſe foſſe DO, perchè allora parrebbe, che la lunghezza CF foſſe compenſata colla mole AO, lo che ſenza dubbio avverrebbe, ſe il ſolido foſſe da ſoſtenerſi nell' aria, ma eſſendo queſto collocato ſull' orizzonte, la metà della mole AO ſarà quella ſoltanto, che accreſcerà di reſiſtenza nel muro BO, dal che ſi ſcorge, che la reſiſtenza non viene baſtevole per compenſa della troncata lunghezza OF, riſpondendo il centro di gravità del ſolido AO alla metà giuſtamente della baſe CO; per lo che accommodare altro mezzo non ſarà più opportuno, che il prendere tra le lunghezze CF, CO la media proporzionale CQ, ſino alla quale dovraſſi produrre il ſolido, che allora la reſiſtenza aggiunta per la nuova ſolidità QA colla maggior lunghezza del braccio CQ, s' equilibreranno giuſtamente colla forza ſovra propoſta.

Per maggiormente dimoſtrare tal verità convertiraſſi la Propoſizione in queſta guiſa: ſia la reſiſtenza nel ſolido BQ di gradi 24., come ſi è poco fa dimoſtrato, la quale agiſca pel punto E, ed ora ſi ſcemi la forza ſuddetta applicata nel medeſimo punto E, e da gradi

Tav. 4. Fig. 55. 24., che si proposse, riducasi a gradi 16., sul qual riflesso dimostreriasi la resistenza nel solido BQ soverchia, la quale dovendosi ridurre al giusto valore, col mezzo del quale s'equilibri la forza predetta, osserverassi in primo luogo con qual proporzione si riguardino i due numeri 16., e 24., e colla stessa divideressi la base DQ nel punto R, lasciandone da R in D due terze parti, sulla qual lunghezza, o vogliam dir base dovriasi costituire il solido, che equilibrasse la forza posta in E, ma osservandosi, che la forza, e resistenza abbenchè conosciute uguali, affinchè conservino sempre ugual valore, resta necessario, che esercitino il momento loro coll'ajuto d'uguali leve, lo che vedesi all'opposto nella figura, ritrovandosi la lunghezza DR minore della lunghezza DE, per il che o resta bisognevole trasferire la forza da E in S, ovvero ingrandire la base da R in C, ma la forza si è costituita, e considerata immutabilmente fissa nel punto E. Adunque saremo in dovere di dilatare la base fino in C, la qual larghezza riconverrà appunto colla prima proposta, dal che si conosce quale sia la corrispondenza, che trovasi tra queste converse proporzioni, imperciocchè laddove primieramente il solido ABCD mancava di resistenza, onde fummo in dovere d' accrescergli la porzione AQ; in secondo luogo ritrovandosi il solido BQ eccessivo in resistenza per la minorata forza supposta in E riducesi al primiero stato, nel quale erasi presunto uguale a gradi 16. di forza.

PRO-

PROPOSIZIONE XXX.

Tav. 4. Fig. 56.

Come dato un ſolido, o muro equilibrato contro una forza, poſſaſi quello accreſcere in altezza ſenza alterarne la reſiſtenza.

Sia dato il ſolido ABCD equilibrato ſulla baſe DC tra la reſiſtenza, e forza, che ſe gli poſſa applicare, ma dovendo queſto accreſcere ſecondo l'altezza DE, cioè coll'aggiunta del ſolido ABEF oſſervaſi, che creſcerà pur anche in eſſo la reſiſtenza in proporzione ſuddupla del peſo, come *per la Propoſizione* 22., ma non dovendo quella alterare, ricercheraſſi in primo luogo un ſolido, il quale ſia d'ugual mole del primo ABCD, e che ſia contenuto tra l'altezza DE, il quale avrà *per la Prop.* 44., *e* 45. *lib.* 1. *Eucl.* la baſe DH, il qual priſma abbenchè uguale in ſolidità al primo, non riterrà però uguale reſiſtenza per avervi abbreviata la leva DC ſino in H, per il che ſcemerà la reſiſtenza nella ſteſſa proporzione, che la linea DH ſcema dalla DC, laddove ſarà neceſſario ritrovarvi una baſe tale, che tra eſſa, e l'aggregato del peſo, che ſeco porta, ritenga momento uguale a quella forza, che equilibravaſi col ſolido poc'anzi deſcritto ABCD, per il che tra le lunghezze DH, e DC prenderaſſi la media proporzionale DI, queſta ſarà la baſe, ſopra la quale elevato un ſolido IE conterrà uguale reſiſtenza, come il ſolido ABCD, lo che era neceſſario dimoſtrare.

Ma

Tav. 4. Fig. 56. Ma se il solido EI equilibrato sulla sua base ID dovesse trasformare in un altro, la di cui altezza fosse solamente AD, conservata però la resistenza ridurrassi in primo luogo il rettangolo EDIL esprimente il profilo del solido in un altro uguale per le sovra accennate *Prop.* 44., *e* 45.. *lib* 1. *Elem.*, che sarà AMDN, che pur anche a motivo dell' accrescimento di leva da I in N crescerà in esso la resistenza in proporzione di detta lunghezza IN, ne siegue, che avremo la suddetta resistenza superiore alla forza, laonde altro non avrassi ad operare, che il prendere tra le due lunghezze DI, e DN la media proporzionale DC, e su questa elevato un solido ABCD, sarà d' ugual resistenza, come l' altro ELDI, abbenchè di diversa base, ed altezza; dal che si conosce come siavi il converso della Proposizione, imperciocchè laddove data la poc' anzi esposta altezza AD, e volendolo elevare fino in E taglierassi in tal guisa la base DC in I, che il solido contenuto tra la larghezza DI, ed altezza DE sia uguale in resistenza all' altro costituito tra la altezza AD, e larghezza DC, quivi per lo contrario dimostrasi, come data, e conosciuta la resistenza del solido ELDI possasi la medesima conservare con alterarli l' altezza, e la base, per la qual cosa dimostrossi primieramente, che la base DI dovesse ritrovarsi media proporzionale tra la base DC del solido ABCD, e la base DH del solido EDOH al primo uguale in mole, ma non in resistenza, così in secondo luogo dimostrerassi, che la base DC del solido ABCD troverassi pur anche media proporzionale tra la base DI del solido DIEL, ed all' altra DN del solido AMDN, all' opposto ELDI uguale in

mole,

mole, e ſuperiore in reſiſtenza, dal che ſi vede, co- Tav. 4.
me le quattro linee, o baſi DH, DI, DC, DN ſieno in continua proporzione, come ſi vede la linea DC trovandoſi media tra la DI, e DN trovaſi terza proporzionale tra la DI, e DH, come ſi era preſo a dimoſtrare.

PROPOSIZIONE XXXI. Fig. 57.

Dato un ſolido, la di cui altezza ſia tripla della di lei baſe, contro del quale ſieno applicate tre forze in tre diverſi punti, la ſomma, o momento loro compoſto ecceda in doppia proporzione la reſiſtenza d' eſſo ſolido, ſi ricerca, come debbaſi abilitare il ſuddetto ſolido alla reſiſtenza, e quale debba eſſere l' accreſcimento della di lei baſe.

SIa adunque il ſolido, o muro, di cui s'agiſce eſpreſſo ne' termini ABCD, la di cui baſe ſia CD, ed altezza DB, quale ſia tripla d'eſſa baſe, che dividendoſi in tre parti uguali ne' punti FG abbia ad oppoſi ad una forza applicatagli nel punto F, che ſia baſtevole per equilibrare la porzione FD d'eſſo ſolido, collocatane indi un'altra ſimile nel punto G, queſta equilibrerà la porzione GD del medeſimo ſolido; e finalmente conſtituitane un'altra uguale in B, queſta pur anche equilibrerà tutto il ſolido AD; le quali tre forze radunate in un ſol punto, ed applicate in F ſupereranno la reſiſtenza del ſuddetto ſolido in doppia proporzione, la quale per abilitare *giuſta i documenti della Prop.* 2. dovrebbeſi allungare la baſe ſino in E, talmente

Tav. 4. Fig. 57. mente che le leve EC, CF per dove ſono affiſſi peſi diſuguali contrariamente riſpondanſi tra di loro; ma eſſendoſi provata tal coſa inpraticabile *per la Prop. 29.* ritroveremo un ſolido da contrapporli, il di cui momento ſia compoſto parte dalla lunghezza della leva, e parte dal peſo aggiunto, talmente che la ſomma d' ambedue s'uguaglj all'eccesſo della forza ſopra della reſiſtenza.

Se l'apparenza alcune fiate non ingannaſſe l'aſpettativa, parrebbe coſa molto proſſima al veriſimile di fare un compoſto d'allungamento di braccio, e d'aggiunta di peſo, talmente che il valor d'ambidue foſſe baſtevole ad equilibrare la forza poſta in F, lo che ſembra, che ben converrebbeſi il dividere la lunghezza ED per metà in K, quindi ſulla baſe CK ergere il ſolido, di cui ſi tratta, avendo con queſto in penſiero, che per quanto manca la lunghezza della leva abbiaſi a ſoſtituire l'aggiunta di peſo, qual rifleſſo ſenza dubbio non ſaria per ammettere eccezione alcuna, qualunque volta ſi trattaſſe de' ſolidi elevati nell'aria, ne' quali faſſi la compenſa del peſo colla lunghezza di leva, o piuttoſto della leva coll' aggiunta di gravità, ma conſiderandone diverſo l'effetto, mentre che ſi fece vedere, che nei ſolidi collocati ſull' orizzonte diviene la reſiſtenza ſuddupla al peſo, ſeguiranne, che l' aggiunta di leva DK colla metà del peſo ſu tal baſe elevato, al che appunto riduceſi il ſuo valore, non ſaranno baſtevoli ad agguagliare il valore della leva DE, ma bensì aſſai inferiori, e ſe vorraſſi abilitare tal ſolido, in modo che equilibrare ſi poſſa colla conoſciutaci forza poſta in F, prenderaſſi

raſſi tra le lunghezze DK, e DE la media proporzionale Dd, queſta ſarà la baſe, ſulla quale eleveraſſi un ſolido, che avrà uguale reſiſtenza alla forza poſta in F. Tav. 4. Fig. 57.

In prova del che convertito l'argomento, e ſuppoſto il ſolido abile a reſiſtere contro la forza ſin ora eſpoſta, ſituata in F, la quale forza dovendoſi ſminuire in proporzione ſuddupla, ed a queſta dovendoſi proporzionare la reſiſtenza nel ſolido, in guiſa che non ſia ſoverchiamente applicata, ſembra più che evidente il dover ſcemare dal ſolido ſuddetto la metà della mole, lo che ben con ragione ſaria per ottenere il ſuo effetto, ſe il ſolido in vece di eſſere ſull' orizzonte applicato, doveſſe eſſere maneggiato nell' aria, ma avendo quivi fatto più volte vedere non andare la reſiſtenza colla mole del pari, ne viene in conſeguenza, che troncata la metà della baſe, che prima eraſi propoſta Cd, e ridotta a CM, non ſarà più abile un ſolido ſu queſta baſe elevato a reſiſtere alla forza poſta in F, abbenchè ſiaſi pur anche ſminuita della ſua metà. Qual coſa abbenchè appaja lontana dal vero, ciò nulla oſtante ſe ſi eſamineranno le cauſe, ſi ſvelerà allora la ragione, avvegnachè colla lunghezza dC, che vale a dire col ſolido di ſimil baſe facevaſi reſiſtenza alla prima forza poſta in F, e ſe un ſolido ſulla baſe CM, che è ſulla metà della prima elevato, non ha la reſiſtenza ſuddupla al primo, queſto ſi è, a motivo che le leve, e contralleve non ſono fra di loro nella ſteſſa ragione, a ſegno che ſe vorraſſi in tal ſolido ritrovare la reſiſtenza poſta in F, altro non deveſi operare, che di traſmutare la

forza

Tav. 4. forza posta in F nel punto N, ma avendola prima
Fig. 57. d'ora supposta immobile, e fissa in detto punto F, non potrassi l'assoluto valore della medesima riconoscere, avendo la leva FC una contralleva disuguale CM. Facciasi adunque la base del solido uguale alla lunghezza CF per conoscere il momento della forza assoluta posta in F, e vedrassi tale lunghezza convenire appunto colla DC, che prima erasi stabilita per base del solido DA, la resistenza del quale sul principio della Proposizione dimostrossi suddupla alla forza posta in F, che è quello, che si cercava.

PROPOSIZIONE XXXII.

Come conservar possasi la resistenza in un muro, cambiandone la figura.

Fig. 58. Sia adunque il muro, o prisma ABCD equilibrato sulla propria base CD contro qualunque forza, ma dovendo cambiare la figura d'esso solido, e ridurla triangolare, come ben soventi avviene nell'aver da fare li scarpamenti delle muraglie nelle Fortezze, o per sostener terrapieni, ed altri simili pesi, faremo in primo luogo un triangolo rettangolo, che s'uguagli al paralellogrammo ABCD, questo dovrà avere per conseguenza *della Prop.* 42. *lib.* 1. *Elem.* doppia base, ed uguale altezza, laonde porterassi la base CD da D in F, e sarà il triangolo ACF d'ugual mole, ma non trovandosi in esso triangolo uguale resistenza, come si è visto per il passato per la maggior lunghezza della leva, ma superiore, troverassegli pur anche tra

le

le due lunghezze CF, e CD la media proporzionale CH, ſulla quale ſe ſi elevaſſe il triangolo ACH, queſto ſarebbe ugualmente reſiſtente, come il rettangolo ABCD, in prova del che ſiaci propoſto il triangolo ACH equilibrato con una qualunque reſiſtenza, il quale debbaſi ridurre in un rettangolo uguale di reſiſtenza, che queſto convertirà l'altra parte; per il che ridotto in primo luogo un altro rettangolo uguale in mole, o ſolidità al triangolo ACH, queſto avrà *per la ſuddetta Prop.* 42. *lib.* 1. la baſe CI ſuddupla della baſe CH, ma per trovarvi in eſſo rettangolo uguale reſiſtenza abbiſogneravvi parimente ritrovarli tra le due diverſe baſi CI, CH la media proporzionale CD, che converrà giuſtamente colla baſe di quell'iſteſſo ſolido, che eraſi ſul bel principio ſuppoſto equilibrato contro qualunque forza, dalla qual coſa ſi può pur anche dedurre, che le diverſe baſi CI, CD, CH, CF ſieno in continua proporzione, e che le figure di ſimil genere ad uguale altezza elevate ſieno reſiſtenti nella ſteſſa guiſa, che riguardanſi i quadrati delle lor baſi, cioè a dire, così eſſere la reſiſtenza del triangolo ACH verſo quella del triangolo ACF, come il quadrato della baſe CH verſo quello della baſe CF, come pur anche tale eſſere la reſiſtenza del rettangolo ſulla baſe CI verſo quello, la di cui baſe ſia CD, come il quadrato di CI verſo il quadrato di CH. Tav. 4. Fig. 58.

Tav. 4. Fig. 58.

COROLLARIO.

DA qui si raccoglie l'utilità, che ci presta lo scarpamento d'una muraglia in riguardo alla resistenza, avvegnachè la medesima mole ridotta in forma triangolare a modo di scarpamento cresce in resistenza secondo la proporzione della maggior lunghezza della base, ovvero rendendo un muro in scarpa, molto meno s' avanza di materia nella costruzione d' esso, operando in sua vece la lunghezza della medesima base, come si è visto poc'anzi, d'onde ne viene, che in siti, ove potrassi formare la scarpa del muro, sarà vantaggioso il praticarla, ricavando dalla stessa solidità resistenza maggiore, oppure da minor solidità una resistenza uguale, ciò, che intendeasi dimostrare.

PROPOSIZIONE XXXIII.

Come possasi equilibrare la forza, che spinge un muro, ogni qualvolta essa forza trovasi sesquialtera alla resistenza d' esso muro.

Tav. 5. Fig. 59. SIa il solido, o muro ABCD fig. 59., contro del quale debbasi applicare una forza sesquialtera alla di lei resistenza, alla quale dovendosi per altro opporre, siamo per riconoscere di quanto debbasi accrescere la solidità d'esso muro, affinchè possasi equilibrare colla sovra nominata forza. Prolungherassi adunque la di lei base CD fino in Q, talmente che tutta la CQ sia della CD sesquialtera, ma essendosi dimostrata

nella

nella Prop. 28. eccefſiva d'un ſolido la reſiſtenza contro una forza propoſta, qualora eſſo ſolido ſi ergeſſe ſulla baſe CQ avverranne, che per determinarne la giuſta ſolidità dovraſſi in tal guiſa proporzionare la baſe, che il ſolido ſu eſſa elevato contenga in ſe ſteſſo uguale reſiſtenza, cioè reſiſtenza ſeſquialtera a quella, che preſentemente racchiude. Diviſa adunque l'aggiunta lunghezza DQ per metà in D, ed elevato ſulla baſe CP, ed altezza CA il ſolido CS, queſto dovrebbe eſſere ſeſquialtero in reſiſtenza al ſolido CB, avendovi in ſurrogazione della lunghezza aggiunta alla baſe PQ ſoſtituita la ſolidità DS; ma avendo inoltre più volte fatto vedere, che la reſiſtenza dell'aggiunto ſolido DS trovaſi ſoltanto ſudduplа della mole, ne ſiegue, che con tutto queſto non ſarà ancora il ſolido CS abbaſtanza capace di reſiſtere alla forza propoſta. Per abilitare il ſuddetto ſolido a tal ſegno, prenderaſſi tra la lunghezza DP, e la DQ la media proporzionale DR, ſulla quale elevato il ſolido all'altezza di PS farà reſiſtenza maggiormente del primo CB in proporzione ſeſquialtera. Ma ſe queſto tal muro in vece di farlo rettangolo, voleſſeſi fare in ſcarpa, ridurraſſi in primo luogo il rettangolo RB in un triangolo uguale contenuto nella medeſima altezza, il quale per *le Prop.* 41., *e* 42. *lib.* 1. *Elem.* avrà doppia baſe, ſicchè ſarà il triangolo ſuddetto BDO, nel quale trovandoſi la reſiſtenza maggiore del biſognevole per la ſola lunghezza di baſe, nulla contando ancora la ſolidità aggiunta del triangolo ſuddetto, dovremo in tal guiſa proporzionare la baſe d'eſſo triangolo colla ſolidità del rettangolo, che Tav. 5. Fig. 59.

Tav. 3. Fig. 59. deveſi in eſſo trasformare, che a proporzione dell' accreſcimento di baſe debba ſcemare di ſolidità, lo che di bel nuovo potraſſi ottenere, ſe tra le diverſe baſi del rettangolo DR, e del triangolo DO ricaveraſſi la media proporzionale DQ, ſulla quale eretto il triangolo BDQ, ſecondo quello formeraſſi la ſcarpa al muro reſiſtente al biſogno.

Per eſtrarne da queſta Propoſizione la verità dimoſtreraſſi tal coſa per converſione di ragione in queſto modo, cioè che propoſto il muro ABCQ di reſiſtenza ſeſquialtera al ſolido ABCD, dal quale dovendo dedurre tanta ſolidità, ſicchè la reſiſtenza d'eſſo uguagliſi di bel nuovo a quella prima, che dimoſtroſſi eſſere nel ſolido ABCD, trasformeraſſi di nuovo il triangolo aggiunto BQD in un rettangolo uguale *per le ſovra addotte Prop.* 41., *e* 42. *lib.* 1. *Elem.*, qual ſarà PB, in modo che tutto il ſolido ſia CS, abbia la baſe CP. Dividaſi adeſſo la detta baſe in parti cinque uguali, deducendone tre per troncare dalla mole la porzione ſeſquialtera aggiuntavi, reſteravvi un ſolido ſulla baſe CV, il quale dovrebbe ridurſi abile ad una forza ſottoſeſquialtera a quella, alla quale opponeaſi il ſolido RA, ma queſto tal ſolido non ſcemando nella ſteſſa guiſa di valore, o vogliam dir di reſiſtenza, come ſcema di mole (ſiccome nell' accreſcimento ſuo neppure accreſcevaſi in proporzione dell' allungamento di braccio, ma bensì in ſuddupla proporzione al detto allungamento), ne avverrà, che la lunghezza CV colla aggiuntali ſolidità ſarà diminuita in proporzione compoſta dalla diminuzione di peſo, e dalla minor lunghezza del braccio, le quali due deduzioni non conſervano

vano la medeſima proporzione tra di loro, ma la diminuzione del peſo trovaſi ſeſquialtera del ritaglio della baſe, quale diviſione dovrà proporzionarſi, talmente che poſſaſi compenſare la ſolidità con la forza, per il che preſa tra le due lunghezze PC, CV la media proporzionale, quella porteraſſi per baſe del ſolido ricercato, la quale converrà appunto colla CD, che prima fu ſtabilita uguale ad una forza ſottoſeſquialtera di quella, di cui ſul principio trattoſſi. Tav. 5. Fig. 59.

COROLLARIO.

DA quanto ſi è ſinora dimoſtrato raccoglieſi, come la leva conſervi in diverſi caſi la ſteſſa natura, abbenchè diverſamente applicata, eſſendo da eſſa dipendenti tutti gli effetti paſſati, eſſendoſi pria d'ogni altra coſa ſempre oſſervata la proporzione, colla quale tra di loro riguardanſi la forza da applicarſi contro d'un ſolido, e la reſiſtenza, che contener debba eſſo ſolido per equilibrarla, ſecondo le quali ſi ſono proporzionate le varie leve, quali tutte oſſervazioni potranno praticarſi, qualora i ſolidi ſaranno elevati a piombo ſull' orizzonte, e che le gravità ſpingeranno con direzione rettangola ai lati dei medeſimi ſolidi. Quanto poi ſia per avvenire nei ſolidi collocati ſu piani inclinati, ovvero che le forze da applicarviſi non ſpingano con direzione rettangola, dimoſtreraſſi qui appreſſo.

Tav. 5. Fig. 60.

PROPOSIZIONE XXXIV.

Come ſcemi la reſiſtenza de' ſolidi poſti in varj piani inclinati nell' eſſer rimoſſi verſo la loro propenſione, e pel contrario come quella s' accreſca, qualora debbanſi rimovere all' oppoſto della loro declinazione.

SIa adunque dato un ſolido AC poſto ſull'orizzonte AM, nel qual ſolido ſii ſerrata, ed inchiuſa una sfera, o palla di materia qualunque peſante, talmente inſcritta al ſolido predetto, che non ſi poſſa in quello da ſe muovere in ſorte veruna, (e che la caſſetta, che ſi ſuppone diafana nell' iſteſſo tempo ſarà conſiderata come nulla peſante, per meglio potere appoggiare il ragionamento,) qual ſolidità in tal guiſa compoſta dovendo eſſere dal ſuo ſito rimoſſa, facendogli forza in C, faſſi ſubito manifeſto *per la Prop. 22. di queſto*, che richiederaſſi una forza tale nel detto punto C, che s' uguagli alla totale aſſoluta reſiſtenza della ſolidità predetta. Ma ſe queſta tolta da ſull' orizzonte AM, è trasferta ſu dell' inclinata DM, EM, o FM, dico, che dovendola rimovere da detti piani verſo del punto M, la forza da applicarſegli all' incontro, ſtando ſu qualunque di detti piani inclinati, ſcemerà verſo la total forza, che ſe gli applicherebbe, ſtando ſull' orizzonte in doppia proporzione di quella, che ſcemano gli angoli di ciaſcuno di detti piani inclinati colla perpendicolare BM nel punto M, concorrenti verſo dell'angolo retto AMB.

In

In prova del che ripongasi il solido DC uguale al solido AC sull' inclinato piano DM, e per sapere di quanto scemi la di lei resistenza, eleverassi dall' angolo H una perpendicolare all'orizzontale AM, la quale segherà dal solido suddetto la porzione LCK, questa oltre di non contenere resistenza veruna, equilibrerà un peso uguale a se stessa, *come dimostrossi nella Prop.* 24., altro non restavi a far vedere, se non che l' angolo LHC formato dalla perpendicolare LH sia in tal guisa proporzionato verso l' inclinazione del piano DM, come sta l'angolo DMA verso l' angolo retto AMB, lo che manifestasi in primo luogo, per trovarsi i due angoli DHL, e DMB uguali tra di loro, trovandosi angoli alterni, laonde i rettilinei proporzionali segati ad angoli uguali conserveranno sempre la stessa proporzione fra loro *per la Prop.* 17. *lib.* 5. *Elem.*; di più se osservasi anche la proporzione, colla quale la sfera contenuta nel solido HT scema di resistenza, la quale vedrassi essere subdupla, ne seguirà essere l'angolo LHC subquadruplo dell'angolo del solido CHD, in virtù del che se nel piano abbisognavanci gradi 10. di forza per muovere il solido AC, nel piano inclinato DM non vi saranno più necessarj che cinque, ed all' opposto dovendolo rispingere all'insù, la forza nell'equilibrarlo richiederassi sesquiquarta all' assoluta resistenza d'esso solido. Tav. 5. Fig. 60.

Nè altrimenti seguiranne, qualora il solido fosse collocato sull'inclinata EM, avvegnachè dedotta dal punto K una paralella alla BM, questa sarà KL, che dividerà il solido EQ per mezzo, laonde *per la Prop.* 24. sarà in esso estinta la resistenza, avendolo a rimovere verso del punto M, ma se per l'opposto della

Tav. 5. Fig. 60. ſua inclinazione doveſſeſi ſullo ſteſſo piano EM far riſalire il ſuddetto ſolido EQ, la forza allora richiederiaſi ſeſquialtera a quella, che lo moveſſe nell'orizzonte, e così ſucceſſivamente, conoſcendoſi, che nel piano inclinato FM il ſolido FO non vi ſi potrebbe arreſtare, ma bensì moveriaſi con impeto verſo del punto M, trovandoſi la di lei energía nel muoverſi ſuperiore alla reſiſtenza, avverranne, che per ſolo arreſtarlo abbiſogneravvi una forza, che ſia ſovra particolare triparziente quarta della forza aſſoluta, neceſſaria a rimovere un tal ſolido ſull' orizzonte, da quali tutte coſe ben ſi comprende, come la reſiſtenza ne' ſolidi ſituati ſu varie inclinazioni de' piani ſcemi in proporzione degli angoli, che ciaſcuno di detti piani forma coll' orizzontale in riguardo all' angolo retto, come pel converſo dovendoli far forza all'oppoſto della loro propenſione, ſarà la forza da applicarſegli in proporzione della ſomma dell' angolo retto unitamente all' angolo, che ciaſcuno di detti piani forma coll'orizzontale, come dimoſtroſſi dover eſſere la forza da applicarſi al ſolido FO ſovra particolare triparziente quarta, e queſto a motivo, che la ſomma dell'angolo retto BMA, unitamente all' angolo FMA trovaſi anch' eſſa nella ſteſſa proporzione verſo dell' angolo retto, così appunto la forza da applicarſi all'incontro del ſolido EQ per farlo riſalire ſarà ſeſquialtera dell'aſſoluta di lei reſiſtenza, e queſto a cagione, che la ſomma dell' angolo retto, unitamente all' angolo EMA, formato dall'inclinata EM trovaſi ſeſquialtera d' ogni angolo retto, onde ſi fa luogo a conchiudere quanto ſovra ſi propoſe, cioè che la reſiſtenza nei ſolidi, qualora

lora ſi trovano poſti ſui piani inclinati, ſcemi in proporzione degli angoli d'inclinazione de' piani ſuddetti, qualunque volta la propenſione loro ſarà verſo il punto M, e per l'oppoſto creſca, dovendoli far riſalire al roverſcio in proporzione dell'eccesſo di ciaſcuno di detti angoli ſull'angolo retto, come ſi è dimoſtrato. Tav. 5.

COROLLARIO. Fig. 61.

DI qui raccoglieſi, che i ſolidi, o muri, ogni qual volta ſaranno di maggior altezza della loro baſe, ſcemerà la reſiſtenza loro in proporzione compoſta dell'angolo, che fa l'inclinazione del piano coll'orizzontale, e dell'altezza del ſolido verſo la di lei baſe, quali proporzioni raccolte in una ſola s'uguaglieranno alle varie ſezioni della baſe ſuperiore, come nella fig. 61., eſſendo il muro, o ſolido ABCD ſituato ſul piano inclinato CD, per qual motivo abbia maggior propenſione verſo C, che verſo D, la reſiſtenza in eſſo ſcemerà *per virtù della Prop.* 24. in doppia proporzione di quella parte AEC di ſolido, che reſta da eſſo diviſa per la perpendicolare CE dal punto C eretta; ma ſe oſſerveraſſi eſſere il triangolo AEC ſudduplo *per la Prop.* 41. *lib.* 1. *Elem.* d'un rettangolo formato colla medeſima baſe, ed altezza, qual ſarà il rettangolo AECF, ſeguiranne reſtarvi ſoltanto nella ſolidità ſuddetta la reſiſtenza della di lei parte EBFD. Ma il ſolido EBFD ſta verſo del ſolido ABCD, come la baſe EB verſo la baſe AB *per la Prop.* 1. *lib.* 6. *Elem.*; adunque la riſpettiva reſiſtenza nel ſolido ſcemerà nella ſteſſa proporzione, colla quale reſta diviſa la baſe, lo che uniformaſi col detto *di*

Tav. 5. *Vittruvio al cap.* 8. *lib.* 2., ove condanna come ſoggetti al precipizio il mettere nella ſtruttura d' un muro i materiali non in piano.

Fig. 62. Nè diverſamente ſarà per avvenire nel ſolido eſpreſſo per la fig. 62. GHIK, ſtando ſull' inclinato KI, in cui la reſiſtenza ſcema in proporzione della baſe, o linea LH verſo della linea GH, nulla oſtando quivi la maggior, o minor altezza del ſolido, avvegnachè ſempre nella ſteſſa guiſa o ſcema, o creſce la ſezione della baſe ſuperiore, come maggiore, o minore ritrovaſi l'altezza del ſolido, come è manifeſto.

Fig. 63. ## PROPOSIZIONE XXXV.

Con qual proporzione ſi riguardino tra di loro varj peſi applicati all' eſtremità di molte leve, quali ſieno poſte ſotto diverſe inclinazioni.

Sia la leva rettangola ABC fig. 63. di braccia uguali, il di cui punto d'appoggio ſia B, nell'eſtremità della quale pongaſi il grave D; è per ſe manifeſto, come anche *per la Prop.* 3., che per equilibrare tal gravità dall'oppoſto punto A ſaravvi neceſſario collocare nel medeſimo un' altra gravità, o forza uguale a quella poſta in C, eſſendo sì la leva CB, che contralleva BA uguali in lunghezza, ma ſe ſtando la BA immobile, e trasferta la leva CB in diverſe altre inclinazioni, come in EB, FB, e GB colla medeſima gravità applicatavi alle loro eſtremità EFG, ſi varierà allora in ciaſcuna di dette inclinazioni il momento del grave, cioè a dire ſcemerà nelle ſuddette inclinazioni l'energia del

del grave nella ſteſſa proporzione, colla quale le linee KB, LB, MB ſcemano dalla linea CB. Tav. 5. Fig. 63.

Si prova non oſtante le uguali lunghezze di leve BE, BF, BG, eſſendo che non in riſpetto alla lunghezza loro ritengono i peſi il proprio momento, *come nella Prop.* 3., ma bensì in riguardo alla diſtanza, che trovaſi il grave dal centro, o punto d'appoggio B, la qual diſtanza eſprimeſi per quella linea, o filo, pel quale reſta il peſo attaccato; adunque potraſſi accertare, che dovendo ſoſtenere il peſo H, uguale al peſo D, affiſſo all'eſtremità E della leva EB con una forza poſta in A, avrà queſta la ſteſſa proporzione verſo la gravità del ſolido H, come ha la linea KB verſo la BC, così parimente ſe vorraſſi equilibrare la ſteſſa gravità ſoſpeſa in F, dovrà l'oppoſta da porſi in A ritenere quella proporzione verſo la gravità del ſolido poſto in F, come ritiene la lunghezza BL verſo della lunghezza BC, e così finalmente per equilibrare lo ſteſſo ſolido pel punto G ſoſtenuto, ſarà la forza da contraporſegli in A verſo di quella ſteſſa reſiſtenza, come la linea BM verſo della BC.

E non ſoltanto queſte quattro dimoſtrate inclinazioni di leve avranno tal proporzione verſo la propria gravità del ſolido, ma qualunque altra, per motivo di cui ne naſca maggiore, o minore lunghezza, ogni qualvolta nella ſteſſa diſtanza ſia conſtituita, eſſendo chiaro, che la ſteſſa forza poſta in A ſe ſolleva un ſolido poſto in G, ſarà pur anche baſtevole a ſoſtenerlo, qualora foſſe appeſo in N, in O; oppure in M, trovandoſi ſempre la diſtanza MB uguale, ſeparando però ſempre dalle ſuddette leve, la loro propria gravità,

Tav. 5. vità, quale come poſſaſi mettere in conto unitamente a'peſi, dimoſtreraſſi qui appreſſo. Dal che conchiudeſi col Galileo, che le forze eſercitano il momento loro in riſpetto alla lungezza delle leve, alle quali ſono applicate, quali lunghezze s'intendono ſempre ad angoli retti colla perpendicolare, cioè a dire per quello ſpazio, od intervallo, con cui l'azione della forza ſi diſcoſta dal centro, come ſi è ſinora operato.

Fig. 64.

PROPOSIZIONE XXXVI.

Come poſſaſi equilibrare l' impeto, o reſiſtenza di due diverſe gravità, una delle quali muovaſi per la perpendicolare, e l' altra per l' inclinata, qualunque ſiaſi la di lei inclinazione.

AVanti però d'inoltrarſi nella dimoſtrazione di quanto ſovra, premetteraſſi il preſente Lemma, per lo quale intendaſi la linea AB perpendicolarmente eretta ſopra l'orizzontale BD, di poi dalla ſublimità A ſi facciano partire varie linee in più maniere inclinate, terminanti nell'orizzonte, come AI, AL, AC, AD, dico, che un ſolido qualunque ſcendendo per la perpendicolare AB eſerciterà l'impeto ſuo totale, non così però ſeguiranne, ſe diſcendeſſe per l'inclinata AI, ove troveraſſi l'impeto aſſai minore, e ſucceſſivamente ſarà per diminuire in ogni altra inclinazione, qualora le medeſime più s'accoſteranno all'orizzontale. Qual impeto, momento, o reſiſtenza ſcemerà in caduna di dette inclinazioni nella ſteſſa proporzione degli angoli, cioè a dire, che il momento d'un grave diſcendente

per

per l'inclinata AL ſarà in proporzione di quello, che eſſo grave ritiene nella perpendicolare AB, come ſta l'angolo interno BLA formato dall'orizzontale BL, e dall'inclinata LA verſo dell'angolo retto ABL, e così in ogni altra di dette inclinazioni, e queſto a motivo, che camminando un mobile per un piano inclinato, parte d'eſſo mobile gravita ſul detto piano, e parte inclina al proprio centro, qual diminuzione d'impeto, o energía del mobile nel ſcendere al baſſo, ſiccome trovaſi del tutto eſtinta nell'orizzontale BD, ove il mobile ſtaſſene indifferente tra il moto, e la quiete, e non ha per ſe ſteſſo propenſione di muoverſi verſo alcuna parte, preme detto orizzonte coll'aſſoluta ſua gravità, eſſendo impoſſibile, che un grave, o compoſto d'eſſo muovaſi naturalmente all'insù, diſcoſtandoſi dal comun centro, verſo del quale conſpirano tutte le coſe gravi, così reſta impoſſibile, che ſpontaneamente ſi muova, ſe con tal moto non s'approſſima al ſuddetto comune centro; onde ſopra l'orizzontale, che quivi intendeſi per un piano ugualmente lontano dal centro, nullo ſarà l'impeto, o momento di detto mobile; per il che il detto piano ſoffrirà l'aſſoluta, e totale gravità del peſo, che ſul medeſimo s'appoggia, così in ogn'altra inclinazione và ogni via più ſcemando di peſo, ed accreſcendoſi d'impeto, *come per la Prop.* 34. ſin a tanto, che arrivando alla perpendicolare, dove trovaſi affatto annientata la gravità, ed aſſoluto eſſere il di lui momento nel ſcendere; tra quali due diverſi, e contrarj effetti cagionati nel ſolido, ora nell'orizzontale, ed ora nella perpendicolare, trovandoſi in una l'eſtrema quiete, e nell'altra eſtremo movimento, fa d'uopo ſenza dubbio, che

Tav. 5. Fig. 64.

tra

Tav. 5. Fig. 64. tra due contrarj eſtremi trovinſi alcuni mezzi, pria che dall'uno all'altro s'arrivi, come in tutte le coſe ſi vede sì nella natura del moto, ove un grave pria di entrare in un corſo velociſſimo ſi va accellerando ogni via più, talchè nel ſuo principio trovoſſi aſſai più lento, così pel contrario, una palla d'artiglierìa comincia il ſuo corſo con grandiſſima velocità, quando va ſempre via più rallentandoſi, paſſando per i gradi di mezzo, avanti che da una velocità infinita entri aſſolutamente in un moto lento, laonde anche quivi troverannoſi i mezzi, cioè certi piani inclinati, ſu' quali l'azione d'un mobile faraſſi compoſta parte di peſo, e parte d'impeto, e queſti più, o meno avranno di valore, ſecondo più, o meno ſaranno acuti gli angoli interni cagionati dall'orizzontale, ed inclinata, ſu cui detto mobile ſi appoggia, ſtanti le quali coſe dico, che dovendoſi equilibrare due gravità, una delle quali muovaſi per la perpendicolare, e l'altra per un piano inclinato, queſta dovrà eccedere la prima in mole nella ſteſſa proporzione, che l'angolo retto ABD eccede l'angolo interno formato coll'orizzontale, ed inclinata, ſu cui il detto mobile ha da camminare.

Si prova, perchè avendo dimoſtrato nella fig. della Propoſizione 34, come i mobili ſecondo l'inclinazione de' piani, ſu cui s'appoggiano, acquiſtino, o perdano momento, ſarà manifeſto, che tanto minore ſarà il momento loro ſopra qualunque di detti piani nella noſtra figura eſpreſſi, quanto più i detti piani dalla perpendicolare ſi diſcoſtano, è indubitato, che trovandoſi il mobile in un loco, ove non potendo eſercitare l'aſſoluto ſuo momento in ſcendere, per non eſſere

eſſere perpendicolare, nè l'aſſoluta ſua gravità in premere, per non eſſere orizzontale, ma bensì eſerciterà parte d'ognuna d'eſſe paſſioni, qual parte ſarà al certo come l'angolo d'inclinazione del piano. Per il che ſia il piano inclinato AL, pel quale dovendo camminare un mobile, che ritenga gradi 6. di peſo, faſſi manifeſto, che per arreſtarle il moto, ed impedirle di più muoverſi, ſarà baſtevole una gravità, o forza che ſe gli opponga di gradi tre, trovandoſi l'angolo ALB del piano inclinato AL ſemiretto, ſoffrirà pertanto il ſuddetto piano la metà del peſo, quale non reſiſte più contro altra forza, ſicchè non ſaravvi più che la metà del peſo di detto ſolido, che abbia propenſione al moto, contro della quale applicandoſegli ugual forza, faraſſi l'equilibrio. Dal che ſi può conchiudere, che le due gravità F, ed E, una delle quali, cioè F muovaſi pel piano inclinato AC, e l'altra E, che muoveſi per la perpendicolare, faranno l'equilibrio, ogni qualvolta la gravità F avrà la ſteſſa proporzione verſo la gravità E, che ha l'angolo retto ABD verſo l'angolo acuto ACB, così ſeguirà parimente volendoſi far l'equilibrio tra due diverſe gravità, una delle quali, ovvero amendue collocate ſu piani diverſamente inclinati, traendone la proporzione loro dagli angoli d'inclinazione, che detti piani contraono coll'orizzontale, come ſi era propoſto. Tav. 5. Fig. 64.

PRO-

Tav. 5. Fig. 65.

PROPOSIZIONE XXXVII.

Come da una medeſima forza, o vogliam dir gravità, diverſi ne naſcano gli effetti verſo la reſiſtenza d'un ſolido, tirando per varie inclinazioni.

DIverſo intieramente ne avviene l'effetto dall'applicazione d' una forza, o gravità in queſta dalla antecedente Propoſizione, avvegnachè laddove nella paſſata l' impeto d'un mobile per la perpendicolare trovavaſi aſſoluto, quivi ſi conſidera per nullo, ed il moto, impeto, od attrattiva del medeſimo, allora ſoltanto s'intende aſſoluto, quando eſerciteraſſi per l' orizzontale, ſtante qual coſa ſarà facile il dimoſtrare la noſtra Propoſizione. Perciò ſia dato un ſolido, la di cui reſiſtenza ſia nota, quale per equilibrare ſia neceſſaria una forza, che alla medeſima ſi uguaglj *per virtù della Prop.* 22., che eſerciti il ſuo valore per direzione rettangola al lato del ſolido AB, cioè per la direzione EA, che dimoſtroſſi maſſima; dico pertanto, che dovendo equilibrare tal ſolidità coll' ajuto di qualunque altra forza, che agiſca con direzione non rettangola, dovrà queſta aumentarſi nella ſteſſa proporzione, colla quale creſce l'angolo di direzione ſopra dell'angolo retto in riſpetto alla forza maſſima, che per l' angolo retto viene applicata.

Provaſi la preſente pel converſo della paſſata Propoſizione, invertendo l' azione delle forze, cioè a dire, che quella, che era maſſima, diventa minima, ſiccome in una intendevaſi il moto per la perpendicolare,

colare, nell'altra intender deveſi per l'orizzontale. Per qual motivo deſcritto il ſemicerchio EGK, in queſta guiſa eſamineranno ſi le forze, cioè, che eſſendo maſſima la forza poſta in E, che equilibri la reſiſtenza del ſolido ABCD, ſarà paragonata all' angolo retto EAK, ſarà manifeſto, che applicata una forza per la direzione HAI, acciò ſia baſtevole per equilibrare la reſiſtenza del detto ſolido, dovrà creſcere nella ſteſſa proporzione, che creſce l'angolo HAK ſopra l'angolo retto EAK, e queſto a motivo, che proſeguendo la linea HA ſino in I, incontra maggior reſiſtenza in proporzione della lunghezza AI ſopra della lunghezza AD, così parimente proſeguiraſſi nelle altre inclinazioni, cioè, che tanto maggiore eſſer debba la forza ſpingente colla direzione LAM della forza poſta in E, quanto l'angolo LAK trovaſi ſuperiore del retto EAK, e ſucceſſivamente in ogni altra inclinazione; Conchiudaſi pertanto, che le forze, o peſi poſti per equilibrare qualunque ſolidità in qualſivoglia direzione, riterranno ſempre la ſteſſa proporzione verſo la forza maſſima, che è quella, che ſpinge con direzione rettangola, come hanno gli angoli loro verſo dell'angolo retto, come ſi era propoſto.

Tav. 5. Fig. 65.

PRO-

Tav. 5. Fig. 66.

PROPOSIZIONE XXXVIII.

Come poſſaſi conoſcere, paragonare, ed equilibrare la forza, o momento di varj mobili collocati ſu d'un piano inclinato.

PER riconoſcere l'impeto d'un mobile ſi ſerviremo di una palla, o sfera, la di cui figura trovaſi la più abile al moto, per il che ſieno cinque le palle poſte ſul piano inclinato GF fig. *66.* ABCDE, ciaſcuna delle quali ritenga gradi 4. di peſo, del che fattane una ſomma, ſaranno gradi 20., a' quali uguaglieraſſi il loro aſſoluto momento, ma ſe avraſſi riguardo al piano, ſul quale dette gravità ſi ritrovano, vedraſſi *giuſta la Prop.* 34., che detti mobili tanto perderanno del loro valore, quanto l'angolo d'inclinazione d'eſſo piano G ſarà minore dell'angolo retto, quale ritrovandoſi eſſere la quarta parte d'un angolo retto, dovranno perciò i gradi 20. di peſo ſuddetti ridurſi al ſolo momento di gradi 5., che ſpingeranno contro del ſolido GH, premendo le tre reſtanti parti ſul piano GF, come *nella ſuddetta Prop.* 34. dimoſtroſſi, ſicchè il ſolido GH da contrapporſegli dovrà ritenere gradi 10. di peſo, acciò ſe ne ritrovino in eſſo cinque di reſiſtenza, quale ſarebbe il ſolido HG da contrapporſi all' impeto dei cinque mobili ſovra accennati *per la Prop.* 22.. Di più trovandoſi, che il punto del contatto, per il quale eſſi mobili eſercitano il loro momento, cade nel punto I, avrà *per la Prop.* 26. uguale reſiſtenza la parte del ſolido IM, come tutto il ſolido

lido LM, e queſto a cagione, che trovandoſi la leva GI ſudduplà della GM, creſce in tal proporzione nel ſolido IM la reſiſtenza, ogni qualvolta ſarà il punto M immobile, trovandoſi *per la ſuddetta Prop.* 26. ſoverchia reſiſtenza nel ſolido LM, non applicandoſegli la forza nel punto L, come ſi è dimoſtrato. Tav. 5. Fig. 66.

Tutti i corpi gravi, abbenchè di loro natura propenſi al muoverſi verſo il baſſo, ciò non oſtante quando trovanſi accumulati ſi ſoſtengono da loro medeſimi ſino ad una certa elevazione, come continuamente vediamo eſſere gran quantità d'arene accumulate in forma di piramide, che tra di loro ſi ſoſtengono, a motivo che la maggior parte del corpo loro gravita ſull'orizzonte, e ſoſtiene per queſto quell'altra parte, che trovaſi fuori dell'equilibrio, le quali proprietà riconoſcendole anche in altri corpi attiſſimi al moto, come ſono le palle perfettamente rotonde, di queſte ſi ſerviremo noi per eſplicare ſin a qual ſegno poſſaſi ſoſtenere un cumulo di qualſivoglia gravità, ſenza eſſere in neceſſità veruna d'alcun ſoſtegno, accadendo bene ſpeſſo agli Architetti di dover contrapporre a' terrapieni, ed altre gravità i muri; ſiamo ora per inveſtigare qual parte d'eſſi ſia quella, che graviti all'incontro de' muri, e quale ſia il di lei grado di forza, acciò ſe gli poſſa applicare il ſuo convenevole, ed accomodato rimedio.

Tav. 5.
Fig. 67.

PROPOSIZIONE XXXIX.

Dato un cumulo di palle, o d' altre ſolidità abili da loro medeſime al moto, ricercaſi ſino a qual ſegno d' elevazione poſſano da per ſe ſoſtenerſi, ſenza gravitare contro d' alcun riparo, ma equilibrarſi ſull' orizzonte.

SIa adunque il cumulo di palle eſpreſſo nella fig. 67. per le lettere ABC, dico, che eſſendo di qualunque materia abbenchè graviſſima, e di figura perfettamente rotonde, ſtaranno nell' eſpreſſa guiſa immobili, ne ſu altro potranno gravitare, che ſull' orizzonte BC, ogni qualvolta il primo ordine delle medeſime ſia fiſſo, ovvero interrato, che non ſi poſſa rimovere, l' eſempio del che vedeſi giornalmente ne' Magazzeni di palle d' Artiglieria, ove per ſoſtenere dette palle non abbiſognavi alcun ſoſtegno, ſe il primo ordine ſarà interrato ſino alla linea BC, il qual effetto ora dimoſtrato, come che avviene in figure attiſſime al moto, come ſono sfere, o palle di rotondità perfetta, accaderà ſenza dubbio in un cumulo di qualunque altra materia, cioè di terra, arena, pietre, ed altre ſimili coſe, le quali tutte ſi ſoſterranno ſino ad una certa elevazione, la qual ſarà quella dell'angolo ſemiretto, o ſia di gradi 45., come appunto vedeſi tale eſſere l' angolo interno, formato dai lati della fig. 67. coll' orizzontale, per il che ne' documenti preſtatici dall' Architettura militare ne' profili delle banchette, rampari, ed altri alzamenti, le declinazioni delle quali

ſaranno

ſaranno tutte in angolo ſemiretto, dalle quali coſe Tav. 5.
potraſſi conchiudere, che qualora un terreno ſarà in tal guiſa rampante, che la di lui inclinazione non arrivi ad eccedere l'angolo ſemiretto, non avrà di biſogno d'alcun ſoſtegno, e ſe mai veniſſe a muoverſi, a tutta altra origine dovraſſi ciò attribuire, che a quella della troppa inclinazione, eſſendoſi fatto vedere, che ſe foſſe poſſibile, che un qualunque mobile per detta cagion rovinaſſe, dovria piuttoſto ciò avvenire ne' mobili della fig. 67, come più abili d'ogn'altro al moto.

Dalla qual coſa potraſſi facilmente conoſcere qual parte Fig. 68.
ſoltanto d'un terrapieno graviti all'incontro d'un muro, che gli ſia appoggiato per ſoſtenerlo, talmente che data l'altezza AB, dal cui termine A debbaſi venire in piano ſino in D, dovraſſi riempire di terreno lo ſpazio ABD, ſarà manifeſto per le coſe ſovra dichiarate, che tutta quella quantità di materia, che troveraſſi ſotto della linea AB ſtarà ſenza ſoſtegno, trovandoſi, che la linea AB forma colla DB l'angolo ABD ſemiretto, dovendo all'incontro dell'applicata materia collocarvi un proporzionato, e forte ſoſtegno, ma per non eccedere nella ſoverchia ſpeſa nella ſtruttura del muro, nè mancar nella proporzione col non farlo ſufficiente, addurraſſi quivi il modo, acciò non posſaſi incorrere in veruno di detti inconvenienti, e prima.

Sia dato il vacuo ADB, il quale avendoſi a riempire di terreno per formare un piano da A in D, acciò ſi ſoſtenga, debbaſi coſtrurre un muro, che s'opponga alla di lui forza. Si conſidererà in primo luogo la

Tav. 5. Fig. 68. misura di detto vacuo, dalla qual misura ricaverassene la gravità del terreno necessario per riempirlo, ma per non intrare per ora in tante speculazioni, nello stesso tempo servirommi d'una quantità di que' mobili, de' quali parlossi sinora per riempire detto sito, per il che dico, che il muro suddetto da opporsi a detti mobili, dovrà avere resistenza uguale alla rispettiva gravità, o momento, col quale detti mobili lo spingono, e venendo alla speculazione di dette cose, osserverassi in primo luogo quanti sieno i mobili nel primo ordine disposti, cioè quelli, che s'appoggiano sulla linea AB, che saranno otto, ciascuno de' quali ritenga gradi 4. di peso, li quali scemeranno nella stessa proporzione, come scema l'angolo ABD dall'angolo retto, la qual proporzione trovandosi sudduplà, sarà parimente *per la Prop.* 34. il momento di detti mobili sudduplo al loro valore assoluto, il qual peso dovendo equilibrare, contrapporrasegli un solido d'ugual resistenza di figura quadrata, il qual sarà BE, ma trovandosi, che la forza, o impeto di detti mobili agisce nel punto C, e non nel di lui punto più sublime H, dimostrerassi, che la sola parte di detto solido CF ugualmente resistegli, essendosi fatto vedere *nella Prop.* 26., che quanto cresce la base sull'altezza d'un solido, o vogliam dire la leva sopra la contralleva, altrettanto può diminuirsi di materia nel medesimo conservata, nientedimeno la stessa resistenza, la quale trovasi quivi composta in parte dal peso, ed in parte dalle diverse lunghezze dei lati.

Venendo indi a dimostrare l'impeto de' mobili nel secondo ordine situati HI, proseguirassi colla medesima maniera,

maniera, ed eſſendo i mobili ſoltanto ſei, riter- Tav. 5. Fig. 68.
ranno gradi 24 di peſo, o momento aſſoluto, che ridurraſſi al ſuo ſudduplo per motivo dell' inclinazione del piano, ſu cui ſi ritrovano, contro de' quali dovraſſi opporre un' altro ſolido d' ugual reſiſtenza, che ſarà eſpreſſo pel quadrato CL, ma trovandoſi pur anche quivi, che la forza ſpinge nel punto H, ſarà pur anche manifeſto per le coſe ſovra accennate, che la di lei porzione HM ſarà d' ugual reſiſtenza, come tutto il ſolido CL per l' eccesſo della baſe ſopra l'altezza.

Ciò ſuppoſto volgaſi il penſiero ſopra il terzo ordine de' mobili nella linea, o direzione NP, de'quali conſideratane la gravità, e per conſeguenza il momento, troveraſſi queſto ſudduplo a quella, la quale peraltro dovendo eſtinguere, opporraſſegli parimente un ſolido di uguale reſiſtenza, che ſarà HQ, contro del quale il momento de' mobili ſpingerà nel punto N, e laſcieranne una parte, cioè NQ, la qual detroncata dal ſolido QH, reſterà ciò non oſtante il ſolido NR uguale in reſiſtenza all'altro HQ, applicandovi la forza in N, come ſi è dimoſtrato di ſopra, e finalmente portandoſi ad eſaminare il momento degli ultimi due mobili, contro de' quali dovendoſi opporre un ſolido, che gli equilibri, queſto ſarà XN. Oſſervata indi la proporzione, colla quale detti ordini di grandezze vicendevolmente ſi eccedono, troveraſſi, che nella ſteſſa guiſa parimente s' eccederanno i ſolidi oppoſtigli in ogni ordine; adunque tanto l'impeto di tutti i mobili unitamente preſi, ſarà verſo la reſiſtenza di tutti i ſolidi, come l'impeto d'un ordine d' eſſi verſo la ſua

Tav. 5. Fig. 68. riſpettiva reſiſtenza *per la Prop.* 12. *lib.* 5. *Elem.*, ma qualunque d'eſſi ordini di mobili dimoſtroſſi equilibrato col ſuo ſoſtegno applicatoli; adunque l'impeto di tutti i mobili eſtingueraſſi affatto nell'incontro del muro loro oppoſto.

PROPOSIZIONE XL.

Dato un terrapieno, che ſoſtener debbaſi dall' incontro d' un muro, in qual maniera conoſcer poſſaſi il di lui momento, avuta però prima la cognizione della gravità in iſpezie del terreno, in proporzione della gravità, in iſpezie del muro da contrapporſeli, per poterne da queſte ricavare la groſſezza del ſuddetto muro.

Sia adunque il ſito voto da riempire eſpreſſo colle lettere ABC, e non potendoſi oltre del piano inclinato AC ſoſtenerſi da per ſe ſolo il terreno, dovraſſegli neceſſariamente contrapporre un muro pel di lui ſoſtegno. Diviſa adunque l'altezza CB in parti uguali quante piace, come ſono DEFG, per detti punti ſi condurranno linee paralelle all'inclinata AC, che ſuddiviſe da altre normali alle prime in diſtanza tale, che eſprimano tanti ſpazj quadrati, quali ſupporremo piedi di terra, o altra miſura più comoda, dopo del che oſſerviſi in primo luogo quanti ſieno i quadretti, che ſi trovano nel primo ordine AG, che ſaranno nove, il momento de' quali ſarà per l'antecedente ſudduplo alla totale loro gravità.

La

La qual forza venendo ad equilibrare anteporraſſele un Tav. 5. ſolido d'ugual reſiſtenza per l'antecedente, ma dovendo Fig. 68. queſta proporzionare coll' impeto, o forza del terreno riterrà un tal ſolido proporzione compoſta della gravità del terreno, ò altra materia, che ſpinga verſo della gravità del ſolido, che s' oppone, e dell' inclinata AC, per la quale ſpinge il peſo verſo del piano orizzontale, ritrovandoſi il momento della ſpinta riſpettivo in proporzione dell' aſſoluto, che eſercita il ſolido nel reſiſtere, onde per ritrovare tali proporzioni abbiſognerà dimoſtrarle nella ſeguente maniera.

Sieno i nove quadretti del primo ordine poſti ſull' inclinata AC, i quali ſpingano all' incontro d'un qualunque muro, e ſi ſuppongano nove piedi cubi di terra, o altro peſo, per potere dalla quantità, o miſura loro ricavare la forza, o impeto loro, eſſendo manifeſto, che un peſo o equilibra, o ne ſupera un'altro, per eſſere a quello o ſuperiore, o uguale, nè altrimenti appunto avviene in qualunque coſa riguardante i peſi, o reſiſtenze loro, e che ciaſcun piede ritenga gradi 4. di peſo, ſarieno gradi 36. d'aſſoluto momento, ma ritrovandoſi ad eſercitarlo per via dell'inclinazione AC, ſulla quale la metà di detto peſo gravitando, perderanno in tal guiſa il momento loro nello ſpingere, talmente che i ſuddetti gradi 36. ſi ridurrebbero a 18., contro dei quali opporraſſi un ſolido, che per avere reſiſtenza uguale ai ſuddetti gradi 18.; avrà pur anche gradi 36. di peſo *per la Prop 22. di queſto*; ma conoſciuto un piede cubo di quel ſolido, che intendeſi opporre al peſo ſuddetto di quanto ecceda un piede cubo di terra, con eſſa potraſſi ſtabilire la baſe del

Tav. 5. Fig. 68. medeſimo, come per eſempio trovandoſi il muro il doppio più grave in iſpezie del terreno, che vale a dire, ſe un piede di terra aveſſe gradi 4. di peſo, ed un piede di muro ne aveſſe 8., allora il piede di muro ſaria baſtevole per equilibrarne due di terrenò, così in ogni altra ragione trovandoſi sì la terra, che il muro pria d'ogni altra coſa, farà di meſtieri anteporre tal cognizione, alterandoſi ſempre ſecondo quelle nella ſteſſa guiſa le reſiſtenze. Suppoſto adunque come nel noſtro caſo il terreno ſudduplo in gravità al muro oppoſtogli, dovremo da tal proporzione regolarſi nello ſtabilire la baſe, o groſſezza del muro, per il che ripigliati i nove piedi di terra ſovra menzionati, ed avendo dimoſtrato poc'anzi ridurſi il momento loro in proporzione ſuddupla alla loro gravità, ſarà l'impeto d'eſſi uguale a piedi $4\frac{1}{2}$, che appunto ſaranno ſuddupli di piedi 9., quali per equilibrare ſarà neceſſario anteporvi un muro di reſiſtenza tale, che ritenga i piedi 9. di terreno o vogliam dir l'impeto loro, queſto tal muro dovrà eſſere di ſolidità piedi 4., e mezzo, avvegnachè ritrovandoſi il peſo del muro doppio del peſo del terreno, ſarà manifeſto, che eſſendovi in piedi $4\frac{1}{2}$ di terra gradi 18. di momento, ſaranne per conſeguenza vero, che nei piedi $4\frac{1}{2}$ di muro ſi troveranno gradi 36. di peſo, nel quale avendo dimoſtrato eſſere la reſiſtenza ſuddupla al peſo, ritroverà appunto in eſſo muro quanto ſarà baſtevole per equilibrare il peſo ſuddetto, la di cui baſe, ed altezza ſarà come la linea CF; anzi dirò di più, che la forza del ſovra accennato terreno ſpingendo nel punto G del muro farà sì, che il ſolido dell'altezza CF ſarà ſuperiore in reſiſtenza all'im-

all'impeto, che arrecare ſe gli poſſa dal peſo ſovra eſpoſto nella ſteſſa proporzione, che la leva CI ſupera la contral'eva CG, per il che avendone a ritrovare ſoltanto la reſiſtenza neceſſaria nel muro ſuddetto, troncheraſſi dall'altezza CF la porzione FG, e reſterà la porzione CG d'ugual reſiſtenza al ſovra dichiarato impeto del terreno, conſervandovi però ſempre la medeſima baſe CI, lo che più avanti dimoſtroſſi *nelle Prop. 26., e 39.* di queſto. Tav. 5. Fig. 68.

In ſecondo luogo rivolgaſi il penſiero ſopra l'altra diviſione di terreno GP, in cui ſi troveranno piedi ſette cubi, che riterranno parimente gradi 28. di peſo aſſoluto, ma operando pur anche per l'inclinata AC, perderanno anche eſſi in proporzione dell' angolo d' inclinazione il loro momento, talmente che i gradi 28. ſuddetti ridurrannoſi a 14, all'incontro de'quali ſi collocherà pur anche un priſma, o muro, che ritenga gradi 28. di peſo, per averne 14. di reſiſtenza, in virtù *della Prop.* 22., queſto dovrà avere piedi $3\frac{1}{2}$ di ſolidità, la di cui baſe ſarà GR, la qual ſolidità diminuirà ancora per via del punto, in cui vien applicata la forza, che trovaſi minore d'eſſa baſe, laonde a livello d'eſſo punto troncheraſſi il muro, cioè in F, che ſarà ugualmente reſiſtente, come ſe foſſe elevato ſul quadrato di ſua baſe GR, come ſi è dimoſtrato poc'anzi, e nella ſteſſa guiſa avraſſi a praticare nel rimanente, ritrovandoſi ſcemare nella ſteſſa proporzione le baſi di tutti i ſolidi antepoſti ai varj impeti del terreno, come ſcemano le varie ſezioni d'eſſo, le quali trovandoſi ſcemare in proporzione aritmetica, ſarà manifeſto, che ritrovate le due prime baſi CI, e GR, ſi potranno ſecondo l'eccеſſo

loro

Tav. 5. Fig. 68. loro proporzionare tutte le altre con ſimil eccesſo, o mancamento, giuſta la proporzione aritmetica, come dalle linee HLMNO, che dimoſtreranno le baſi di ciaſcun pezzo di muro ſi può ricavare, ed avremo tutto il muro CIBQ ſufficiente per opporſi al terrapieno ABC, lo che era l'intento.

Ritrovate, e conoſciute le diverſe baſi di più ſolidi oppoſti a'varj peſi, chiaramente ſi vede, che coll'alzarſi del muro ſuddetto, ogni via più minore trovaſi l'impeto, ſecondo che minore ſi trova il peſo, in proporzione del che ricercaſi minore la reſiſtenza, per il che ne avviene, che l'eccesſo di ciaſcuna di dette baſi ſopravanzi in fuori, d' onde ne naſcono que' varj riſalti nel muro, che oltre del cattivo aſpetto, che eſſi riſalti arrecano, ſervirebbono per lo più di ſcala per ſalire alla cima del muro, lo che per evitare, condurraſſi una linea retta QT, che divida per metà tutti que'riſalti, talmente che colla ſteſſa quantità di materia renderaſſi il muro più forte per la maggior lunghezza della baſe da I ſino in T, e più polito, per avervi troncati tutti que' riſalti ſuddetti.

Oltre del che quando ſi avranno a formare tali ſorte di muri contro i terrapieni, dovraſſi pur anche aver riguardo, che non ſolo il terreno ſpinge col conoſciutoci poc'anzi valore, ma che alcune volte s'altera il medeſimo, come ne' tempi piovoſi, ed umidi maggiormente graviti per la quantità dell'acque, che in eſſo s' arreſtano, per le quali, oltre al creſcere, che fa sì in mole, che in peſo, maggiormente s'abilita al moto, per eſſere non più un corpo denſo, ma un compoſto di materia denſa, e fluida, per il che maggior impeto riceve in que'caſi

il

il muro ſuddetto, le quali coſe tutte bene, e diligentemente oſſervate, trovoſſi, che per eccesſiva che ſia la copia delle pioggie, per le quali rigonfiando il terreno maggiormente creſca in gravità, e s'abiliti al moto, non arriveranno certamente mai dette cauſe ſeconde a rendere la ſteſſa quantità di terreno la metà più peſante di quello, che ſi ritrovi, quando è aſciutto. Ciò non oſtante per andare all'incontro d'ogni contrario avvenimento anteporraſſegli in un tal ſolido, che abbia una reſiſtenza ſeſquialtera al momento, che acquiſtar poteſſe lo ſteſſo peſo, quale potraſſi accreſcere, come *nella Prop.* 29. ſi è dimoſtrato, così pure faraſſi nelli ordini ſeguenti, come meglio dalla figura ſi può vedere. Tav. 5. Fig. 68.

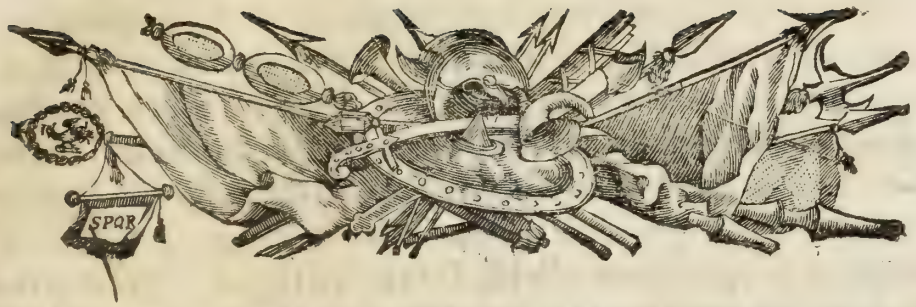
COROLLARIO.

DAlle paſſate dimoſtrazioni ſi può raccogliere, come contro qualunque forza poſſaſi applicare il ſuo ſoſtegno proporzionato al di lui momento, conoſciute però precedentemente le proporzioni, colle quali tra di loro ſi riguardano sì la materia del terrapieno, che quella, di cui vien compoſto il muro, per poterſi ſecondo quelle regolare nelle groſſezze, eſſendo infallibile, che quanto più grave trovaſi la materia da ſoſtenere, tanto maggiore ſia l'impeto, che rteeva il muro, ſecondo il quale dovraſſegli accreſcere la reſiſtenza. Da tutto quanto ſovra ben ſi comprende quanto s' inganniro coloro, che in ſimili occaſioni di far muri all'incontro de' terrapieni, o per ſoſtenere altre forze non perpendicolari vi formano arcate, immaginandoſi, che ſiccome l' arco trovaſi

capace

Tav. 5. Fig. 68. capace a regere gran pesi, anche in questi casi le sia di gran giovamento. Ma pel contrario dirò io, nullo ivi essere il vantaggio dell'arco, anzi che del tutto insussistente, avendo poc'anzi dimostrato trovarsi maggiore l'impeto d'un terrapieno nel piede del muro, e richiedersi ivi maggiore la resistenza, quando si vede essere in tal luogo la resistenza minima, mentre che in vece di trovarsi il muro da opporsi al peso, trovasi soltanto per il piede dell'arco, oltre del che osservasi, che in tempi umidi ammollendosi il terreno, sbocca per dette aperture, e manca poi superiormente. Conchiudasi pertanto, che in simili congiunture non si faranno mai archi, nè altre aperture, alla riserva di certi piccoli buchi bisognevoli per far sgorgar l'acqua, affinchè non s'arresti per lungo tempo all'incontro del muro, e per conseguenza non gli arrechi maggior peso, come da per se è manifesto.

PARTE



PARTE SECONDA.

DELLE RESISTENZE.

ABbiamo ſinora diſcorſo della reſiſtenza, e gravità di varj mobili, ed addotto ivi il mezzo per equilibrarli, ne' quali ragionamenti, ed operazioni ſempre ſi è aſtratta dalle dimoſtrazioni la reſiſtenza, o peſo de' mezzi, ora poichè già ſi è aperta la ſtrada alla cognizione degli effetti, che in dette operazioni ne naſcono, dimoſtreraſſi come parimente poſſaſi inſieme colla gravità de' mobili comparare anche la reſiſtenza del mezzo, dal che conoſceraſſi in appreſſo, come ſi formino gli archi, e le volte, come pure il modo, e l' angolo, col quale ſecondo ogni ſeſto, eſſi archi, o volte ſpingano verſo i muri, e finalmente come eſſe volte, o archi trovandoſi ben, e diligentemente coſtrutte, ſopportino eccеſſive gravità, e come in eſſe s' equilibri il peſo col piede, ſu cui s' appoggiano; le quali coſe anderemo a poco a poco dimoſtrando nelle ſeguenti Propoſizioni.

Ogni

Ogni peſo, o forza può ritenere diverſo momento, cioè di preſſione, o d'impeto, del primo intendeſi, qualora con un grave, o forza ſi comprime a perpendicolo ſopra d'un muro, e queſto tal momento accreſce in eſſo muro la reſiſtenza, del ſecondo poi quando una forza ſpinge contro d'un muro in angolo retto, ed allora in proporzione d'eſſa forza s'eſtingue nel muro medeſimo la reſiſtenza, ovvero che il momento d'eſſo peſo, o forza può eſſer compoſto parte dalla preſſione, e parte dall'impeto ſecondo le varie direzioni, colle quali può ſpingere verſo d'un muro.

Tav. 1. Fig. 1.

PROPOSIZIONE I.

Come una forza, o grave qualunque dividaſi parte in preſſione, e parte in impeto contro i ſoſtegni, ogniqualvolta il detto peſo ſarà ſoſtenuto da due ſtanghe poſte in angolo.

SIa la forza E, la quale ſia affiſſa nell'unione delle due ſtanghe AC, BC nel punto C, dico in primo luogo, che ciaſcuno de' piedi, o ſoſtegni, ſu' quali s'appoggiano eſſe ſtanghe, ſoffrirà la metà del peſo del grave E, lo che manifeſtoſſi *nella Prop. 6. Par.* 1., reſtaci ora ſoltanto da ricercare, quale ſia l'impeto, che detta gravità eſercita verſo i punti AB, e quale ſia la preſſione, da dove ne naſce, che il di lei momento ſarà compoſto dalla gravità del peſo verſo la reſiſtenza del ſoſtegno, e dell'angolo d'inclinazione, pel quale eſercita il ſuo valore verſo dell'angolo retto.

Per

Per dimoſtrare quanto ſovra fa in primo luogo di meſtieri ritrovare l' aſſoluto momento del grave E, operante con direzione rettangola, che uguaglieraſſi al di lui peſo, ſecondo il quale *per la Prop.* 25. *Part.* 1. ſe gli proporzionerà il piede per equilibrarlo, ma trovandoſi, che detto grave eſercita il ſuo momento colle direzioni CB, CA, tanto ſcemerà il momento di detta gravità dal ſuo momento maſſimo, quanto l' angolo CBD ſarà minore dell' angolo retto DBA, eſſendoſi dimoſtrato *nella Prop.* 37. *Part.* 1., come nullo ſia l' impeto fatto per la perpendicolare, e maſſimo quello fatto per l' orizzontale, ne ſiegue, che le ſteſſe direzioni quanto più s'accoſteranno alla maſſima, cioè all' orizzontale, tanto avranno maggior impeto, e pel contrario quanto più da quella ſi ſcoſteranno, tanto ſarà minore, e creſcerà la preſſione. Oſſervata adunque la proporzione dell' angolo CBA, formato dalla linea di direzione CB, colla quale riguarda l' angolo retto, nella ſteſſa guiſa appunto ſarà l' impeto come l' angolo CBD, e la preſſione come l'angolo CBA, uguagliandoſi queſte due azioni all'aſſoluto momento del grave ſuddetto, ſiccome la ſomma degli due ſovra accennati angoli uguagliaſi all' angolo retto DBA, così parimente trovandoſi il grave E applicato alle due direzioni AF, e FB, avrà maggior impeto verſo i due pilaſtri, o ſoſtegni A, e B, e ſempre viappiù creſcerà l' impeto del grave E, a miſura che le direzioni più s' accoſteranno alla perpendicolare AB, in guiſa tale, che trovandoſi in equilibrio il pilaſtro B, ovvero A col peſo E, qualora il di lui impeto foſſe uguale al di lui peſo, che vale a dire, che operaſſe con direzione

Tav. 2. Fig. 1.

Tav. 1. zione rettangola, tanto meno in ciaſcuno di detti pilaſtri troveraſſi eſtinta la reſiſtenza, a miſura che operando il grave E per ciaſcuna di dette direzioni s'allontaneranno dalla linea AB, e queſto in proporzione dell'angolo d'inclinazione, come ſi è più avanti eſpoſto, dalle quali notizie ricaveraſſi a ſuo luogo il metodo d' evitare il danno, che arrecaſi il più delle volte a' muri colla formazione dei coperti, collocando i travi inclinati ſulla teſtata del muro, che ſpingono contro del medeſimo, alle quali coſe tutte addurraſſi il convenevole rimedio.

Fig. 2.

PROPOSIZIONE II.

In qual maniera poſſaſi proporzionare il pilaſtro ad un arco, conoſciutane però prima la di lui direzione, dalla quale dedurraſſene il valor del peſo.

L'Arco è quello, che più ſoventi avviene nelle Fabbriche, ed è parimente quello, di cui meno ſi ſia ſempre parlato dagli Autori d' architettura, in riguardo alla di lui reſiſtenza, la quale per lo più conſiſte nella proporzione del piede, ſu cui detto arco ſi appoggia, avvegnachè di ſua natura l' arco ben, e diligentemente coſtrutto ſopporta quaſi infinito peſo, quando ſe gli trovano i pilaſtri proporzionati, lo che non ſenza mediocre ſtudio s' acquiſta, perciocchè ſe ſi conſidera coſa ſia l'arco, trovaſi altro non eſſere, che un ſemicilindro compoſto di più cunei tronchi, le di cui commiſſure tendono ad un comun centro, prima però d'ogni altra coſa fa di meſtieri conoſcere la direzione

rezione d'un arco, trovandosi, che da essa dipenda ogni altra causa. Tav. 1. Fig. 2.

Sia adunque proposto l'arco semicircolare AOILE appoggiato sui due sostegni A, e D, non evvi dubbio veruno, che trovandosi i due sostegni E, ed A al medesimo livello, che ugualmente graviterà l'arco sovra nominato su ciascuno de' medesimi, d' onde ne avviene, che se dal centro D eleverassi una perpendicolare alla linea AE, la quale sarà DI, questa nella stessa guisa, che dividerà l' arco in due parti uguali, dividerà pur anche la di lui azione, cioè il di lui peso, e direzione: diviso adunque in parti uguali uno de' quadranti, segneransi in esso la quantità delle pietre, che a vestire detto spazio si ricercano, come vedesi IB, BL, LM, ME, i di cui tagli, o vogliam dir commissure devono tendere, ed inclinare al comune centro D, acciò tra di loro si sostengano, nè quivi si addurrà il motivo, o ragione, pel quale così in arco disposte le pietre, o mattoni si sostengano a vicenda, ma soltanto dimostreransi come, ed in qual maniera premano, e spingano contro il pilastro, per poter questo abilitare alla forza dell'arco suddetto. Per il che dedotta dal punto H una paralella all'asse DI, la quale sarà HK, in essa si faranno terminare tutte le direzioni delle sovra nominate pietre, che nella formazione dell'arco si ricercano, e cominciando dalla superiore pietra IB, non evvi dubbio, che la di lei direzione facciasi per la linea IFK, passando questa per due punti immediati dell'arco, o piuttosto per i due estremi della pietra, a segno che se un peso con questa stessa direzione spingesse verso d' un pilastro HKP,

^E

Tav. 1. Fig. 2. ſarebbe la di lei azione verſo del ſuo peſo aſſoluto; come trovaſi l'angolo di direzione IKP verſo dell'angolo retto PHD, come *nella Prop.* 1. dimoſtroſſi; così della ſeconda pietra BL la direzione eſprimeraſſi per la linea FLQ, che paſſa per i due eſtremi FL, il di cui angolo ſarà PQL, ſecondo il quale l'azione del peſo della pietra BL ſtarà verſo del ſuo peſo aſſoluto, così d'ogni altra delle reſtanti pietre conoſceraſſi la direzione in proporzione dell'angolo contratto dalla linea, che paſſa per gli eſtremi d'eſſa colla perpendicolare HP, ſecondo il quale divideſi l'azione del peſo, parte in gravità, e parte in ſpinta, come nell'avanti ſcritta Propoſizione dimoſtroſſi, e ſi conoſceranno ſempre tutte le direzioni particolari di qualunque pietra, che in un arco ſi diſponeſſe. Ma trovandoſi, che tutte queſte direzioni s'eſtinguono in parte, per incontrarſi le une nell'altre, farà di meſtieri loro ritrovar una direzione comune, pel cui effetto diviſe tutte le baſi, o linee IF, FL, LG, GE per mezzo, da detti punti ſi condurranno linee, o raggi al centro D, per conoſcerne il valor degli angoli più chiaramente; diviſa adunque la prima baſe IF in R uniraſſi il punto R col punto D, e l'angolo RDE uguaglieraſſi all'angolo di direzione IKP, trovandoſi, che la linea RD incontraſi colla direzione IK nel punto R ad angoli retti; conoſceraſſi di bel nuovo l'angolo di direzione della ſeconda pietra nel punto D, ſe diviſa la di lei baſe FL per metà nel punto S, uniraſſi il medeſimo punto S col centro D, e faraſſi l'angolo SDE uguale all'angolo FQP, per incontrarſi parimente la linea di direzione FQ colla SD ad angoli retti, e

così

così ſi farà delle altre ; ma per ritrovare la direzione comune delle due prime pietre IB , BL , altro non evvi a fare , che dividere la differenza dei due angoli di direzione delle medeſime poc' anzi deſcritte , cioè la differenza , che trovaſi tra l' angolo SDE , e l'angolo EDR, la quale ſarà la lunghezza SR , che diviſa per metà nel punto F , e quello congiunto col centro D , eſprimerà l'angolo di direzione, col quale la porzione dell' arco IBL eſercita la ſua azione verſo del pilaſtro , o ſuo ſoſtegno HP , e che ne ſia il vero, dal punto I ſi conduca una perpendicolare al raggio FD , queſta ſenza dubbio prodotta paſſerà pel punto L altro eſtremo , e formerà colla perpendicolare PH l'angolo IMP uguale all'angolo FDE; lo ſteſſo pur anche potraſſi praticare, per rinvenire la direzione comune delle altre due porzioni d'arco LM , ed ME, che eſprimeraſſi per l' angolo GDE uguale all'angolo LTH; nè queſto ancora trovandoſi baſtevole, ma dovendo ancora ritrovarvi la direzione compoſta d' ambedue le ſovra accennate direzioni , proſſeguiraſſi nella ſteſſa guiſa l' operazione , cioè, oſſervata la differenza, che reſtavi tra l'angolo GDE , e l'angolo EDF , e quella diviſa, e ripartita ugualmente , avremo la direzione comune compoſta di tutte le altre avanti dimoſtrate eſpreſſa per l' angolo LDE , e ſe per altra parte ſi uniranno gli eſtremi dell'arco IE con una retta linea , queſta ſegherà la LD ad angoli retti, e formerà colla perpendicolare lo ſteſſo angolo di direzione, come eraſi propoſto .

Tav. 1. Fig. 2.

Dal che ſi può ben comprendere quale poſſa eſſere l'azione del peſo , che per virtù della direzione IE

Tav. 1. Fig. 2. eſercita l'arco ILE verſo del pilaſtro EHT, laonde trovandoſi tal direzione eſpreſſa per l'angolo LDE, ovvero per l'altro IED ambedue ſemiretti riſolveſi, come avanti dichiaroſſi, tutta l'azione dell' arco metà in preſſione, e metà in ſpinta, che vale a dire, che ſia lo ſteſſo, come ſe la metà del peſo premeſſe a piombo, ovvero foſſe ſovrappoſto al pilaſtro, e l'altra metà ſpingeſſe contro il medeſimo, dal che ne naſce, che quella parte d' arco, che riduceſi in preſſione, aggiunge reſiſtenza al pilaſtro, e pel contrario quella parte, che ſpinge, eſtingue in eſſo pilaſtro il valore, o robuſtezza; come poi queſto pilaſtro s'abiliti a tale forza, o ſpinta dell' arco, dimoſtreraſſi quì appreſſo.

Ripigliata la ſteſſa figura dall' altra parte conſidereremo il medeſimo arco diviſo in quattro parti uguali, come dall' eſempio ſi vede, ſotto del quale ſe gli applicherà il pilaſtro della ſteſſa groſſezza, come AV, per eſaminar poi ſe queſta tal groſſezza di pilaſtro ſarà baſtevole per reſiſtere alla forza dell' arco, così comincieraſſi a ragionare. Data adunque la direzione dell' arco IA, giuſta la medeſima oſſervoſſi diviſo il peſo dell' arco metà in preſſione, e metà in ſpinta, come *per la Prop.* 37. *Part* 1., e preſa tal preſſione aggiunta al pilaſtro, non ſarà baſtevole ad equilibrare la forza, o ſpinta del reſtante peſo, eſſendoſi più avanti dimoſtrato *nella Prop.* 22. *Part.* 1., che le ſolidità collocate ſull' orizzonte ritengono ſuddupla reſiſtenza al proprio peſo, dal che ne naſce, che l'ajuto della preſſione ſul pilaſtro della metà del peſo dell' arco non equilibrerà altro, che la metà della ſpinta, che arreca al pilaſtro ſuddetto il reſtante peſo, in guiſa tale, che equilibrata

brata coll'ajuto del peso della metà dell'arco AO sol- Tav. 1.
tanto la porzione OX, resterà di residuo ancora la parte XI da equilibrare, pel cui effetto misurata la solidità della porzione d'arco XI, formerassene di essa un paralellepipedo di doppia altezza, o veramente misuratane soltanto la superfizie, quella porterassi due volte in un rettangolo di doppia altezza, che conviene colla stessa proporzione del paralellepipedo, non alterandosegli la grossezza, qual rettangolo sarà espresso per la figura terza colle lettere ABCD, quindi a questo Fig. 3.
tale rettangolo aggiungerassegli la lunghezza del quadrato AV, in guisà che il quadrato suddetto resti contenuto dallo stesso rettangolo sovra accennato, come vedesi ABEF, ed avremo nel solido ABCD doppio peso di quello che ritenga la porzione d'arco XI, sufficiente però ad equilibrarla, ogniqualvolta tutta la solidità del paralellepipedo ABCD siasi ridotta in figura quadrata, *come nella Prop. 25. dell' antecedente Parte* osservossi, pel cui effetto trasferta l'altezza del rettangolo AB da A in H, quindi divisa la lunghezza della linea CH in due parti uguali nel punto O, e quivi fatto centro, colla distanza HO descriverassi il semicerchio HGC, quindi dedotta una normale dal punto A alla linea AC, il quale sarà GA, questa sarà la radice d'un quadrato, o piuttosto la larghezza del pilastro da sottoporsi all' arco sovra espostо, che sarà AY, che è quanto erasi preso a dimostrare, e con tal arte sempre si ritroveranno le diverse grossezze de' pilastri, secondo le varie grossezze degli archi.

Tav. 1. Fig. 4.

PROPOSIZIONE III.

Come poſſaſi ritrovare la groſſezza d'un pilaſtro per un arco ſcemo, conoſciutane però prima la di lui direzione.

Sia dato l'arco ſcemo ABC, a cui conoſcer debbaſi la direzione, per potervi da quella dedurre la groſſezza del pilaſtro da ſottoporli; dividaſi l'arco ſuddetto in parti a piacere, ciaſcuna delle quali, come oſſervoſſi nell'antecedente, avrà la ſua particolar direzione eſpreſſa per una retta linea, che paſſi per i di lui eſtremi, e tutto in ſomma ſimilmente avverranne, come poco fa nella paſſata dimoſtrazione in riguardo alle particolari direzioni, le quali tutte dovendoſi ridurre ſotto una direzione comune, cominciereemo in primo luogo a ritrovare le particolari direzioni di ciaſcuna quarta parte dell'arco, come per eſempio della porzione BD ſarà eſpreſſa per la medeſima linea DB, ed il di lui angolo DBE di direzione uguaglieraſſi all' angolo GEF formato dal raggio GE normale alla direzione BD coll'orizzontale EF. Così della ſeguente porzione d' arco DA eſprimeraſſi la direzione per la linea AD, il di cui angolo uguaglieraſſi all' angolo HEF, formato dal raggio HE coll'orizzontale EF, delle quali due direzioni avendone ancora a ritrovare la direzione comune, altro non faraſſi, che dividere l' angolo HEG in due parti uguali, che è lo ſteſſo, che dividere la differenza delle diverſe direzioni per mezzo, col raggio DE, che dimoſtrerà per via dell' angolo DEF la direzione totale dell'arco AB.

Cono-

Conoſciute tutte queſte coſe ſi faremo ad inveſti- Tav. 1.
gare, quale eſſer debba la groſſezza del pilaſtro da Fig. 4.
ſottoporſi a tal'arco, per il che farà in primo luogo di meſtieri riconoſcere la proporzione dell' angolo di direzione DEF verſo del ſuo ſupplemento DEB per compire l'angolo retto BEF, dalla qual cognizione certamente dipende la notizia ſicura delle reſtanti coſe. Oſſervata adunque tal proporzione d'angoli, cioè dell' angolo di direzione DEF verſo dell'angolo retto FEB, il qual ſarà come 7. a 10., dedurraſſi, che di tutto il peſo ſette ſaranno le parti, che ſpingeranno contro del pilaſtro, e tre ſaranno quelle, che premeranno ſovra il medeſimo; ma per maggior dichiarazione divideremo l'oppoſta metà dell'arco BC in parti dieci uguali, come meglio dalla figura ſi può vedere, quindi da queſte dedotte primieramente le ſette di ſpinta, le ſepareremo dalle altre tre reſtanti col mezzo della linea IL, in queſte tre di reſiduo, come che il valor loro opera in ſollievo del pilaſtro, ſaravvi la reſiſtenza ſuddupla al peſo *per la Prop.* 22. *Cap.* 1., per il che tutta la porzione d'arco IC equilibrerà del reſtante peſo una porzione ſuddupla al proprio, laonde per queſta eſcludere dalla forza, altro non faraſſi, che dividere la diſtanza IM in due uguali nel punto N, e traſportare la diſtanza IN nel punto O, dal quale ſe ſi condurrà una linea al punto E, queſta ſeparerà la porzione d'arco, che ſpinge da quella, che trovaſi equilibrata da ſe medeſima. Per ritrovare adunque un pilaſtro tale, che ſia baſtevole a reſiſtere contro l'impeto della porzione d'arco BO, che agiſce coll' aſſoluto ſuo momento, faraſſi a parte un rettangolo

Tav. 1. Fig. 5. d'ugual ſuperfizie della porzione d'arco BO, la di cui altezza PQ, o ſia ES s'uguagli alla groſſezza dell'arco BΓ, e prolungata la linea PE ſino in V faraſſi la lunghezza PV uguale all'altezza del rettangolo ſuddetto PQ, talmente che la lunghezza EP congiunta colla PV formino una ſola retta linea VE. Quindi *per i documenti della Prop.* 14. *lib.* 2. *Elem.* faraſſi un quadrato uguale in ſuperfizie al rettangolo PQES, il qual ſarà PX; ma il rettangolo PQES feceſi per conſtruzione uguale alla porzione d'arco BO; adunque il quadrato XP, ſiccome trovaſi uguale al predetto rettangolo QE, uguaglieraſſi parimente alla ſteſſa porzione d'arco BO, e queſto tal quadrato eſſer dovrebbe la groſſezza del pilaſtro, qualunque volta la reſiſtenza andaſſe del pari colla mole ne' ſolidi; diverſo pertanto in queſto caſo ne avviene l'effetto, avvegnachè la porzione d'arco BO eſſendo ſollevata nell'aria, eſercita il total ſuo valore, che trovaſi uguale per virtù delle prime Propoſizioni, che nella prima Parte di queſto Trattato ſi eſpoſero, al proprio peſo, laddove il pilaſtro eſpreſſo pel quadrato PX da ſottoporviſi, eſſendo collocato ſull'orizzonte, avrà ſoltanto per i documenti *della Prop.* 22. *Cap.* 1. la reſiſtenza ſuddupla al proprio peſo, laonde faſſi manifeſto eſſere il pilaſtro PX inſufficiente per ſopportare l'impeto della porzione d'arco BO, per ritrovarſi in eſſo ſoltanto la metà della neceſſaria reſiſtenza, per il che altro non faraſſi, che dupplicare il ſuddetto quadrato, lo che facilmente otterraſſi, prendendo la diagonale XP del ſuddetto quadrato per lato dell'altro, *come dal Coroll. della Prop.* 4. *lib.* 2. *Elem.* ſi può raccogliere, e queſto appli-

applicato per pilaſtro ſotto dell' arco ſovra menzionato, Tav. 2. ſarà baſtevole ad equilibrarne l' impeto, per ritrovarſi in eſſo reſiſtenza uguale alle forza, che è quello, che ſi cercava.

PROPOSIZIONE IV. Fig. 1.

Come riconoſcer poſſaſi la direzione d' un arco ellittico, per poterne da quella dedurre la convenevole groſſezza del Pilaſtro.

SIa dato l'arco ellittico ABCD, ovvero la di lui metà, che tanto baſta, al quale debbaſi ritrovare la direzione, dividaſi in primo luogo l'ambito ABC in parti uguali quante piace, è di già manifeſto, che la direzione di ciaſcuna di dette parti eſprimeraſſi pel piano, o per meglio dir ſoffitto, che ciaſcuna d'eſſe ritiene, come già nella ſeconda Propoſizione meglio dimoſtroſſi, ma per accoſtarſi ſempre più alla direzione comune di tutte eſſe parti, faraſſi nella ſteſſa guiſa, e non altrimenti di quello, che feceſi per il paſſato ſul particolare degli archi, cioè per unire ſotto una comune direzione i due cunei E, ed F, ſi congiungeranno i di loro eſtremi colla retta CH, così parimente dei due cunei ſuſſeguenti la direzione comune eſprimeraſſi per la linea HB, e proſeguendo ſempre lo ſteſſo nel rimanente dell'arco, avremo due altre direzioni comuni, ciaſcheduna a due cunei d'eſſo arco, i quali ſono GB, GA, reſtaci ora da ricercarne il valor loro, lo che aſſai facilmente ſarà per ottenerſi, ſe diviſa ciaſcuna d' eſſe direzioni in due parti uguali,

Tav. 2. Fig. 1. uguali, da detto punto eleveraſſi una perpendicolare, che ſi produrrà, ſinchè incontri la linea CI, queſta non ſolamente eſprimerà l'angolo di direzione nell' unirſi colla perpendicolare CI, ma ancora taglierà ciaſcuna delle ſotteſe ad angoli retti, talmente che l'angolo di direzione della linea HC, o per dir meglio della porzion d' arco ſoprappoſtali, eſprimeraſſi per l'angolo CIK, così della ſuſſeguente porzione HB ſarà eſpreſſa la direzione per l'angolo CIL, e parimente la porzione d' arco GB opererà coll'ajuto dell' angolo CMN, e finalmente la reſtante parte avrà per direzione l'angolo COZ, e tutto giuſta i documenti per avanti eſpoſti.

Per ridurre ora tutte queſte direzioni ad una ſola, dovendo da quella prendere il metodo, o regola nella groſſezza del pilaſtro, divideraſſi l'angolo BHC formato dalle due primiere direzioni per mezzo colla linea HI, in iſquadra della quale trovaſi la direzione BC, così parimente delle reſtanti due porzioni d'arco AG, GB, la comune direzione eſprimeraſſi per la linea GP, che parimente dividerà l'angolo AGB per mezzo, e ſarà pur anche ad angoli retti della total direzione BA. Ma dovendo finalmente ritrovarvi tra queſte due diverſe direzioni la comune, divideraſſi pur anche l'angolo, in cui s'uniſcono ABC in due parti uguali colla retta BQ, queſta coll'angolo BQC ci additerà la direzione comune, che dovendoſi ſempre ritrovare ad angoli retti di queſta BQ, ſarà AR.

Eſaminato adunque il valor dell'angolo BQS, il quale ſia in riſpetto all'angolo retto SQC, troveraſſi queſto eſſere ſette delle dodici parti dell'angolo retto ſovra eſpoſto,

eſpoſto, ſecondo la qual proporzione il peſo totale dell' arco ellittico divideraſſi in preſſione, ed in ſpinta, talmente che di tutto il peſo, o ſolidità d' eſſo arco diviſo in parti dodici, ſette ſaranno quelle, che ſpingeranno contro del pilaſtro, e cinque ſaranno quelle, che ſu eſſo pilaſtro premeranno. Tav. 2. Fig. 1.

Ma per evitare la moltiplicità delle linee, che da più lunga operazione ne naſcerebbe, oſſerveraſſi nella reſtante parte d' arco trasferta l' operazione; diviſa adunque detta porzione CD in parti 12. uguali, da queſte ſe ne ſepareranno cinque, che ſono quelle di preſſione, contenute nella porzione d'arco DT, ma trovandoſi, che in queſte cinque parti la reſiſtenza ſi è ſuddupla del loro peſo, ne equilibreranno ſoltanto nella ſteſſa proporzione una mole parimente ſuddupla alla medeſima di DT per virtù *della Prop.* 22. *Part.* 1. *di queſto*, in guiſa tale, che la reſiſtenza accreſciuta al pilaſtro per la ſoprappoſizione della porzione d'arco DT, equilibrandone un'altra ſuddupla, o ſe medeſima, torrà di ſpinta alla porzione TC la mole TV, talchè fatta l'equazione, ridurraſſi tutta la ſpinta verſo del pilaſtro dal peſo XV.

Conoſciuto adunque l'impeto totale dell'arco ACD, o della di lei metà CVD, eſpreſſo per la mole XV, ſarà coſa facile il proporzionarvi un adequato pilaſtro, avvegnachè ridotto il trapezio XV in un rettangolo uguale, il quale ſarà ABCD, ridurraſſi queſto *per virtù della Prop.* 14. *lib.* 2. *Elem.* in un quadrato uguale, il qual ſarà CEFG, queſto uguaglieraſſi ancora alla porzione d'arco XV, ma eſſendoſi già diſſopra oſſervato, come la reſiſtenza nel quadrato, che vale a dire nel pilaſtro Fig. 2.

troviſi

Tav. 2. Fig. 2. troviſi ſuddupla della mole, o del peſo, ne viene in conſeguenza, che la groſſezza d'eſſo pilaſtro ſtabilitaci dal quadrato CEFG non ſarà baſtevole, ma converrà raddoppiarla, per il che tolta la diagonale FE, e preſa per radice, o lato d'un quadrato, ci additerà la ricercata groſſezza del pilaſtro, capace di reſiſtere all'impeto dell'arco poc' anzi eſpoſto.

Gli Archi Gotici, volgarmente chiamati Terzacuti, abbenchè non praticati per il loro non vago aſpetto, tuttavia ancor di queſti occorre varie volte il ſervirſene, maſſime quando deveſi ſopportare un grave peſo, come videſi praticato da molti Architetti per ſoſtener muri, maſſime qualora non eccelſivo ritrovaſi l'incontro d'eſſi, pel cui effetto ſi è ſtimato a propoſito ancor di queſti parlarne circa la direzione loro, in virtù della quale ritrovar deeſi il ſuo pilaſtro.

Fig. 3.

PROPOSIZIONE V.

Dato un arco Gotico, o Terzacuto, come in eſſo ritroviſi la direzione, e proporzionar ſe gli poſſa la groſſezza del pilaſtro.

SArebbe coſa tedioſa, ſe per riconoſcere la direzione dell'arco Gotico ſi replicaſſe novamente la ſteſſa maniera poc'anzi accennata nelle due Propoſizioni antecedenti, lo che dalla figura aſſai chiaramente ſi vede eſpreſſa tutta l'operazione, talmente dell'arco ABC la direzione faraſſi per la linea AB, e ſe cercheraſſi il di lui angolo, altro non avraſſi ad operare, che diviſa la linea BA per mezzo nel punto D, da eſſo

esso punto eleverassi una normale DE, che incontrerassi appunto nell'orizzonte dell'arco nel punto E, in cui trovasi il centro della porzione d'arco AB, per il che se dal punto E s' eleverà all' orizzontale AC la perpendicolare EF sarà espressa la direzione dell'arco per l'angolo DEF, il quale sarà cinque delle otto parti, in cui divideſi l'angolo retto, per il che diviso dall' opposta parte l'ambito dell'arco CB in parti otto uguali, cinque di queste premeranno sopra il pilastro, e tre spingeranno contro il medesimo. Considerata di bel nuovo la resistenza delle cinque parti, che premono sopra il pilastro, essere sudduplа alla lor mole, o peso, seguiranne, che del restante di spinta ne sarà equilibrata una porzione sudduplа alla pressione, in guisa tale, che se la pressione comprende da C sino in H, quel tanto, che sarà da questa tal mole equilibrato, dovendo esser sudduplo della mole CH, sarà da H in G, a segno che fatta l'equazione, resteravvi soltanto il trapezio BGIL da equilibrare, qual trapezio trasformato *per la Prop.* 14. *lib.* 2 *Elem.* in un rettangolo uguale, indi in un quadrato, questo avrà sudduplа resistenza contro l' impeto del trapezio BGIL, il quale duplicato, come praticossi sinora, ci darà appunto la bisognevole grossezza del pilastro, il qual sarà CM. Tav. 2. Fig. 3.

CO-

Tav. 2.
Fig. 3.

COROLLARIO.

DA quanto finora si è dimostrato raccoglieſi, che le direzioni d' ogni arco ſaranno ſempre ad angoli retti di quel raggio, che dividerà l' angolo delle direzioni particolari per mezzo, dal qual raggio, come che nel centro dell'arco incontraſi nell' unione della perpendicolare, che è quaſi ſempre il mezzo dell'arco, e dell'orizzontale, che trovaſi a livello del piede d' eſſo arco, ſi verrà in chiaro, come che dividendo tal raggio l' angolo retto, come nell' ultima figura AEF, ſempre in due parti, in proporzione delle quali divideſi la preſſione dalla ſpinta, ſarà per ſeguirne, che la ſpinta uguaglieraſſi ſempre all'angolo formato dall'orizzontale col raggio, come vedeſi nell' eſempio l'angolo AED, uno de' quai lati ſi è l' orizzontale AE, l'altro il raggio ED, e pel contrario la preſſione uguaglieraſſi pur anche ſempre all' angolo formato dal detto raggio DE, e dalla perpendicolare EF, ſotto qualunque elevazione, che troviſi detto raggio.

COROLLARIO SECONDO.

DA queſto pur anche raccoglieſi, come quella porzione d' arco, che in preſſione riduceſi, accreſca reſiſtenza maggiore al pilaſtro, e ne equilibri per conſeguenza una porzione ſuddupla al proprio peſo, ſtante che ſi conſidera, come una reſiſtenza congiunta collo ſteſſo pilaſtro, come anche ogniqualvolta il pilaſtro di

figura

figura quadrata, come CM ſarà baſtevole ad opporſi all'impeto dell'arco BFC, non conſerverà ſempre uguale reſiſtenza con accreſcerli l'altezza, ma n'acquiſterà maggiore con diminuirla, lo che già ſi è dimoſtrato *nel Cap.* 1. *Prop.* 26., *e ſuo Coroll.* Tav. 2. Fig. 3.

PROPOSIZIONE VI.

LA reſiſtenza dell'arco ſi è tale, che ſopporta quaſi infinita gravità, ogniqualvolta trovaſi ſufficientemente incontrato ne' fianchi, lo che ſi faremo a dimoſtrare più appreſſo, ſoltanto io dico, che qualunque peſo non mai ſarà baſtevole a rovinare un arco, ſe nei di lui fianchi ritrovaſi il biſognevole incontro, avvegnachè ſe ſi faremo a conſiderare, quale ſia la natura dell'arco, vedremo immediatamente, che tutte le di lui parti inclinano ad un comun centro, verſo del quale non può veruna d'eſſe concorrere, ſenza che da quello un'altra non s'allontani, ſe adunque impediraſſi a ciaſcuna di dette parti il ritirarſi dal comun centro con un forte incontro, ſarà certiſſimo, che per eccesſivo che ſia il peſo ſoprappoſto ſul mezzo d'eſſo non potrà mai fare, che ciaſcuna parte s'abbaſſi, proprietà contraria, e ripugnante al cuneo dell'arco.

Ma per ritrovare il luogo, ove ripor ſi debbano tali ſoſtegni, od incontri, acciò l'arco ſia più durevole, farà di meſtieri eſaminare il punto più debole, all'incontro del quale collocare ſi devono, per il che oſſerviſi nella curva ABC un arco, che o per ſoverchio peſo, o per mancanza d'incontri debbaſi rompere, certamente ſarà per ſeguire la di lui rottura Fig. 4.

nel

Tav. 2. Fig. 4. nel mezzo d' esso, trovandosi quivi il luogo più debole, come più rimoto da' sostegni A, e C, e che ne sia il vero, prendasi una verga, o lastra di ferro, o d' altra materia d' ugual resistenza in tutte le sue parti, alla quale diasi la figura della curva ABC, sostenendola ne' punti AC, e facendovi forza nel mezzo, questa senza dubbio sarà per cedere, ed abbassarsi in detto punto B, essendo il più rimoto da' suoi sostegni, e per conseguenza il punto più debole, adunque applicando il paragone ad un arco, che ritenendo i piedi, o sostegni assai sufficienti, e che siagli sovrapposto un soverchio peso, questo lo costringerà a romperssi nel mezzo, come parte più facile a cedere, ed abbassarsi in detto punto.

Ritornando poi alla considerazione degli effetti cagionati nella verga, o lastra di ferro incurvata, come dissopra abbiamo detto, osserverassi, che intanto per una soverchia forza s'abbassa, e cede nel punto B di mezzo, in quanto che ritirasi lateralmente in altre sue parti, per il che ripigliato l'arco medesimo ABC, contro del quale facendoli forza in B, per la quale sia costretto d' abbassarsi in detto punto, allontanerassi nello stesso tempo la curva ABC dal giro del quadrante ne' punti DE, in quella guisa appunto, quando volendo noi rompere un ramo, ed afferratolo per le di lui estremità, appuntandogli nel mezzo d' esso il ginocchio, a misura che incurvasi, ed allontanasi dalla sua linea retta, altrettanto s' approssiman le di lei estremità, e dovendone seguir la rottura, questa senza dubbio sarassi nella di lui parte più debole, e più facilmente ancora, qualunque volta faraffegli forza nel mezzo di quello

quello ſpazio, che trovaſi nelle mani rinchiuſo, lo che pur anche faſſi vedere al noſtro propoſito nella verga di ferro, mentre che eſſendo fiſſi, ed immobili i punti, o termini AC, ed abbaſſandoſi il punto B per una fattagli violenza, non altrimenti ſeguiranne, che ſarà per ritirarſi lateralmente la curva AB, e queſta ceſſione ſeguirà di ſicuro ne' di lei punti più deboli DE, come più rimoti da' ſoſtegni, eſſendoſi ſuppoſta ugual reſiſtenza nella verga ſuddetta, ne' quai punti DE, ove la verga, per la quale intendeſi l'arco, ritiraſi dal giro del quadrante nell'allontanarſi che fa, quivi formar deveſi una nuova rottura; che ſe da detti punti DE ſi condurranno due raggi al centro F, queſti ſegheranno ad angoli retti, e nel loro mezzo le diretrici dell'arco AB, BC. Conchiudaſi pertanto, che le rotture negli archi da ſoverchio peſo cagionate ſempre riſponderanno al mezzo delle diretrici, e nel ſommo, e più ſublime punto de' medeſimi. Tav. 2. Fig. 5.

Ma per darne un'idea più evidente oſſerviſi il ſemicerchio ABC eſprimente un arco, dentro del quale debbaſi fare un'armatura di legno per ſopportar qualche peſo, come vedeſi eſpreſſa per i quattro travi AD, BD, BE, EC tutti di uguale lunghezza, e la di loro unione troviſi appunto in dirittura de' tre punti più deboli, in cui potriaſi rompere un arco, come diſopra ſi è viſto, fatto queſto, e ſovrappoſto al punto B qualche peſo, che lo coſtringa ad abbaſſarſi, queſto tal grave farà cedere, ed allontanarſi dal proprio ſito anche i due termini ED. Ma ſe ciò nulla oſtante vorraſſi abilitare queſta tale armatura contro lo ſteſſo peſo ſovrappoſto in B, altro non faraſſi, che incon-

Tav. 3. trare i due termini ED, acciò rimovere non ſi poſſano coll' ajuto d' altri due piccoli travi EF, GD normali alli due primi EC, DA, che in tal guiſa fortificata l'armatura ſuddetta, ſarà baſtevole a reggere qualunque ſovrappoſtole peſo, e tanto più, qualora i fianchi ne' punti GF ſaranno più reſiſtenti.

Fig. 1. Non altrimenti per mio avviſo parmi accader poſſa in un arco per ovviarli la rottura, ſe non che lo incontrarlo ne' fianchi, e in que' ſiti, ove dimoſtraſſimo poterſi quello più facilmente ritirare con un riparo tale, che gli impediſca di più rimoverſi dal proprio ſito. Per maggior intelligenza, rapportiſi di bel nuovo l'arco ſemicircolare della Tav. 1. fig. 2. ABC, il quale per abilitarlo a ſopportare un gran peſo, eleveraſſegli il muro ſopra i due pilaſtri AD, CF fino a livello della ſommità dell' arco E, quindi nella guiſa ſovra accennata s' incontreranno con un muro, che termini, ed incontri ad angoli retti della direzione della quarta dell'arco GA, come vedeſi eſpreſſo per la linea GI, ma per maggior cautela potraſſi ancora queſto accreſcere fino in LK, che in tal guiſa il triangolo miſtilineo LKH non ſolamente opporraſſi alla rottura dell' arco con incontrarlo, ma anche accreſceralli reſiſtenza col proprio peſo, dal che ſi deduce, che il peſo da ſovrapporſi all' arco ſarà uguale al doppio della reſiſtenza, che accrebbeſi al pilaſtro per l'aggiunta del peſo del rettangolo DL, e del triangolo LHK, dovendoſi queſta tale aggiunta di peſo replicare dall' altra parte; onde ſe un peſo ſovrappoſto all' arco ha da ſuperare la reſiſtenza del medeſimo, fa di meſtieri, che s' equilibri con ambedue i fianchi aggiunti

giunti ſopra i due pilaſtri, che è quello ſi ricercava. Tav. 3. Fig. 2.

Nè diverſamente ſarà per avvenire nell'arco ſcemo, qualora ſopportar doveſſe qualche peſo con incontrarlo nella ſteſſa guiſa, che feceſi all' arco ſemicircolare, come dimoſtra la figura, che allora l'arco ſuddetto ſopporterà un peſo uguale al doppio della reſiſtenza del triangolo ABC, e del rettangolo CAEF, trovandoſi, che il peſo loro accreſce reſiſtenza al pilaſtro, che è quello che reſiſte alla rottura dell'arco, la quale ſeguir deve nel punto di mezzo G, e per conſeguenza negli altri due HI riſpondenti al mezzo delle direzioni in angolo retto, ed in due punti ugualmente diſtanti da' ſoſtegni, come ſi è dimoſtrato diſſopra. Nè evvi pur anche dubbio, che quanto a maggior altezza eleveraſſi il pilaſtro FA, altrettanto ſia per creſcere in eſſo la reſiſtenza per l' aggiunta del peſo, che ſe gli arreca, *come nella Prop. 26. Part.* 1., e riconoſcendo pur anche, che nella ſteſſa guiſa poſſanſi incontrare gli due reſtanti archi, che nella Tav. 2. ſi propoſero, cioè Ellittico, e Terzacuto, ſarà coſa inutile il replicarlo.

COROLLARIO.

DAlle antecedenti notizie ſi può dedurre, che qualunque arco mai potrà romperſi per un ſovrappoſtogli peſo, qualora verrà incontrato ne' fianchi, ſe il peſo non ſupererà la reſiſtenza de'ſuoi pilaſtri, i quali effetti ſinora dimoſtrati non accadono in altre occaſioni, che vale a dire, che mai non avviene il dover fare un arco, o volta, che ſopportar debba un ſoverchio

Tav. 3. Fig. 2. verchio peſo in ſiti, ove i pilaſtri, o fianchi non eccedano l'altezza della ſommità dell'arco, alla riſerva ne' Magazzeni da Polvere, nelle Caſematte, acciò reſiſter poſſano all'impeto delle Bombe, ne' ponti da farſi ſui Fiumi, ed altre ſimili congiunture, nei quai caſi, avuto il debito riſguardo s'accreſcerà il pilaſtro, acciò maggiormente poſſa reſiſtere contro qualſivoglia peſo, che immaginar poſſaſi gli ſia per avvenire, ma in luoghi, ove i pilaſtri, o le muraglie devono maggiormente elevarſi oltre la ſommità dell' arco, deveſi allora diminuire la groſſezza del pilaſtro, accreſcendoli la reſiſtenza coll' aggiunto peſo, come meglio dimoſtreraſſi quì appreſſo.

COROLLARIO SECONDO.

RIcavaſi parimente, che dato, che ſeguir debba nell'arco la rottura, quella ſeguendo, come ſopra ſi è detto ne' ſiti più deboli d'eſſo arco, faraſſi ſempre nel mezzo dell' arco, e nelle quarte d'eſſo, eſſendoſi ivi pur anche dimoſtrato eſſere i luoghi più deboli, come anche raccoglieſi, che i ſperoni, o rifianchi dovranno ſempre oltrepaſſare la quarta parte dell' arco ſuddetto, acciò ſieno più reſiſtenti.

PRO-

PROPOSIZIONE VII.

Tav. 4. Fig. 1.

Come ritrovar possasi la grossezza d'un pilastro in un arco, sul quale elevar debbasi un muro a qualunque altezza.

SIa dato l'arco semicircolare ABC, la di cui grossezza sia BD con i suoi sufficienti pilastri, come nella Fig. 1. Tav. 4. si è dimostrato, sul quale debbasi alzare un muro ad una qualunque altezza, come ben spesso avviene nelle fabbriche, ove nei sotterranei, ovvero nei piani di terra occorre farvi arcate per maggior comodo, ed al dissopra fa di mestieri formare il muro continuato, lo che il più delle volte cagiona peli, o fissure negli archi, i quali per mancanza di riscontro sono obbligati a cedere, la qual cosa certamente non avverrà, se pria d'intraprendere un tal impegno farà l'Architetto i seguenti riflessi, cioè, conosciuta in primo luogo *per virtù della Prop. 2. di questa* la direzione dell'arco BC, ovvero BA esprimersi per le linee AB, BC, secondo il di cui angolo *per la sovra citata Proposizione* dividersi il di lui peso parte in pressione, e parte in ispinta, di più, che trovandosi quivi l'angolo di direzione semiretto essere la mole dell'arco divisa metà in peso, e metà in forza, come meglio ivi dimostrossi. Di più ritrovato all' arco suddetto il proporzionato pilastro, come quivi vedesi rapportato in CE, ovvero AF. Oltre del che per aggiungere resistenza maggiore al suddetto arco dimostrossi *nella Proposizione 6.*, che elevando il pilastro fino a livello della

Tav. 4. Fig. 1. sommità dell' arco, si accresceva in esso arco la resistenza a proporzione del peso, che sul pilastro suddetto accrescevasi. Ma dovendo ora dal punto D all' insù elevare un muro ad una qualunque determinata altezza, osserverassi, se il sovraccennato pilastro AF, o sia CE sarà bastevole a sopportarne il peso; fatto adunque il riflesso, come spinger possa il sovrapposto peso all'arco verso de' suoi pilastri, sarà per certo, che avrà la stessa azione verso di quelli, come l'arco medesimo, nella stessa guisa appunto, come se fossero uniti in angolo due travi, nell' unione de'quali fossesi applicato un gran peso, quello eserciterebbe la sua azione in virtù degli angoli di direzione dei due travi suddetti, così il peso sovrapposto all' arco dividerassi in pressione, ed in spinta, giusta gli angoli di direzione dell'arco medesimo verso dell'angolo retto, le quali direzioni trovandosi in angolo semiretto, cagionerano, che il peso sovrapposto all' arco dividerassi metà in pressione, e metà in spinta, per il cui effetto dividasi la direzione dell'arco AB per mezzo nel punto H, dal quale dedotta una paralella al mezzo dell'arco ID, questa sarà HL, che dividerà il peso sovrapposto all' arco MNKD in due parti uguali, talmente che la metà KL d' esso peso ridurrassi in pressione, e l'altra metà LD ridurrassi in spinta, la qual pressione accrescendo resistenza al pilastro, appoggierassi su esso, d' onde ne avviene, che *per la Prop.* 22. *Cap.* 1. la resistenza del muro LK, unitamente all'altro KO soprapposto al pilastro, sarà suddupla al lor peso, quando l' impeto, o forza del restante muro LD trovasi assoluto, e perciò uguale al proprio peso, tra' quali contrarj

trarj effetti di forza, e resistenza dovendosi far l'equilibrio, dividerassi la linea PQ per mezzo in R, e presa la distanza PR, e trasferta da P in S, taglierà dal solido LD la porzione LS, che sarà equilibrata da tutta la mole OP, sicchè resteravvi ancora la parte SN da equilibrarsi, perciò presa la distanza SD, ed aggiunta alla larghezza del pilastro da O in T, questa lo abiliterà alla resistenza, crescendo quivi in doppia proporzione sì per l'aggiunta di peso, che per l'allungamento della leva. Dal che si può conchiudere, che ogniqualvolta su l'arco suddetto a maggior elevazione porterassi il muro, sarà sempre nella stessa guisa equilibrato, se sarà sempre ugualmente elevato tanto sull'arco, che sui pilastri, e che il muro sia della stessa materia dappertutto. Tav. 4. Fig. 1.

PROPOSIZIONE VIII. Fig. 2.

Come ad un arco scemo possasi ritrovare la grossezza del pilastro, qualora su esso debbasi elevare un muro a qualunque altezza.

Sia l'arco scemo ABC equilibrato su' suoi pilastri, come nella figura 2. tav. 4., sopra del quale sia elevato il muro al livello della sommità con i suoi speroni, o fianchi, come dimostrossi *nella Prop. 6. di questo*, per virtù de'quali saravvi già accresciuta nell'arco suddetto la resistenza sopra la forza. Ciò nulla ostante dovendo ritrovare la grossezza del suddetto pilastro, qualora sul sovra enunziato arco avessesi ad elevare un muro ad una qualunque altezza, non se

Tav. 4. Fig. 2. ne farà menzione alcuna, eſſendo ſempre più certo lo abbondare, che ſcarſeggiare in reſiſtenza, ſoltanto ſi faremo ad eſaminare l' impeto, che arrecar poſſa a' pilaſtri ſuddetti l' aggiunta del peſo ſopra la linea DE.

Fatto adunque rifleſſo all'angolo di direzione eſpreſſo per la linea AB, come ſtia verſo del angolo retto, giuſta la medeſima ſi potremo regolare nell' equilibrio del muro, che ſull'arco ritrovaſi, il qual angolo eſſendoſi dimoſtrato eſſere tre delle dieci parti dell' angolo retto, ne avviene, *come nella Prop. 3. di queſto*, che di tutto il peſo ſovrappoſto all'arco, ſette ſaranno le parti, che ſpingeranno, e tre quelle, che premeranno, per il che diviſa la direttrice AB in parti 10., come dalla figura ſi vede, quindi dal punto F, che ſepara la direttrice in proporzione del di lei angolo verſo dell' angolo retto eleveraſſi una paralella alla linea BG, la qual ſarà FH, queſta di tutto il muro GI ſovrappoſto all'arco divideranne la porzione HI in peſo, e l' altra HL in forza, colla ſola differenza, che la reſiſtenza nella porzione ridotta in peſo, come nella reſtante mole, che trovaſi ſul pilaſtro, cioè di tutto il ſolido HD, ſarà ſuddupla *per la più volte citata Prop.* 22. *Part.* 1. al proprio peſo, quando nell' altra HL ſarà uguale al peſo, che ritiene, appoggiandoſi totalmente ſull' arco, a ſegno tale, che la forza del peſo HL ſarà aſſoluta, e la reſiſtenza del ſolido HD ſarà riſpettiva.

Dopo queſte oſſervazioni verraſſi ad equilibrare la reſiſtenza dell'uno coll'impeto, o forza dell'altro, ed eſſendoſi dimoſtrata nel ſolido HD la reſiſtenza ſuddupla

alla

alla mole, divideraſſi la baſe del medeſimo DK per mezzo nel punto M, quindi trasferta la lunghezza MK da K in N, ſarà il peſo di HN equilibrato, onde altro non reſterà fuor d'equilibrio, che il ſolido NG, ma ſe preſa la di lui baſe NL ſi trasferirà da D in O, per qual punto ſi farà paſſare una paralella alla BG, la quale ſarà POQ, ſin a qual ſegno accreſcendoſi il pilaſtro ſi renderà abile a ſopportare l'impeto del muro all'arco ſovrappoſto, creſcendo nell'aggiunta ſuddetta la reſiſtenza in doppia proporzione sì per l'acereſcimento di mole, che per l'allungamento del braccio, che ſiccome primieramente la baſe del pilaſtro eſtendevaſi da R ſino in S, ora fu prodotta da R ſino in Q, le quali due proporzioni uguagliandoſi all'impeto del ſolido NG ſolamente nell'altezza PD, ne deriva, che di quanto ſi accrebbe la reſiſtenza dalla linea DE venendo al baſſo, e di ſopra più, lo che deveſi ſempre oſſervare per tutti li avvenimenti nella formazione dei pilaſtri, e ſe a qualunque altezza maggiore, oltre la linea PG ſi voleſſe elevar detto muro, qualunque volta s' eleverà tanto ſul pilaſtro, come ſull' arco, non abbiſogneravvi ulterior groſſezza del pilaſtro, come meglio nella paſſata Propoſizione dimoſtroſſi. Tav. 4. Fig. 2.

PRO-

Tav. 5.
Fig. 1.

PROPOSIZIONE IX.

Dato un arco ellittico equilibrato ſu' ſuoi pilaſtri, ſi ricerca di quanto debbanſi li medeſimi accreſcere, ſe ſopra l' arco ſuddetto faceſſe d' uopo appoggiarvi un muro, che s' elevaſſe a qualunque altezza.

RApportiſi di bel nuovo la fig. 1. tav. 2., che ſarà l'arco ABC con i ſuoi pilaſtri, come nella ſteſſa figura, e ciò per evitare la replica della ſteſſa coſa, ſoltanto farommi a dimoſtrare, come il pilaſtro ſuddetto nell' aggiunta, che faſſi all'arco di nuovo peſo, ritener debba proporzione compoſta della ſpinta dell' arco colla propria reſiſtenza, e dell'aggiunta di peſo ſu eſſo arco colla nuova reſiſtenza, in cui l' aggiunta ſuddetta in parte riduceſi per via dell'angolo di direzione, col quale sì l'arco, che il ſovrappoſto peſo agiſce verſo del pilaſtro.

Si dimoſtra, perchè conoſciuto l'angolo di direzione, che la linea AB forma colla AC nel punto A verſo dell'angolo retto CAD eſſere cinque delle 12., in cui divideſi il ſuddetto angolo retto, dedurraſſi, che ſiccome l'arco dimoſtroſſi ſpingere con ſette delle dodici ſue parti, e premere con cinque, così lo ſteſſo ſeguirà pur anche del peſo a detto arco ſovrappoſto, per il che diviſa la direzione dell'arco AB in parti 12. dal quinto punto proſſimiore al pilaſtro, cioè dal punto E dedurraſſi una paralella alla linea di mezzo BF, la qual ſarà EH, queſta di tutto il peſo ſovrappoſto all'arco ſepareranne la preſſione dalla ſpinta in tal guiſa, che la preſſione ſarà

HD,

HD, e che la ſpinta ſarà HG, come nelle paſſate dimoſtrazioni ſi è oſſervato, dal che ne ſiegue, che tutta la reſiſtenza ſarà HI, che deveſi equilibrare colla ſpinta HG, la qual reſiſtenza eſſendoſi più volte dimoſtrata ſuddupla *per la Prop.* 22. *cap.* 1. al proprio peſo, ed al contrario la forza aſſoluta nella mole HG, affinchè poſſaſi far l'equilibrio, divideraſſi la lunghezza LI per mezzo nel punto M, e queſta trasferta da L in N farà sì, che la parte della forza HN ſarà equilibrata da tutta la reſiſtenza HI, talmente che altro non reſteravvi fuor d'equilibrio, che la porzione NO, pel cui effetto ſe preſa la baſe dello ſteſſo ſolido NO, cioè NG, ed aggiunta al pilaſtro, cioè da P in R, eleveraſſi ſu detta baſe ad uguale altezza del reſto, il pilaſtro PQ ſarà allora con tutto il muro, che ſull'arco ritrovaſi in equilibrio. Nè vale qui il dire, che la reſiſtenza dell'aggiunta PQ ſia ſuddupla del proprio peſo, perciò inabile ad equilibrare la forza NO, ma eſſendoſi *nella Prop.* 29. *par.* 1. dimoſtrato, che l'aggiunta ne' ſolidi creſce in doppia proporzione tanto per l'aggiunta del peſo, che per l'allungamento del braccio, laonde l'aggiunta PQ ſarà baſtevole, anzi che ſuperiore in reſiſtenza della forza NO per la maggior lunghezza IR, e ſe ſul medeſimo arco vorraſſi ancora accreſcere più, e più peſo, ſarà ciò nulla oſtante ſempre in equilibrio, qualora il muro, o ſia peſo ſuddetto ſarà ugualmente ripartito tanto ſull'arco, che ſu i ſuoi pilaſtri, come ſi è ancora avanti dimoſtrato. Tav. 5. Fig. 1.

Nella ſteſſa guiſa pur anche ritroveraſſi ad un arco terzacuto la groſſezza del pilaſtro, qualunque volta farà

di

Tav. 5. Fig. 2. di meſtieri, che ſopra eſſo vi ſi elevi un muro, per il che condotta in primo luogo la linea AB a livello della ſommità dell'arco, divideraſſi il peſo, che ritrovaſi ſu eſſa linea in preſſione, o forza, giuſta gli angoli di direzione delle linee CD, DE, quali eſſendoſi dimoſtrati cinque delle otto parti, in cui divideſi l'angolo retto, cagioneranno pur anche, che di tutto il muro da ſovrapporſi all' arco diviſo in parti 8., cinque ſaranno di preſſione, e tre di ſpinta, per il che dimoſtrare diviſa una delle direzioni, come CD in parti 8., dal quinto punto F conduraſſi una paralella alla linea DG, la qual ſarà FH, la quale di tutto il muro ſovrappoſto all'arco ſeparerà la preſſione dalla ſpinta, che vale a dire eſſere la parte HI ridotta in peſo, e l'altezza HK in forza, tra le quali facendoſi l'equilibrio, come ſinora ſi è operato, ritroveraſſi eſſere quivi la reſiſtenza ſuperiore alla forza, ed eſſere il pilaſtro baſtevole per ſopportar qualunque maggior impeto, qualora ſarà parimente ripartita la gravità.

COROLLARIO.

DA quanto in queſte ultime Propoſizioni ſi è veduto può ricavarſi di quanta neceſſità ſia il fare gli ſperoni, o rifianchi agli archi, o volte, eſſendoſi dimoſtrata l'utilità, che da quelli ricavaſi nell' accreſcimento di reſiſtenza, che creſce in proporzione compoſta sì dal peſo aggiunto, che dall'incontro reſo all' arco. Di più raccoglieſi pur anche, come, ed in qual modo poſſaſi abilitare un pilaſtro alla reſiſtenza, quando all'incontro del medeſimo faraſſegli forza prima con un

arco

arco ſemicircolare, ſul quale ſovraſti un muro, indi con un arco ſcemo, da poi coll'ellittico, e finalmente coll' acuto, giuſta le direzioni de' quali trovoſſi la maniera di dividere il muro parte in peſo, e parte in forza, in prova del che quanto più s'approſſimeranno all'angolo retto le direzioni, tanto maggiore ricercheraſſi la reſiſtenza, ed all'oppoſto, a miſura che da quello ſi ſcoſteranno, tanto minore ſarà biſognevole il pilaſtro. Ciò nulla oſtante ſi è nelle preſenti dimoſtrazioni abbondato maggiormente a favore della reſiſtenza ne' pilaſtri, nulla contando il peſo de' ſperoni, che la reſiſtenza accreſcono, nemmeno di quel pilaſtro, che dal piede dell' arco s'eleva, e portaſi fino alla ſommità del medeſimo, il qual peſo, come che del tutto ſovrappoſto al pilaſtro comunica ad eſſo la reſiſtenza in ſuddupla proporzione del proprio valore, le quali coſe tutte ſi ſono aſtratte dalla conſiderazione nell'equilibrarne il momento, e queſto ſi è a motivo dell'imperfezione della materia, che il più delle volte s'adopera in tali congiunture, e per laſciare quaſi come un capitale di reſiſtenza al pilaſtro contro un ſiniſtro accidente, come ne' terremoti, che cagionano per lo più peli nelle fabbriche, ſcotimenti di tuoni, e per qualunque altro incidente di tal genere. Tav. 5. Fig. 2.

Quanto però ſi è dimoſtrato è praticabile, qualora i muri, o pilaſtri non hanno ulteriore incontro d'altri muri, ma quando le arcate foſſero ſucceſſive, allora ſi potrà l'Architetto prender qualche licenza nel diminuire il pilaſtro ſecondo il proprio biſogno, imperciocchè aſſodaſi allora la forza con un altro arco all'incontro, ed allora ſoltanto è biſognevole, che il pilaſtro ſia di ſcelta materia, acciocchè il peſo ſoverchio non lo faccia

cedere,

Tav. 6. cedere, e se non si puol fare di pietre, almeno se gli metteranno i ligati, o vogliam dir cintole, acciochè sia più rassodato, nelle quali occasioni il buon giudizio dell' Architetto è quello, che ci provede.

Fig. 1.

PROPOSIZIONE X.

Nella quale si dimostra quanto sia di vantaggio il collocare aperture sul mezzo di qualunque arco, diminuendo con tal modo la forza, o spinta a' pilastri, ed all' opposto quanto sia pregiudiziale il distribuirle contrariamente sui fianchi dell' arco, ovvero sui pilastri del medesimo, scemandone allora la resistenza.

Sia adunque l'arco ABC colle sue direzioni AB, BC, che debba sopportare il peso d'un muro sovrappostogli a qualunque altezza elevato, già fecesi manifesto *per la Prop.* 7., che a questo tal arco richiedevasi la grossezza del pilastro AD, come appunto tale si è trasportata nella presente figura. Ma come che il più delle volte avviene, che sopra tali arcate elevandosi il muro favvi di mestieri introdurvi aperture di porte, o finestre, dalla disposizione delle quali ancora può dipendere la sussistenza, o rovina del pilastro, e per conseguenza dell'arco, e per venirne alla dimostrazione dividasi di bel nuovo il muro sovrapposto all'arco in peso, ed in spinta. col dividere la direzione BA per mezzo, e con elevare dal punto E una paralella alla linea di mezzo BF, la quale sarà EG, questa separerà quella parte di muro, che riducesi in resistenza da quella,

quella, che riſolveſi in ſpinta, le quali due contrarie azioni eſſendoſi equilibrate nella groſſezza del pilaſtro DA, come meglio *nella ſovra accennata Prop.* 7. ſaraſſi manifeſto, che ſe dalla ſpinta torraſſi parte del peſo, per virtù del quale maggiore, o minore ſi rende, che ſempre più creſcerà ſopra d'eſſa la reſiſtenza in proporzione della deduzione di peſo, come ſe per eſempio ſull'arco ABC faceſſeſi la fineſtra HI, ſiccome nel vano, o apertura della medeſima ſi ſcema il peſo mancandovi la materia, non ſarà dubbio, che nella ſteſſa guiſa ſcemerà quell'azione, che il peſo ſuddetto abile ad otturare la fineſtra HI avrebbe avuta verſo della reſiſtenza. Tav. 6. Fig. 1.

Non così però ſarà per avvenire, qualora in vece di collocare l'apertura ſul mezzo dell'arco ſi collocaſſe ſui fianchi, perchè allora non ſolo la forza ſaria per creſcere ſopra della reſiſtenza in quella proporzione, colla quale nella reſiſtenza ſcema il peſo, ma di più ancora, a motivo che più s'eſtende la ſteſſa forza, talmente che creſcerà la forza ſopra la reſiſtenza in proporzione compoſta della diminuzione del peſo nella reſiſtenza verſo l'intiero valor della forza, con quale prima faceaſi l'equilibrio, e di più per la maggior eſtenſione della forza ſopra la ſteſſa reſiſtenza, che per virtù di dette aperture s'accreſce.

Che ne ſia il vero, oſſerviſi, come l'apertura GL trovandoſi avere per lato la linea GE, che divide appunto la preſſione dalla ſpinta, e che ſovra del fianco CM appoggiaſi la metà del peſo alla fineſtra ſovrappoſto, che vale a dire, che il muro, che ſul vano della fineſtra GNML ritrovaſi, graviterà ugualmente

tanto

Tav. 6. Fig. 1. tanto ſul punto G, che ſull'oppoſto N; dal che ne naſce, che ſe ſulla ſpinta GO accreſceraſſi maggior peſo, cioè la metà di quello, che ſovraſta alla fineſtra, dovraſſegli ſenza dubbio accreſcere la reſiſtenza nell'equilibrarlo, oltre del che colla formazione dell'apertura ſi tolſe di già dalla reſiſtenza una parte ſuddupla al peſo, che ſarebbe neceſſario per occupare il vano MLGM, delle quali due proporzioni formatane una ſola, e riconoſciuto per via delle precedenti dimoſtrazioni l'eccesſo della forza ſopra la reſiſtenza, faraſſegli di bel nuovo l'equilibrio con ingrandire, ed accreſcere il pilaſtro, come ſi è viſto più volte.

Lo ſteſſo pur anche avverrà in tutte le altre ſorte d'arcate, cioè ſceme, ellittiche, e terzacute, qualunque volta nel muro ad eſſe ſoprappoſto vorrannoſi formar aperture per maggior comodo delle camere ſuperiori, onde per queſt'effetto farà di meſtieri ſempre equilibrare il valore del peſo coll'impeto della forza, pria di formare, e ſtabilire l'arcata. Quando poi dalla neceſſità veniamo coſtretti a collocare in tal guiſa le aperture ſu gli archi, come nell'interno d'una fabbrica, ove le porte delle camere ſi mettono negli angoli d'eſſe per laſciar maggior ampiezza alle medeſime per gli altri uſi, allora procureraſſi almeno di collocare dette aperture in guiſa che cadano fuori della linea, che divide la preſſione dalla ſpinta, che allora ſcemerà ſoltanto la reſiſtenza in ſuddupla proporzione della mancanza del peſo, come per eſempio ſe la ſteſſa apertura NGLM foſſe traſferta alquanto verſo il pilaſtro, come in PQRS, talmente che il fianco della medeſima PQGM s'appoggiaſſe oltre la linea GE, in quel caſo ſoltanto manca-

mancherebbe la reſiſtenza, a miſura che ſi è tolto dal peſo, e non come prima il muro ſoprappoſto alla fineſtra appoggeriaſi alla forza, lo che per equilibrare altro non ſaria neceſſario, che aggiungere alla reſiſtenza valor uguale a quello, che avanti riteneva ſenza dell' apertura; aggiungendovi inoltre eſſere tal coſa tollerabile nell'interno delle caſe, avvegnachè per ordinario nel mezzo delle arcate, che ben ſoventi corriſpondono al mezzo delle camere ſuperiori vi ſi mettono le canne dei fornelli, per motivo delle quali ſi ſcema pur anche l'impeto con levarci del peſo, ma quando tal coſa s'intendeſſe di fare nell'aſpetto eſteriore d'una facciata, allora ſarebbe lo ſteſſo, che ſpargere il mal'aſpetto in eſſa, quando abbiamo per primo principio di ſituare i vivi de'muri ſopra altri vivi, e le aperture ſu le altre aperture, oltre alla ſoverchia groſſezza del pilaſtro, che per tal motivo ſaria biſognevole, acciò la reſiſtenza corriſpondeſſe all'impeto, che dal reſtante peſo li verrebbe arrecato. Tav. 6. Fig. 1.

Degli Archi rampanti.

GLI Archi rampanti ſono quelli, che ben ſoventi occorre metter in opera nelle volte delle ſcale, e quelli parimente, verſo de'quali maggiore richiedeſi l'attenzione nell'eſeguirli, ſtante l'obbliquità loro, ſopra le quali coſe faremo le dovute riflellioni, e per cominciare con ordine oſſerveremo in primo luogo, come formar debbaſi il loro ſeſto.

Tav. 6.
Fig. 2.

PROPOSIZIONE XI.

IL ſeſto degli Archi rampanti naſce dalla proporzione di quello degli archi ordinarj, colla ſola diverſità, che il piede negli archi piani trovaſi da ambe le parti allo ſteſſo livello, ed all'oppoſto nelli rampanti trovaſi da una parte alto, e dall'altra baſſo: laonde il di lui ſeſto formeraſſi nella ſeguente maniera.

Sia l'arco ſemicircolare ABC, il di cui diametro ſia AC, dividaſi la di lui circonferenza in parti a piacere, e da eſſe faccianſi cadere perpendicolari al diametro AC, come BD, EF, e le altre; da poi trasferto il diametro AC in GH, nel punto H formeraſſi l'angolo d'inclinazione del rampante GHI, indi trasferte tutte le diviſioni del diametro AC nella linea GH, s'eleveranno novamente tante perpendicolari, quanti ſono i punti delle diviſioni ſuddette. Ciò fatto prendaſi la linea LK proveniente dal primo punto di diviſione, e ſi trasferiſca da O in P ſulla prima linea dell'altra figura, così della ſeconda linea MN operandoſi ſi porterà da Q in R, e proſeguendo ſi prenderà la linea EF, e ſi porterà da S in T, e finalmente il ſemidiametro ſi trasferirà da V in X, lo ſteſſo replicando dalla parte oppoſta avremo i punti, per i quali facendoſi deſtramente paſſare una curva IXH ci laſcierà impreſſo il ſeſto dell'arco rampante.

Fig. 3. Ma quando non faceſſe di meſtieri, che l'arco ſuddetto aveſſe tanta elevazione, ma bensì foſſe più ſcemo, allora potraſſi regolare il di lui modello, giuſta

la

la figura quì a lato deſcritta, ove eſſendovi l'arco ellit- Tav. 6.
tico ABC, divideraſſi allo ſteſſo modo la di lui peri- Fig. 3.
feria in parti uguali a piacere, dalle quali fatte cadere perpendicolari ſul diametro, queſte ſi porteranno nella figura ſovrappoſtagli dalla linea d'inclinazione all'insù, e ci daranno parimente i punti, per i quali dovrà paſſare la curva, ch'eſprimerà il ſeſto dell'arco più ſcemo, come richiedevaſi, ed in tal guiſa ſi potranno da qualunque arco piano ricavare gli archi rampanti, come nelle due ſovra eſpreſſe figure ſi è oſſervato, ma il più delle volte avviene, che dette arcate ſi troncano per non ritornar ad abbaſſarle tanto, come vedeſi per le linee HY, ed FK, e queſto ſi è anche a motivo di dar maggior altezza al pilaſtro in ſiti baſſi, come più avanti vedremo.

PROPOSIZIONE XII.

Fig. 4.

Come in un arco rampante poſſanſi ritrovare i punti delle rotture, le direzioni, ed equilibrio del peſo, come anche in qual modo più graviti ſu d'un pilaſtro, che ſull'altro.

SIa adunque l'arco rampante ABCDE naſcente dal ſemicerchio, dico, che nella ſteſſa guiſa, che formanſi le rotture nell'arco ſemicircolare farannoſi pur anche in queſto rampante. In prova del che ripigliata la figura *della Prop. 6.*, ove dimoſtroſſi romperſi l'arco nel di lui punto più ſublime B, e per conſeguenza cedere il medeſimo in due altri punti più deboli, ed equidiſtanti DE, che trovanſi appunto nel mezzo dei due

Tav. 6. Fig. 4. quadranti componenti detto arco, per il che eletto anche nel noſtro caſo il punto più ſublime, ed elevato dell' arco rampante C, queſto ſarà il punto di mezzo, ove dovraſſi rompere, indi diviſe le porzioni dell'arco CA, e CE ciaſcheduna per mezzo ne' punti B, e D, ivi ſaranno i ſiti del riſentimento in caſo di rottura nel punto C, e che ne ſia il vero ritroviſi la direzione di ciaſcuna metà dell'arco, cioè della porzione CE, e dell'altra CA *per la Prop.* 2., le quali direzioni, come meglio dalla figura ſi vede, ſaranno eſpreſſe per le linee AC, CE. Nè qui ſolo dovrà oſſervarſi la corriſpondenza dell'arco rampante con quello poſto in piano, in cui dai punti delle rotture, che corriſpondono alla metà delle direttrici ad angoli retti, in qual drittura ſi portano a ritrovare il centro dell'arco, *come inſegna Euclide nella Prop.* 25. *lib.* 3., quivi vedraſſi ſeguire lo ſteſſo effetto, avvegnachè diviſa la direttrice CA per mezzo nel punto F, e per eſſo facendo paſſare la retta linea BF, quella porteraſſi ad incontrare il centro dell'arco G, e ſeguiranne certamente lo ſteſſo dall'oppoſta parte, imperocchè diviſa la direttrice CE nel punto H, paſſerà per i punti DH una retta linea, che prolungata anch' eſſa verrà a ritrovare lo ſteſſo punto G, dal che manifeſtamente ſi ſcorge ſeguire in tutto, e per tutto gli ſteſſi effetti nell'arco poſto in piano, come nell'arco rampante, qualunque volta uno naſcerà, e formeraſſi ſul ſeſto dell' altro, la direzione poi del rampante, e il di lui peſo avranno fra di loro, o verſo de' ſuoi riſpettivi pilaſtri proporzione compoſta del peſo al peſo, e della direzione alla direzione, lo che vedraſſi qui appreſſo.

Eſſendoſi

Essendosi adunque manifestato, che tutto il peso sovrappostо alla direzione AC s'appoggi in parte, e prema sul punto A, e parimente il restante sovrappostо alla direzione CE prema, e s'appoggi al punto E, altro più non vi resta, che osservare la proporzione de' pesi, che cammina del pari colle solidità, per il che misurata la solidità della porzione d'arco CBA, e paragonata coll' altra CDE, ritroverassi, che quest' ultima eccede più del doppio la prima, e con questa regolerassi la proporzione del peso al peso, quella poi della direzione alla direzione, ritroverassi nel modo sovra citato *nella Prop.* 2., che sarà uguale alla proporzione degli angoli alla base comparati fra loro, per il che commensurato l'angolo KAL all'angolo MEO, e ritrovati uguali, questi non altereranno in veruna maniera la proporzione, sicchè essendosi dimostrata poco fa la proporzione de' pesi poco più che doppia, potrassi conchiudere, che il pilastro E soffrirà il doppio tanto del peso, che della spinta, di quello, che soffrir possa il punto, o pilastro A; ma occorrendo il più delle volte, qualora si fanno simili archi, che incontrasi il loro piede con altre arcate, che portano i ripiani delle scale, non farà perciò di mestieri ingrossare il pilastro E sopra del pilastro A per abilitarlo alla resistenza, avvegnachè ritrovandosi l'incontro, non mai potrassi far cedere il piede, abbenchè fosse superiore il peso, o forza dell'arco alla resistenza del medesimo, a' quali archi dovrannosi sempre fare i loro speroni, acciò possano sostenersi, massimamente ove l' arco trovasi più incurvato, come nel punto B, ove potrebbe più facilmente romperssi, il modo poi, col quale debbano

Tav. 6. Fig. 4.

Tav. 6. farſi i diverſi ſperoni agli archi tratteraſſene quì ap-
Fig. 4. preſſo nella pratica di queſta cognizione, ed in ogni altro arco rampante ſempre ſeguirà lo ſteſſo effetto circa le direzioni, ed i punti delle rotture, come negli archi piani, da' quali poſſono derivare, qualunque volta i detti archi ſieno intieri.

PROPOSIZIONE XIII.

Come poſſaſi accreſcere, o conſervare la reſiſtenza in un pilaſtro quando s' elevi a maggiore, e maggiore altezza.

Tav. 7. Fig. 1. ELetta adunque la groſſezza d'ogni qualunque pilaſtro da ſottoporſi ad ogni ſorta d'archi, come nelle paſſate dimoſtrazioni abbiam veduto, reſta neceſſario fare alcune rifleſſioni, qualora detti pilaſtri inalzandoſi a maggiore, o minore elevazione, ſe la reſiſtenza ne' medeſimi s'alteri, o no, per il che dovremo in caſo d' alterazione andarle all' incontro per impedirne la di lei rovina.

Sia adunque il pilaſtro equilibrato colla ſpinta di un arco ABCD nel quadrato della ſua baſe, e dovendolo alzare il doppio, cioè in EF, ſiamo per inveſtigarne la reſiſtenza, la quale procedendo dal peſo, come per lo avanti ſi fece vedere, dovrebbe per conſeguenza eſſere doppia nel pilaſtro ED, di quella che ritenga il pilaſtro AD; ma ſe per altra parte trasferta l'applicazione della forza, la quale primieramente ritrovavaſi appoggiata in C, da detto ſito in F, vedraſſi allora nella ſteſſa maniera, colla quale per l'aggiunta del ſolido AF cre-

ſceva

ſceva la reſiſtenza nel pilaſtro, adeſſo colla varia poſi- Tav. 7.
zione della forza eſtinguerſi nella ſteſſa guiſa la reſi- Fig. 1.
ſtenza, ritrovandoſi la leva FD, per cui agiſce la forza doppia della DB, come vedeſi la reſiſtenza, o ſia peſo del pilaſtro ED doppio del pilaſtro AD, ſicchè da queſto ſi potrebbe conchiudere eſſere la reſiſtenza nella ſteſſa ragione della leva, la leva nella ſteſſa ragione dell' altezza, l'altezza, come il peſo, ed il peſo, coma la reſiſtenza, onde fattane l'equazione dovrebbeſi ritrovare ugual reſiſtenza nel punto F, come nel punto C.

La qual Propoſizione abbenchè ripiena d' apparente concluſione, altrettanto però allontanaſi dal vero, oſſervando noi, che una colonna eretta in piedi, ſe non è ſoſtentata dal peſo, che la contenga, non ſoffrirà al certo una forza uguale al ſudduplo del ſuo peſo, al quale ſarà per reſiſtere un cubo della ſteſſa baſe, elevato ſoltanto ſul quadrato della medeſima, e ſe faraſſi lo ſperimento con una trave di lati paralelli, troncata nel piede ad angoli retti delli ſteſſi lati, e poſata ſopra un piano perfetto perpendicolarmente avraſſi della difficoltà a farla ſtare in piedi, e ad ogni minima forza ſarà per cedere, e ſtrapiombare, e ſe per l'oppoſto da detta trave ſe ne troncaſſe una parte uguale in altezza alla ſua baſe, e queſto come ſopra applicato ſopra un piano perfetto non avrà ripugnanza in affodarſegli, anzi che per lo contrario ricuſerà di eſſere da quello rimoſſo da qualunque forza minore del ſudduplo del ſuo peſo. A' quali effetti meco ſteſſo più volte penſando con deſiderio di cercarne la ragione, oſſervai ciò procedere dal movimento, col quale

Tav. 7. Fig. 1. ciaſcuna di dette ſolidità a varie altezze elevata eſercita, qualora nel ſuperarle la reſiſtenza, trovaſi tal mobile in equilibrio ſul punto d' appoggio, che vale a dire al termine della reſiſtenza, il qual movimento per compenſare in tutte le elevazioni ſi potremo ſervire del modo ſeguente.

Ripigliata di bel nuovo la ſteſſa figura del pilaſtro ABCD, contro del quale facendogli forza nel punto A con intenzione di roverſciarlo, avanti che il medeſimo ſia arrivato alla poſizione in equilibrio GHID, dovrà deſcrivere la porzione d' arco AC colla diagonale DG, talmente che l'eſtenſione, o movimento del ſolido intenderaſſi eſpreſſo per la curva GA; lo che non ſarà riſpondente nel movimento del pilaſtro EFBD, ſtante che queſto deſcriverebbe nel muoverſi un arco ben minore ridotto all'equilibrio nella poſizione KLMD, in modo che minor forza, o vogliam dir con minor azione di forza ſaria più facile di ſuperare la reſiſtenza del pilaſtro ED, di quella ſi impiegaſſe per vincere, o abbattere il valore del pilaſtro AD; ma ſe poi ſi deſideraſſe ridurre il pilaſtro ED ad ugual reſiſtenza del pilaſtro AD, ſi metteranno ambidue in equilibrio ſul punto D nelle poſizioni DHGI, e DKLM, quindi dedotta dall' angolo I del primo una perpendicolare IN, e dall'angolo M del ſecondo dedottane un' altra MO, della larghezza NO dovrà accreſcerſi la baſe del pilaſtro ED, e così ſuſſeguentemente a varie altezze, in modo tale, che la baſe del pilaſtro RD elevato alla tripla altezza del primo AD, dovrà accreſcerſi della larghezza NP, e finalmente la baſe del quarto SD dovrà eſſere maggiore della baſe del primo BD

della

della larghezza NQ, e così in infinito, ritrovandoſi maggiori le altezze, con tal ordine ſempre s' anderanno accreſcendo le baſi dei pilaſtri, come nella ſuſſeguente figura la baſe del primo ſarà AB, del ſecondo AC ſarà AD, del terzo AE ſarà AF, del quarto AG ſarà AH, dalle quali operazioni chiaramente ſi può conoſcere, come piuttoſto creſca il movimento, o ſia l' azione della forza verſo la reſiſtenza del pilaſtro più alto, che verſo del più baſſo dalla oſſervazione degli archi, che ogni via più ſi vanno rendendo maggiori, e con tal mezzo ſi potranno anche regolare le groſſezze dei muri, quando ſi hanno a far Chieſe, ove le volte, ed archi ſi trovano nella più elevata altezza, ed in tutte le occaſioni, che poſſono pervenire alle mani d'un Architetto. Tav. 7. Fig. 1.

PROPOSIZIONE XIV. Fig. 2.

Come nelle Volte delle Cupole ritroviſi l' equilibrio nel peſo, per lo quale ſi ſoſtengano ſenza ſperoni.

SIn ora ſi è dimoſtrato, che tutti gli archi d' ogni genere acciò poſſano ſtar in piedi richieggono i ſuoi ſperoni, o rifianchi, lo ſteſſo parimente ſi verifica nelle volte, eſſendo eſſe non altro, che archi più dilatati, ed eſteſi. Ma oſſervandoſi per altra parte, che in tutti i luoghi, ove ſi trovano Cupole coperte a piombo, non aver elleno alcun rifianco, o ſperone, quello mi fece conghietturare, dipendere ciò da più rimota cagione, per il che ſu queſto particolare ſarà più laborioſa alquanto l'operazione. Sia adunque una

porzione

Tav. 7. Fig. 2. porzione di Cupola, che tanto baſta ABCD, il di cui ſeſto ſia ſemicircolare, dovrà eſſere la di lei groſſezza nel piede, giuſta i documenti dati dal Cavaliere Fontana nel ſuo libro intitolato *Templum Vaticanum* la duodecima parte del vano d'eſſa, ove dimoſtra pur anche doverſi tal groſſezza del piede andare ſempre più diminuendo, a miſura che verſo la ſommità della medeſima s' andiam avvicinando, a ſegno tale, che della groſſezza CD conſtituita nella baſe non ſe ne ritrovi più che AB nella ſommità, porzion ſuddupla alla prima. Ciò ſuppoſto formiſi la direzione BD *per la Prop.* 2., per virtù della quale troveraſſi il punto della rottura nell' arco, o cupola, che vogliam dire nel punto H, per il che dico, che la forza, o peſo di quella parte di volto, che trovaſi da H verſo B, nel quale maggiore ritrovaſi la ſpinta, ritenere verſo l' altra parte HD, in cui maggiore ſi è la reſiſtenza, proporzione compoſta della groſſezza dell' una alla groſſezza dell' altra, e dell' ambito della prima a quello della ſeconda.

Ma per devenire ad una dimoſtrazione affatto chiara conſideremo in primo luogo qual ſia l' azione della ſpinta verſo della reſiſtenza di detto volto, le quali cognizioni ſi traono dalla notizia, e cognizione delle direzioni particolari di ciaſcuna d'eſſe parti, per il cui effetto tratta la direzione BH della porzione della cupola BI, oſſerveraſſi *per la Prop.* 2. dal di lui angolo, che contrae in proporzione dell' angolo retto eſſere la quarta parte del medeſimo, perciò in virtù di quanto nella detta Propoſizione praticoſſi, ſarà la ſpinta della porzione di volto BI uguale a tre quarti della mole, e l' altra

l'altra quarta parte ridurraſſi in peſo. Quindi rivolto il penſiero ſopra la porzione ID, e dalla di lei direzione DH ricaveraſſi parimente il peſo, e la forza, in cui tutta la mole ſeparaſi, il qual angolo ritrovandoſi tre delle quattro parti dell'angolo retto, farà sì, che la mole del volto HCID con tre quarte del ſuo peſo ſara per premere ſopra il ſuo piede, e coll'altra porzione reſtante ſarà per ſpingere contro del medeſimo, dal che ſi vede, che qualunque volta la cupola foſſe di uguale groſſezza in ogni ſuo punto, ne reſteria fatta l'equazione tra il peſo, e la ſpinta ancora una porzione ſubquarta fuor d'equilibrio, come nella già detta *Prop.* 2. ſi è dimoſtrato. Ma ritrovandoſi l'eccesſo della maggior groſſezza della parte di Cupola ICHD ſopra dell'altra porzione IABH uguale alla parte nera ILCM eſercitare il ſuo momento colla direzione HD, ridurraſſi più in peſo, che in iſpinta, come ſi è viſto di ſopra. Sicchè paragonate le azioni, ed i peſi, vedraſſi, che la porzione HB ſe ritiene gradi otto di peſo, l'altra HC ne riterrà dodici, tra' quali dovendo far l'equilibrio, avraſſi in primo luogo riguardo, che degli otto ſuperiori, ſei ſoltanto ſono quelli, che ſpingono, e due che premono, e per l'oppoſto dei dodici reſtanti nove ſaranno di peſo, e tre di ſpinta. Tav. 7. Fig. 2.

Congiunto adunque il peſo col peſo, e la ſpinta colla ſpinta, vedraſſi, che il peſo aſcenderà a gradi undeci, e la ſpinta a nove, tra le quali differenze fatta l'equazione, troveraſſi reſtar ſuperiore la ſpinta di gradi 2., ma ſe per altra parte ſi conſidera, che ciaſcuna porzione di detta cupola reſta fatta in forma di Coſtellone, e che maggiormente dilataſi nella baſe, che

nella

Tav. 7. Fig. 3. nella cima, osserverassi, che con questo ajuto troverassi la bisognevole resistenza. Per la qual cosa meglio riconoscere conducasi una retta linea 1. 2. nella figura a parte, nella quale si stenda l'interna superfizie dell' arco DHB, presa però con minime aperture di compasso, dappoi divisa detta linea in parti sei uguali, o altra misura a piacere, si condurranno per esse divisioni linee normali alla 1. 2., quali si prolungheranno al bisogno, poi formato un costellone in pianta, come vedesi DEF, la larghezza della di cui base si elegga a piacere DE, quindi per ritrovare in esso tutte le commisure, divideransi pur anche l'ambito dell'arco DHB in parti *6.* uguali, come vedesi in QPHONB, e presa la distanza BN, o sia la lunghezza della linea NB, si trasferisca nella pianta da F in 3., e con detto intervallo si descriva l'archetto 3. 4., come si vede, in secondo luogo presa la lunghezza RO, e trasferta da F in 8. nella pianta si formerà l'arco 8. *9.*, così proseguendo colla terza distanza SH fatto centro in F, si porterà da F in 15., e descriverassi l'arco 15. *16.*, e così delle altre fino a DE, come dalla figura si vede.

Presa adunque la distanza 3. 4. sulla pianta si trasferirà da 5. in *6.*, e da 5. in 7. fig. 3., così la seconda 8. *9.* si porterà da 10. in 11., e da 10. in 12., e successivamente delle altre, come dalla figura si vede, per le estremità delle quali si condurranno destramente due linee curve, che ci inchiuderanno l'interna superfizie del costellone, distesa in guisa tale, che la metà di esso, che trovasi alla base sarà in proporzione dupla sesquialtera di quella verso l'apice, per il che se la di lui parte 1. 13. 14. riteneste gradi 8. di peso, l'altra

restante

reſtante ne conterrebbe 20., abbenchè foſſero di uguale groſſezza, aggiungaſi di più, che i gradi 20. ſuddetti creſcono per la maggior groſſezza, che ritrovaſi nel piede per la metà della mole, e faraſſi novamente l'equilibrio, cioè che preſi, come ſopra i gradi 8., dei quali ridottine 6. in ſpinta, e 2. in preſſione a motivo della direzione HB, e parimente gli altri 20., a' quali aggiunta la maggior groſſezza ſi ridurranno a 30., de'quali ridottine la quarta parte in iſpinta, cioè 7 ½, congiunti colli 6. ſovra menzionati, ſaranno in tutto 13. ½ di forza, che opereranno contro 24. ½ di reſiſtenza, la quale non eſſendo doppia della forza, non potrà equilibrarla, per il che accreſceraſſi alquanto il piede della cupola da C in Y di muraglia perpendicolare, che allora ſarà equilibrata la forza ſuddetta; dal che ſi vede, che ſenza l' ajuto de' ſperoni ſi può far che ſtia una cupola, con equilibrarli in tal guiſa la reſiſtenza nella maggior groſſezza del piede, coll' aggiunta, che per lo più il ſeſto delle cupole non ſaſſi a ſemicerchio, ma bensì con un ſeſto più acuto, in cui le direzioni ſono più proſſime alla perpendicolare, pel cui effetto non ſpingono tanto, oltre l'ajuto delle chiavi, che in gran parte gli preſtano. Tav. 7. Fig. 2. e 3.

Ora ſu tal rifleſſo cred' io, che ſarà per ceſſare in alcuni la maraviglia, nel vedere talvolta le cupole delle Chieſe ſopportare grandi lanternini, maſſime in oſſervare, che eſſe cupole trovanſi ſenza incontri, ma la conſiderazione della verità, e natura de' peſi toglie affatto lo ſtupore, avvegnachè per l' ordinario le cupole di tal ſorta ſi formano con un ſeſto più elevato del ſemicerchio, aggiungaſi di più, che ſi ſuole nel

piede

Tav. 7. Fig. 2., e 3. piede di dette cupole darli il rinforzo con una, o più chiavi di ferro, che le circondano, per le quali validissime, ed efficaci ragioni devesi conchiudere, che stante la resistenza sovr' abbondante della cupola nella parte inferiore il lanternino non cagionerà mai nella medesima rottura, nè danno veruno, ogniqualvolta nella struttura d'essa si sieno osservate le debite regole dell' edificatoria, le quali si dimostreranno qui appresso.

PROPOSIZIONE XV.

Dell' edificatoria, o sia pratica nella costruzione degli Archi, e Volte di qualunque genere.

PER concepire l'idea delle cose fa in primo luogo di mestieri racorrere al loro principio, e natura, conciossiacosachè da essi meglio riconoscansi gli effetti. Per il che se si faremo a considerare noi la natura dell' arco, quello altro non troveremo essere, che un semicilindro vacuo, composto di più cunei tronchi, in prova del che osservisi in questa figura la porzione d' arco AB composta di più cunei, se le commissure loro si prolungheranno, vedrannosi tutte portarsi per linea retta a ritrovare il comun centro, e questo appunto si è il motivo, pel quale un arco si sostiene in piedi, e rendesi abile a sopportar qualunque peso, come abbiamo poco avanti dimostrato, ed essendo proprietà del cuneo il ristringersi verso il centro, e dilatarsi verso la circonferenza, appunto in figura d'una piramide, di qui ne nasce, che qualunque volta sia collocato uno di detti cunei in un luogo, ove gli sia

disposta

diſpoſta una propria apertura, opererebbe allora contro il ſuo naturale, ſe da detto ſito ſi rimoveſſe. E che ne ſia la verità, oſſerviſi il ſemicilindro IDH diviſo in tanti cunei, come ſono FGN, FCD, FCG &c., e ſia il cuneo DCF coſtituito tra mezzo dei due DCG, ed FCN, non potrà giammai il cuneo di mezzo rimoverſi dal ſuo ſito, ſenza che non cedano parimente i due laterali, ed attigui, e per conſeguenza gli altri: ora eſſendo impoſſibile, che il cuneo di mezzo DCF poſſa equilibrare due laterali, eſſendo queſti il doppio di più gravi di quello ſarà anche impoſſibile, che poſſa il cuneo di mezzo da tal luogo rimoverſi. Nè lo ſteſſo effetto ſarà ſoltanto per ſeguire nell' intiero cuneo DFC, ma pur anche nel tronco DFLA, eſſendo che la baſe DF ſuperiore trovaſi maggiore dell' altra LA, non potrà la DF abbaſſarſi nemmeno un capello, ſenza che non cedano i lati, lo che ſi è dimoſtrato impoſſibile, dalle quali coſe potremo conchiudere, che ogniqualvolta un arco ſarà formato di più cunei tronchi, le commiſſure de' quali tenderanno ad un comune centro, ſarà detto arco ſoſtenibile, e ſe ſi faceſſe di mattoni, avraſſi lo ſteſſo riguardo nelle commiſſure, ma perchè queſti per lo più trovanſi di lati paralelli, faraſſi loro la maggior groſſezza, per la quale prendono la figura del cuneo colla calce, l' eſempio del che vedeſi nella detta figura a parte ſiniſtra, ma acciocchè più facilmente nell' eſecuzione d' un arco poſſaſi conſeguire quanto ſi ricerca, farà di meſtieri collocare nel punto, o centro C un chiodo, al quale affiſſo un filo ſi ſtenderà a lato d'ogni corſo di mattoni, in modo che il fianco de' me-

Tav. 7. Fig. 4.

deſimi

Tav. 7. Fig. 4 desi ni sia sempre paralello al filo, e non potendosi ciò praticare, faraſſi un regolo, o modello di legno, il quale sia incurvato nella sua baſe colla ſteſſa curvità dell'arco, dal quale eleveraſſi un liſtello ad angoli uguali, e quello andraſſi applicando ſul ſeſto dell' arco, o volto che s'intende di fare, e tale liſtello in tal guiſa elevato ci dinoterà, ſe le commiſſure inclinino al centro, l'eſempio del quale vedeſi nella fig. 2., ove il pezzo d'arco AB avendo la ſteſſa curvità del volto, divideraſſi la diſtanza BA in due parti uguali, i quali termini A, e B congiunti coll'occulta BA, dal punto C di mezzo eleveraſſi una perpendicolare CD, queſta ſenza dubbio *per la Prop.* 1. *lib.* 3. *d' Euclide* prolungata porteraſſi a ritrovare il centro dell' arco, adunque ſe giuſta la linea CD ſi formeranno le commiſſure nell'arco, andranno tutte a ritrovare il centro, ed in queſta guiſa l' arco ſarà reſiſtente, come ſi ricercava.

PROPOSIZIONE XVI.

Come debbaſi edificare un arco ſcemo, e come debbanſi regolare le di lui commiſsure.

Tav. 8. Fig. 1. NON molto dall'antecedente allontanaſi queſt' operazione, avvegnachè le commiſſure ſempre deveno inclinarſi al centro, ſoltanto deveſi aver riguardo, che ſiccome nella paſſata Propoſizione il centro dell' arco ritrovavaſi al livello dell'impoſto, in queſta ritrovaſi ſotto del medeſimo. Dato pertanto l'arco ABC, ſe gli ritroverà *per la Prop.* 25. *lib.* 3. *Elem.* il centro, il quale

quale sarà nel punto D, al quale si condurranno tutte le commissure dell' arco suddetto, come dimostra la fig. 1, avertendo anche, che l'imposto, su cui s'appoggia detto arco non deve essere a livello, ma bensì inclinato anch'esso al centro secondo le linee CE, FA, affinchè maggiormente possa sopportar l'impeto, o sforzo di tutto l'arco, che perciò qualunque volta avrà i fianchi proporzionati al peso, che ha da sopportar, come meglio *nella Prop.* 3. dimostrossi, sarà nientedimeno resistente, abbenchè non abbia tutto quel sesto del primo. Tav. 8. Fig. 1.

Varie altre maniere di far archi scemi sono rapportate da diversi Autori, fra' quali vi è *Barozio, e Serlio nel lib.* 4., ove ritrovansi più sorte d'archi scemi, fra'quali evvi una maniera assai bella, ove dato un sito per farvi un volto piano, come nelle volte delle botteghe, o finestre accade, qual sia per esempio il sito AB, che abbiasi a chiudere con un volto piano, disporrannosi in tal guisa i piedi del medesimo AM, BL, che le commissure anch'esse tendano ad un comun centro, come si vedono le due CD, EF, di poi se vi fosse un sol pezzo di pietra per chiudere il restante spazio CE, sarebbe cosa più forte, ma quando non vi fosse, sarebbesi allora in più pezzi, come dalla presente figura si vede, con ciò però, che le commissure vadano sempre allo stesso centro, ed acciocchè detto volto non venga in rovina, potrassi su esso sostituire un altro arco, come GHI, il quale appoggiandosi in due incavi fatti nei piedi dell' arco piano, sopporterà questo tutto il peso superiore, anzi che maggiormente assodando i piedi, od imposti IL, GM, farà sì, che l'arco piano ren- Fig. 2.

Tav. 8. Fig. 2. leraſſi ſempre più ſicuro, ſe ſaranno in tal guiſa incontrati i di lui ſoſtegni, che rimovere non ſi poſſano.

COROLLARIO.

DAL che ſi comprende quanto ſia il vantaggio, che ricavaſi nel fare quel ſecondo arco ſopra le porte, e fineſtre, sì per ſollievo dell'arco piano, che ſotto eſſi ritrovaſi, come per maggior ſodezza dell' edifizio, lo che fu ſempre praticato dagli intelligenti antichi, per il che tutti gli edifizj loro alla perpetuità ſi conſervano.

Fig. 3. L'altro modo aſſai bello, e fortiſſimo rapportato dal Barozio conſiſte nell'arte di connettere, e tagliare le pietre, le quali ſi trovano tutte zancate, per il che in tal guiſa ſi ſoſtengono a vicenda, e per eſſere ſu ciò aſſai paleſe per ſe medeſima la dimoſtrazione della figura, ſtimo coſa ſuperflua il maggiormente parlarne, in tutti però queſti caſi richiedeſi ſempre un proporzionato pilaſtro, acciò poſſaſi l'arco ſoſtenere, del che pria d'ora ſe n'è parlato.

PRO-

PROPOSIZIONE XVII.

Tav. 8. Fig. 3.

Come, ed a quai punti inclinar debbano le commissure d'un arco ellittico, ovvero ovale.

L'Ellisse, ovvero Ovale ritiene più centri, o fochi, perciò a ciascuno di quelli si dovranno condurre parte delle commissure; sia dunque l'arco ovale composto da due cerchj minori, e da due altre porzioni d'archi maggiori, come meglio dalla figura si vede, i di cui centri saranno ABCD, e se si congiungeranno i due punti AC colla CA, e prolungata sino in E, ivi faralli l'unione delle diverse porzioni di cerchio, talmente che da E sino in F tutte le commissure si condurranno al punto C, come che la porzione d'arco EF da quel punto deriva, così parimente tutte le restanti commissure contenute nell'intervallo EG si condurranno al centro A, coll'ajuto del quale fu descritto l'arco EG, ma quando l'ellisse fosse formata con diversi fochi, o centri, come comunemente si pratica, cioè col cordone, pel cui effetto non possiamo servirsi di que' centri, verso de' quali inclinano le commissure, allora per ritrovarvi anche i punti, dividerassi l'ambito interiore dell ellisse DI con piccole aperture per mezzo nel punto L, di poi descritti i diametri, che normalmente si seghino HG DC, in essi dovranno cadere i rispettivi centri, o termini delle commissure, per il che condotte dal punto L due linee LD, LI, alla metà delle quali, cioè da' punti MN s' eleveranno due perpendicolari, che si prolun-

Tav. 8. Fig. 4. gheranno fino ne'diametri sovra nominati, cioè quella, che deriverà dal punto M si condurrà fino in B, e l'altra dal punto N si prolungherà fino in C, al qual punto C saranno indrizzate tutte le commissure da D fino in L, e parimente le altre da L fino in I si inclineranno al punto B, che in tal guisa s'incontreranno senza deformità, e con maggior resistenza, che in ogni altro modo.

PROPOSIZIONE XVIII.

Dato un arco rampante, come in esso regolar si possano le commissure, non essendovi centro, o punto fisso.

Tav. 8. Fig. 5. SIA l'arco rampante ABC, il quale dovessesi per esempio formare di pietra, fa di mestieri senza dubbio, trovatone il di lui sesto, ritrovarne le commissure, per poter secondo quelle aggiustare le suddette pietre, acciò convengano, e s'assettino a luogo suo. Descritto adunque l'ambito di detto arco ABC, quello divideràssi in parti uguali a piacere, come vedesi AHBD &c., i quali punti di divisione si congiungeranno insieme colle rette AH, HB, BD, e successivamente, quindi divisa la AH per mezzo nel punto I, da ivi eleveràssi una perpendicolare, che prolungheràssi finchè incontri la AL nello stesso punto L, che sarà il centro, al quale si condurranno tutte le commissure, che si troveranno da A fino in H; divisa in secondo luogo la HB nel punto M in due parti uguali, ed elevata dal detto punto un'altra normale,

quella

quella pur anche prolungheraſſi a piacere, ed incon- Tav. 8.
trerà la IL nello ſteſſo punto L, così proſeguiremo, Fig. 5.
elevando dalla metà della BD la perpendicolare NO, queſta incontreraſſi colla ML nel punto O, al quale concorreranno le commiſſure della porzion d'arco contenuta tra BD, così parimente ritroveraſſi il punto, al quale ſaranno proteſe le commiſſure contenute tra DE, ſe dalla metà d'eſsa linea eleveraſſi una normale PQ, che prolungata incontrerà la NO nel punto Q, così ſeguitando ſempre troveremo il centro della porzione EF nel punto R, della FG nel punto S, e finalmente della GC nel punto T, con qual ordine ſi incontreranno perfettamente, e ſaranno ſempre ſul proprio centro, trovandoſi ognora ad angoli retti delle proprie direzioni. Dal che ſi vede, che ſe l'arco rampante ſi voleſse tagliare nel punto H, per non abbaſſarvi tanto il piede da H ſino in A, non dovrà detto arco terminare in piano nel ſuo impoſto, ma bensì ſecondo la direzione HV, acciocchè ogni parte del medeſimo troviſi, come ſi è detto, ad angoli retti della propria direzione, come dalla natura dell' arco ſi vede.

Degli Archi curvi, e Volte d' ogni genere.

TUtti gli archi, o volte d' ogni ſpezie naſcono dalla ſolidità di tre corpi ſolidi, cioè dal cilindro, dal cono, o dalla ſfera ſopra qualunque d' eſse ſolidità, o ſopra un compoſto delle medeſime ogni arco s' inveſte, per il che prima d'inoltrarſi a dimoſtrarne gli effetti, farà in primo luogo di meſtieri riconoſcere la natura di queſti corpi ſolidi, acciocchè da eſsa ſi

Tav. 8. Fig. 5. posſano meglio comprendere le direzioni, e diſtendere le ſuperfizie loro, per poter ſulle medeſime diſteſe regolare meglio le commiſsure, affinchè maggiormente ſieno nelle operazioni reſiſtenti, ed eſsendo i cilindri le prime figure rottonde, per mezzo delle quali le altre di tal genere più facilmente ſi conoſcano, e che le ſuperficie loro riddur ſi poſsano in figure piane, di queſti primieramente tratteraſſi, cioè di quelli di baſe circolare.

PROPOSIZIONE XIX.

La ſuperfizie d' un Cilindro retto diſteſa uguagliaſi ad un rettangolo, la di cui altezza ſia uguale all' aſſe dello ſteſſo Cilindro, e la baſe alla periferia del medeſimo.

Tav. 8. Fig. 6. SIA adunque il cilindro ACBDEF, o la ſua metà, che tanto baſta, dico, che ſe faraſſi un rettangolo, la di cui altezza GH uguagliſi alla BF, e la baſe, o lato HI alla periferia BCA, tutto il rettangolo IG per conſeguenza veſtirà, o uguaglieraſſi alla ſuperfizie cilindrica ACBDEF, che ſe il rettangolo IG non ſarà a quella uguale, ſarà d'eſſa o maggiore, o minore. Suppoſta adunque la ſuddetta ſuperfizie cilindrica maggiore del rettangolo, e ſiane la differenza eſpreſſa pel quadrato P, faraſſi manifeſto, che tal' eccesſo dedotto dalla ſuperfizie cilindrica, uguaglieraſſi queſta allora al rettangolo, ed in quel caſo avrebbe la ſuperfizie predetta la ſteſſa proporzione, come il rettangolo IG al quadrato ABDF *per la Prop. 7. lib. 5.*

5. *Elem.* Inſcrivaſi ora tanti rettangoli nel cilindro predetto FL, LM MC, e riducaſi a minor ambito la detta ſuperfizie, talmente che ſiane di bel nuovo eſpreſſa la differenza per un' altra quantità minore di P, queſti adunque avranno maggior proporzione al quadrato ABDF, che il rettangolo GI, perchè minore ritrovaſi la differenza tra queſti, e la ſuperfizie cilindrica, che dal rettangolo IG, ma tutti queſti rettangoli FL, LM, MC, per eſſere inſcritti nella ſteſſa ſuperficie cilindrica dovranno avere minor proporzione verſo del rettangolo BD, che il rettangolo GI, onde *per la Prop.* 8. *lib.* 5. *Elem.* ſarieno le proporzioni ſuddette maggiori, e minori nello ſteſſo tempo verſo del quadrato BD, lo che non può eſſere. Tav. 8. Fig. 6.

E ſi dimoſtra, avvegnachè i rettangoli inſcritti FL, LM, MC trovandoſi della medeſima altezza del rettangolo GI, avranno tra di loro quella proporzione, che hanno le baſi *per la Prop.* 1. *lib.* 6. *Eucl.*, le quali come che inſcritte nella periferia, che in primo luogo feceſi uguale alla lungezza IH ſaranno d'eſſa minori, e perciò al quadrato BD avranno minor proporzione, che il rettangolo GI, adunque avrebbero verſo la ſteſſa quantità la proporzione maggiore, e minore nello ſteſſo tempo, lo che è impoſſibile. Che ſe poi la ſuperficie cilindrica foſſe minore del rettangolo GI, e ne foſſe la differenza eſpreſſa per la grandezza P, circonſcrivaſi allora tanti rettangoli, talmente che la differenza, che ſariavi foſſe minore della grandezza P, perciò trovandoſi la cilindrica ſuperfizie minore del rettangolo GI, la circoſcrittagli avrà maggior proporzione verſo del quadrato BD, ma eſſendoſi ancora

Tav. 8. dimoſtrato, che la circoſcritta ſuperfizie non s'agguaglj al rettangolo GI, e minore ſiane la differenza della grandezza P. Ma queſti rettangoli circoſcritti unitamente preſi fanno una ſomma maggiore della ſuperfizie cilindrica, e perciò del lato IH, e trovandoſi d'uguale altezza, ſaranno per conſeguenza maggiori del rettangolo IG, per il che dovrieno aver maggior proporzione al rettangolo BD, che il rettangolo GI, la qual proporzione eſsendoſi di già dimoſtrata minore cagionerebbe un aſsurdo. Adunque trovandoſi, che la ſuperfizie cilindrica non poſsa eſsere nè maggiore, nè minore del rettangolo GI, ſarà di quello uguale, che è quanto richiedevaſi.

Fig. 6.

PROPOSIZIONE XX.

Due ſezioni d' un cilindro, una rettangola all' aſſe, e l' altra obbliqua, conterranno nulladimeno ugual ſuperfizie, ogniqualvolta uguale ritroveraſſi in eſſe ſezioni l' altezza, e che le baſi d' ambedue ritrovinſi riſpettivamente paralelle.

Fig. 7. Sieno i due cilindri ABCD retto, e l' altro EFGH obbliquo di baſi, ed altezze uguali, dico, che ſe ſtenderaſſi d'ambedue le ſuperfizie, ſaranno tra di loro uguali, per lo che dimoſtrare diſtendaſi in primo luogo *per la Prop.* 19. la ſuperfizie del cilindro retto ABCD, e riducaſi nel rettangolo IKLM, e parimente la ſuperfizie dell'altro EFGH diſteſa ridurraſſi nel paralellogrammo ILNO, che perciò eſſendo le altezze de'cilindri uguali tra di loro, abbenchè ſegati da diverſe ſezioni, ſaranno nulladimeno le ſuperfizie loro uguali,

per

per avere anch'eſſe l'altezza IL per baſe comune, ed eſſendo le riſpettive lunghezze coſtituite tra due paralelle, *come inſegna Euclide alla Prop.* 35. *lib.* 1.. Come poi poſſaſi diſtendere la ſuperfizie del cilindro obbliquo, s'otterrà facilmente, ſe prodotto l'aſſe del medeſimo PQ ſino in R, ad eſſo dedurraſſi dal punto F una normale, che produrraſſi ſino in S, e preſa la diſtanza ES ſi trasferirà da K in O fig. 8. congiungendo il punto O col punto I colla retta IO, alla quale ſe dal punto L condurraſſi una paralella LN, inchiuderanno un paralellogrammo IOLN uguale all'altro IKLM, ma queſto IKLM dimoſtroſſi uguale al cilindro retto, e l'altro IOLN uguale al cilindro obbliquo, ed ambedue detti paralellogrammi uguali fra di loro; adunque le ſuperfizie dei due cilindri ſaranno anche eſſe uguali tra di loro, che è quanto ſi era propoſto.

Tav. 8.

Fig. 8.

PROPOSIZIONE XXI.

Fig. 9.

Come diſtender poſſaſi la ſuperfizie d'un cilindro ſegato per una parte da un piano ad angoli retti dell'aſſe, e dall'altra da un piano obbliquo.

SIA adunque il cilindro ABCD, o la di lui metà, che tanto baſta, la di cui baſe ſia eſpreſſa pel ſemicerchio AEB, che ſia ſegato per una parte dal piano rettangolo all'aſſe AB, e dall'altra parte dal piano obbliquo CD, la di cui ſuperfizie debbaſi diſtendere in piano, dividaſi la di lui baſe AEB in parti uguali a piacere, che quanto più minute ſaranno, tanto maggiore deſcriveranno il poligono, e per conſeguenza

Tav. 8. Fig. 9. seguenza più prossimo ad uguagliarsi alla periferia. Ma per dimostrare più chiaramente per quello, che al proposito nostro può convenire, divideremo il semicerchio suddetto in parti otto uguali, quindi distese in una linea retta EF, da esse s'eleveranno normali alla detta linea EF, come dalla fig. 10. si vede, dappoi presa la distanza BD, quella si porterà da F in G, e la seconda HI da K in L, così la terza MN si trasferirà da O in P, e finalmente la quarta QR uguaglierassi anch'essa alla ST, e così di tutte le altre, sino all'ultima AC, che farassi uguale alla EV, per i quai punti VTPLG condurrassi la curva VTG, che terminerà la superfizie del cilindro ABCD segato obbliquamente, e così potrassi sempre regolare nel distendere le superfizie di qualunque cilindro in qualsivoglia modo segato tanto da' piani rettilinei, che da' curvilinei, come meglio poco appresso vedremo.

Fig. 10.

PROPOSIZIONE XXII.

La superfizie d' un cono di base circolare, che sempre intendesi esclusivamente alla base, uguagliasi al settore d' un cerchio, il di cui semidiametro sia il lato del cono, e l' arco sia uguale alla circonferenza della base di detto cono.

Tav. 9. Fig. 1. SIA il cono ABC, la di cui base sia CKB, dico, che la di lui superfizie uguaglierassi al settore del cerchio ACE, il di cui raggio sia il lato del cono AB, e la circonferenza CBE uguagliasi alla periferia della base del cono, lo che dimostrasi, imperocchè avendo supposta

poſta la circonferenza CBE uguale all'ambito del cono, Tav. 9. per il che inſcritti in eſſo ſecondo qualſivoglia molti- Fig. 1. plicazione poſſibile tanti triangoli, vedraſſi appunto, che altrettante corde comprenderà il ſettore predetto, ed anche altrettanti piani di baſi uguali, che inſcrivere, o circonſcriver ſi vogliano, ſempre corriſponderanno per l'uguaglianza; ſe adunque ſecondo qualunque moltiplicazione i piani conterrannoſi sì nel cono, come nel ſettore, ſarà per conſeguenza evidente, che le medeſime ſuperfizie, che ugualmente ne contengono, ſaranno anch'eſſe tra di loro uguali, come ſi propoſe.

PROPOSIZIONE XXIII.

Dato un cono di baſe circolare ſegato da un piano obbliquamente al ſuo aſſe, come d'eſſo poſſaſi diſtendere la ſuperfizie.

SIA dato il cono ABC, la di cui baſe ſia eſpreſſa Fig. 2. pel ſemicerchio ADB, che diviſa in parti uguali a piacere, come ſono EFG, e le altre da eſſe ſi condurranno perpendicolari alla linea AB, come dalla figura ſi vede, dalla quale ſi faranno protendere tutte al punto C del cono, le quali linee dinoteranno la congiunzione d'altrettanti piani, in cui fu diviſa la ſuperfizie del cono ſuddetto. Siavi ora il piano BH, che tagli ad angoli obbliqui il cono ABC, e ſepari dalla porzione CHB l'altra ABH, e debbaſi d'ambedue pur anche diviſarne le ſuperfizie. Fatto adunque centro in C all'intervallo di CB, deſcrivaſi l'arco BI, nel quale ſi ſtenda la curva ADB, come nelle avantiſcritte Propoſizioni dimo-

Tav. 9. Fig. 2. dimoſtroſſi, il di cui ambito perverrà ſino in I, con ciò però, che le ſteſſe diviſioni, che nell'arco ADB ſi ritrovano, ſieno pur anche nella ſteſſa guiſa traſferte ſulla curva BI, dalle quali diviſioni novamente rapportate ſi condurranno altrettante rette linee al punto C, come dalla figura ſi vede, ed in tal guiſa avremo tutta la ſuperfizie del cono ABC diſteſa ne' termini CBI, ma dovendo da queſta tal ſuperfizie tagliarne ſoltanto una porzione baſtevole a veſtire la porzione di cono CBH, prenderaſſi la lunghezza CL prima diviſione del cono CBH, e ſi trasferirà da C in M pur anche prima diviſione della ſuperfizie d'eſſo cono diſteſa CBI, così la ſeconda diſtanza CN ſi porterà da C in O, e la terza CQ ſarà da C in P, così faraſſi di tutte le altre ſino all' ultima CH, la quale arriverà da C in R, per i quai punti ſe deſtramente condurraſſi una curva, come BPR, queſta taglierà dalla ſuperfizie CBI la porzione CBR, atta appunto per veſtire la porzione di cono CHB.

Nè in altra guiſa ſarà per avvenire l' operazione in riguardo allo ſtendere la ſuperfizie d'un cono ſegato da qualunque altro piano o incurvato, o sferico, o di qualunque altra inclinazione, che egli ſia, avvegnachè trasferte, come ſi è fatto in queſta dall'una all' altra figura le diſtanze, avremo i punti, per li quali circondotta una curva, veſtirà di bel nuovo quella porzione di cono, da cui deriva.

PRO-

PROPOSIZIONE XXIV.

Tav. 9. Fig. 5.

Come possasi distendere la superfizie d' una sfera.

SIA data la sfera ABCD, la di cui superfizie debbasi distendere in piano, dividasi la di lei circonferenza in parti uguali a piacere, come vedesi in DEF &c., le quali divisioni si congiungeranno colle opposte gli per via di rette linee paralelle al diametro BC, come dalla figura si vede. Prodotto indi l'altro diametro AD quanto fa di mestieri in esso s' incontreranno tutte le linee, che provengono da due punti immediati nella detta sfera, come per esempio prodotta nel quadrante BD dai due immediati punti BH una linea, questa incontrerassi col diametro AD nel punto I, dal quale fatto centro, e coll'intervallo IB descriverassi il cerchio BL, e ristretto alquanto il compasso fino in H collo stesso centro descriverassi il cerchio paralello HM, il quale vestirà la porzione di sfera BHNO, ma per terminare tal superfizie BM, acciocchè copra esattamente l'anello BO, distenderassi nella linea BL la curva BA che trovasi appunto uguale alla BN, essendo ambedue quadranti della stessa sfera, e per ovviare ancora all'inesattezza, vestirassi la detta sfera di tanti piani rettilinei, come nella parte opposta si vede NC OR, quindi osservata la quantità dei piani suddetti, che a vestire una quarta d'anello son bisognevoli, li quali saranno nella nostra fig. in numero di sei, in altrettante divideraſſi il quadrante BA, come vedesi in 2. 3. 4. 5. 6., le quali tutte si trasferiranno

Tav. 9. Fig. 3. ranno da B in L, e da' detti punti si condurranno tutte le linee di congiunzione al centro I, come meglio dalla figura si può vedere.

Proseguendo indi collo stesso ordine s'uniranno i due punti immediati HS con una retta, che porterassi ad incontrare il diametro AD nel punto T, in cui fatto di bel nuovo centro coll'intervallo TH descriverassi l'arco HV, e ristretto il compasso fino in S formerassi un altro arco paralello SX, che sarà per vestire la porzione d'anello HOSP, la qual superfizie per terminare, acciò il di lui estremo V s'adatti nel punto O, farassi in questo centro, e coll'intervallo OH si formerà il quadrante HY, che diviso parimente in sei parti, quelle si trasporteranno da H in V, e per i punti di divisione si condurranno pur anche rette linee al centro T, così pur anche potrassi operare nello stendere la superfizie dell'anello SPZQ, pel cui effetto congiunti i due punti SZ con una retta, quella prolungherassi pur anche fino al diametro AD nel punto 7., in cui fatto centro coll'intervallo 7. S, descriverassi un arco, e ristretto il compasso fino in Z, formerassene un altro paralello, coll'ajuto de' quali avremo tre termini della superfizie, ma per ritrovarne il quarto, cioè la lunghezza, che ritener deve la detta superfizie, acciò possa vestire la porzione d'anello da S fino in P, farassi centro in P, e coll'intervallo PS si formerà il quadrante SN, che diviso anch'esso in sei parti, quelle si porteranno da S in 8., e si condurranno tutte al centro 7.. Fatto finalmente centro in D coll'intervallo DZ si farà l'arco Z 9., che uguaglierassi colle stesse divisioni del quadrante Z 10. alla medesima curva

10. Z,

10. Z, questo appunto sarà il compimento, che ve- Tav. 9. Fig. 1.
stirà la piccola porzione di sfera ZQD, come si era proposto, ed avrassi la superfizie della quarta parte di sfera distesa in piano, e questo si è quanto facea di mestieri proporre, per aprire la strada al restante delle dimostrazioni.

Da queste tre sorte di figure nascono infinite diversità d'archi, e volte curve, obblique in ogni sito, le quali cose pria di porle in opera conviene aver riguardo alla natura loro, ed alla figura, dalla quale derivano, per poter raccorrere alle proprietà, che da esse ne nascono, acciò sia maggiormente sostenibile l' operazione, e per cominciare dalle cose più facili, discorreremo in primo luogo di quelle, che dal cilindro derivano, come per esempio avendo da fare un arco curvo secondo varie sezioni, volte di più generi, composte tutte di cilindri, ed altre cose simili, come dimostrerassi qui appresso.

PRO-

Tav. 10.
Fig. 1.

PROPOSIZIONE XXV.

Dato un sito d'una Sala, Chiesa, Portico, od altro simile di figura circolare, o ellittica, in cima della quale abbiasi a formare un arco, senza che il medesimo esca dalla circonferenza della pianta, per il che sia costretto ritirarsi nella sommità, come debbansi tagliare le pietre, che per detta operazione son bisognevoli, oppure volendolo far di mattoni, come debbansi questi metter in opera, acciocchè l' arco suddetto ritenga resistenza maggiore.

SIA dato il sito ABCD, in cui debbasi fare un arco, il di cui vestigio sia CED, il qual'arco, come che trovasi appoggiato su dei due piedi AC, DB paralelli, faralli a porzione di cilindro, ma dovendo tagliare le pietre per quest' effetto, sarà necessario formarne la di lui alzata, per poterne da essa riconoscere l'ambito, per il che tirata un poco discosto la retta FG, su d'esso descriverassi il semicerchio FHG, l'ambito del quale dividerassi in parti a piacere, come dalla figura si vede; stabilita dappoi la grossezza dell' arco FI, descriverassi all' intervallo KI un altro cerchio concentrico ILM, che rappresenterà tutto all'intorno la grossezza dell'arco suddetto, dappoi dalle divisioni fatte nel cerchio FHG, che sono segnate per i numeri 1. 2. 3., si produrranno linee rette fino all'esterior cerchio, che protendano al centro K, come sono 1.4., 2.5., 3.6.; queste rappresenteranno l'unione delle pietre,

tre, o veramente l'inclinazione, che aver devono le commiſſure nell'arco cilindrico, le quali ſi potranno moltiplicare al biſogno, con ciò, che ciaſcheduna ſia diretta al centro K. Tav. 10. Fig. 1.

Fatta in tal guiſa l'elevazione dell'arco ſuddetto, farà di meſtieri rapportare nella pianta d'eſſo le commiſſure, che è lo ſteſſo, come ſe il ſuddetto arco ſi riguardaſſe da alto in baſſo, pel cui effetto ſi condurranno da' punti 6. 5. 4. 1. linee paralelle all'aſſe LE, come ſono 6.7., 5.8., 4.9., 1.10., e così dall'altra parte avremo impreſſe le commiſſure nella pianta dalla ſuperficie ſuperiore dell'arco ILM, la quale avendo a diſtendere in piano porteraſſi a parte nella fig. 2. la retta linea NO, nella quale ſtenderaſſi la curva IL, talmente che la diſtanza L 6. fig. 2. ſia O 12. fig. 2., la 6. 5. ſia 12. 13. 5. 4. uguagliſi a 13. 14., e finalmente 4. 1. porteraſſi da 14. in N; da tutti li quali punti N. 14. 13. 12. O s'eleveranno perpendicolari alla NO, che ſi prolungheranno al biſogno. Preſa indi nella pianta dell'arco la di lei lunghezza maggiore, eſpreſſa per la retta linea, che termina nel punto 10. ſino alla perpendicolare AB, quella porteraſſi da N in 15. ſulla perpendicolare poc'anzi dedotta, rivolgendoſi di poi alla ſeconda commiſſura procedente dall'elevazione dal punto 4., che nella pianta eſtendeſi dalla linea AB ſino al punto 9., queſta ſteſſa porteraſſi da 14. in 16., così procedendo per la terza commiſſura proveniente dal punto 5., che nella pianta ſi è A 8., queſta ſi trasferirà da 13. in 17., nella ſteſſa guiſa riporteremo la linea, che dal punto 7. eſtendeſi ſino alla AB, e rapporteraſſi da 12. in 18.; e finalmente preſa

Tav. 10. Fig. 2. quella di mezzo, che dalla linea AB arriva in E ſulla pianta, e porteraſſi da O in 20., ed avremo i punti 15. 16. 17. 18. 20., pe' quali deſtramente condotta una curva 15. 17. 20., compirà la ſuperfizie diſteſa della metà dell' arco IL.

Nè qui ſoltanto conſiſte l' operazione, avvegnachè trovandoſi l' arco ſuddetto colla groſſezza LH, non ſarà baſtevole diſtenderne una ſuperfizie, ma bensì abbiſognerà diſtenderne la ſolidità, pel cui effetto farà di meſtieri diſtendere anche la ſuperfizie interna di detto arco HF, però diſunita, e diſgiunta applicandola ſopra l'eſterna NO 15. 20., pel cui effetto ſarà ancora biſognevole ſegnare le diviſioni di detta interna ſuperfizie ſulla di lei pianta ABCD, pel cui effetto dedotta dal punto 3. una paralella all'aſſe HE, ſegherà la pianta ſuddetta ne' punti 21. 22., così dal punto 2. dedottane un' altra, queſta ſegherà parimente la pianta ne'punti 23. 24., così dal punto 1. dedottane un' altra, ſegherà la pianta ne'punti A 8., e finalmente dal punto F prolungatane un' altra, queſta ſarà AC. Fatto queſto ſi prenderà la larghezza H 3., come prima diviſione, o parte dell' interna ſuperfizie ſi ſtenderà nella linea NO ſulla prima parte della ſuperfizie eſterna, talmente che l'eccesſo dell'eſterna ſulla interna ſia ripartito ugualmente da ambe le parti in tal guiſa, che ſiccome l' eſterna eſtendevaſi da 12. in O, l' interna arriverà ſoltanto da 25. in 26., così la ſeconda porzione dell'interna ſuperfizie applicata nella ſteſſa guiſa ſopra la ſeconda porzione dell'eſterna arriverà da 27. in 28., la terza 1. 2. applicata pur anche ſulla terza diſteſa arriverà da 29. in 30.; e finalmente

mente l'ultima 1.F conſtituita ſulla ſua corriſpondente arriverà da 31. in 32.. Per terminar poi dette ſuperfizie faraſſi di bel nuovo raccorſo alla pianta, ed incominciando dalla prima EP, quella porteraſſi da 26. in 33., venendo indi alla ſeconda procedente dal punto 3., eſpreſſa nella pianta ne' termini 21. 22., quella ſi porterà da 25. in 34., e da 28. in 34., tagliandole amendue ne' punti 34. ugualmente, e queſto a motivo che congiungendoſi dette pietre inſieme, le due linee ſovra eſpreſſe ridurrannoſi in una ſola commiſſura, onde di tutta neceſſità devono eſſere uguali. Proſeguendo alla terza, che proviene dal punto 2., queſta ſegherà la pianta dell'arco ne' termini 23. 24., la qual diſtanza preſa, e rapportata nella ſuperfizie diſteſa da 27. in 35., e da 30. in 35., ſtabilirà i termini di dette due ſuperfizie, li quali dovendoſi congiungere, i due termini d'eſse 35. ſi combaccieranno eſattamente; così potraſſi continuare, col prendere la diſtanza A 8. nella pianta proveniente dal punto 1., e trasferendola da 29. in 36., e dall' altra parte da 32. in 36., e finalmente rapportata l' ultima AC da 31. in 37., avremo tutti i termini delle ſuperfizie interne, per i quali ſi condurranno linee, che le chiuderanno, come vedeſi 37.36., 36.35., 35.34., 34.33., ed in queſta guiſa ſi avranno le due baſi de' ſolidi, che per veſtire l'arco ſuddetto ſi ricercano, i quali angoli sì dell'interna, che dell' eſterna ſi congiungeranno ne' punti 15. 16. 17. 18. 20., come dalla figura ſi vede. Tav. 19. Fig. 2.

Ne queſto ancora ſarà baſtevole per tagliare le pietre dell' arco ILM, avvegnachè ſinora altro non trovoſſi, che l'interna, ed eſterna ſuperfizie del mede-

Tav. 10. Fig. 2. simo, o sia di ciascun solido, che per formare detto arco si ricercano, restandovi ancora necessario il ritrovarvi, e distendervi le superfizie di commissure, o per meglio spiegarsi, i laterali di dette solidità, lo che ricaverassi a questo modo. Dividasi la grossezza dell' atco suddetto per metà in Q, per la quale faraffi passare un' altra curva QRS, questa parimenti resterà divisa dalle linee di commissure sovra condotte, come si vede da 6. 3. in T, dalla 5. 2. in V, e dalla 4. 1. in X, dalli quali punti TVXS si condurranno paralelle all' asse LK, che taglino la pianta dell'arco nella stessa guisa, che la segarono le precedenti; ma per evitare la confusione si è non solo fatta tale operazione dalla parte opposta, ma di più fecesi con linee occulte. Dedotta adunque dal punto T una paralella all' asse LK, questa segherà la pianta dell'arco ne' termini 38. 39., così l'altra dedotta dal punto V, la segherà negli altri 40. 41., e successivamente le altre due dedotte da' punti XS segheranno la pianta suddetta ne' termini B D, e 44. 45., ed in tal guisa avremo preparata tutta l'operazione per distendere le superfizie di commissura.

Acciocchè poi nello stesso tempo, che formansi dette superfizie di commissura, vedasi a quale delle solidità suddette devono applicarsi, prolungheremo nella fig. 2. la linea 20. O fino in 46., facendo la medesima O 46. uguale alla O 20., così della seconda divisione prolungata la linea 12. 18. fino in 47., faraffi 47. 12. uguale a 12 18., nella stessa guisa la terza divisione 13. 17. si porterà da 13. in 48., e finalmente la quarta 14. 16. si porterà da 14. in 49., come viene dalla

figura

figura eſpreſſo. Dappoi preſe le due diſtanze LQ, QH Tav. 10. fig. 1., componenti amendue la groſſezza dell' arco, Fig. 2. quelle ſi porteranno nella linea NO appreſſo tutte le commiſſure poc' anzi prodotte, come appreſſo la commiſſura O 46. ſaranno O 26. 25., nella ſeconda ſaranno 12. 28. 27., nella terza ſaranno 13. 30. 29., e finalmente nella quarta vedrannoſi eſpreſſe per i punti 14. 32. 31.; dalle quali tutte diviſioni s' eleveranno perpendicolari alla linea NO, altro ora non reſta, che terminare le dette ſuperfizie, e cominciando dalla prima, prenderaſſi la lunghezza dell'interna ſuperfizie dell' arco 26. 33., e quella porteraſſi da 25. in 50., così la ſeconda 28. 34. ſi trasferirà da 27. in 51., nella ſteſſa guiſa faraſſi pur anche della terza 30. 35., che ſi trasferirà da 29. in 52., e finalmente alla quarta 32. 36. faraſſi uguale la 31. 53.. Per terminare la linea di mezzo, che in ciaſcuna di dette ſuperfizie diſteſe ritrovaſi, non ſarà biſognevole nella prima O 50. rapportare miſura alcuna, ma bensì unire con una retta linea gli eſtremi 50. 46., che in tal guiſa ſarà compita la commiſſura, o ſia il lato dei due ſolidi 6. H, così per terminare la ſeconda linea della ſuperfizie 12. 51. ſi prenderà la lunghezza nella pianta della 38. 39., e ſi porterà da 28. in 54, per quai punti 51. 54. 47. condurraſſi deſtramente una curva, che compirà tutta la ſuperfizie di commiſſura, che ſarà comune ai due lati de' ſolidi 12. 34., così preſa nella pianta la terza linea 40. 41., quella porteraſſi ſulla linea di mezzo della terza ſuperfizie da 30. in 55., e per i punti 52. 55. 48. condotta un'altra curva, compirà la ſuperfizie di com-

Tav. 10. Fig. 2. missura per i due lati dei solidi 13. 35., e finalmente l'ultima BD si porterà da 32. in 56., per avere i termini, pe' quali condurre la curva, che inchiuda la superfizie 14. 53., colla quale si taglieranno i lati dei due solidi 14. 36., con le quali tre sorte di superfizie, cioè interna, esterna, e di commissura formeremo tutte le solidità bisognevoli per formare l'arco sovra proposto, derivando da queste le basi de' stessi solidi secondo qualunque sezione d'arco.

Nè di tali archi la curvatura avrà forza d'alterarne nè le direzioni, nè la resistenza, essendo quivi sì le une, che le altre dello stesso valore, laonde per stabilirle la grossezza del pilastro avrassi raccorso *alla Prop.* 2. di questo, in cui se ne parlò ampiamente.

Fig. 3.

PROPOSIZIONE XXVI.

Dati due pilastri obbliqui, come su essi possasi formare un arco a porzione di cilindro, dovendolo fare di pietre di taglio.

SIA adunque il sito tra i due pilastri ABCD, in cui faccia di mestieri formarvi un arco, abbenchè dall'uno all'altro di detti pilastri s'unisca il medesimo obbliquamente. Ciò nulla ostante elevata dal punto C una perpendicolare alla CD, quella prolungherassi al bisogno, quindi prodotta l'altra AB, l'incontrerà nel punto E. Ciò fatto dividerassi la linea EC per mezzo nel punto F, in cui fatto centro descriverassi l'arco EHG, ed eletta la di lui grossezza a pia-

a piacere HI, coll'intervallo IF formeraſſi il ſecondo cerchio paralello, eſprimente la groſſezza dell'arco tutto all'intorno IKL, dappoi diviſo l'ambito dell'arco ſuddetto in parti a piacere, come nell'eſempio ſi vede MNO da eſſe ſi condurranno paralelle alla linea IF, ſinchè ſeghino la pianta dell'arco ſuddetto, lo che ſi vede aſſai chiaramente, che la paralella proveniente dal punto K ſega l'arco ne'punti 1. 2., la proveniente da M lo ſega ne' punti 3.4., quella che deriva da N lo ſegherà ne' punti AB, e finalmente quella, che proverrà da O lo ſegherà ne'punti 5.6., e ſarà preparata l'operazione per diſtendere la ſuperfizie eſterna di detto arco. Tav. 10. Fig. 3.

Pria però di ſtendere la medeſima ſarà neceſſario formarne il di lui veſtigio a queſto modo, eſſendo che ogni cilindro di baſe circolare tagliato da un piano obbliquamente al ſuo aſſe diventa la detta ſezione, o veſtigio ellittico, lo che fa quivi di meſtieri eſporre, il che facilmente otterraſſi col dedurre da'punti 7. 6. B 4.2. altrettante perpendicolari alla linea BD, che ſi prolungheranno al biſogno, e ſe ſi vorranno terminare ſi rapporteranno tutte le miſure, che nell'arco ſuperiore KIL ſi ritrovano, cioè la lunghezza 8. M ſi porterà ſopra la ſua corriſpondente in 4. 10., la ſeconda EN ſi ttasferirà da B in 11., la terza 9. O ſi porterà da 6. in 12., e finalmente la quarta IF ſi trasferirà da 7. in 13, e così dall'altra parte, per quai punti deſtramente condotta una curva, queſta eſprimerà il veſtigio dell'eſterna ſuperfizie dell'arco ſuddetto. Per ritrovarne poi l'interna opereraſſi nella ſteſſa guiſa, però dalla parte oppoſta per evitare la confuſione, per il

Tav. 10. Fig. 3. che dedotte di bel nuovo da' punti delle diviſioni dell' interna ſuperfizie HC linee perpendicolari alla baſe KL, quelle prodotte ci eſprimeranno le ſezioni nella pianta dell' arco, come vedeſi la linea dedotta dalla prima diviſione 14. ſegherà la pianta ne' punti 15. 16., così la ſeconda dedotta dal punto 17., ſegherà anch' eſſa la pianta ſuddetta ne' termini 18. 19., e la terza dedotta dal punto 20. ci aſſignerà i termini nella pianta CD. Per formarne poi il veſtigio di detta interna ſuperfizie s'eleveranno parimenti da' punti 16. 19. D tre perpendicolari alla linea BD, le quali ſi termineranno nella ſteſſa guiſa, che praticoſſi per la ſuperfizie eſterna, col prendere la diſtanza 14. 21., e traſportarla da 16. in 22., la HF da 7. in 23., la 17. 18. da 19. in 24, e finalmente la 20. C da D in 25., ed avremo i punti pe' quali condurre la curva 23. 22. 24. 25. D, che ci rappreſenterà l'impreſſione, o veſtigio dell' arco obbliquo, come dalla figura ſi vede.

Fig. 4. Per ſtenderne poi la di lei ſuperfizie in piano, cominciando dall'eſterna, condurraſſi in primo luogo la retta linea PQ fig. 4., nella quale ſi ſtenderanno *per la Prop.* 18. le porzioni dell'arco IONMK, ne' punti QRSTP, da' quali dedotte di bel nuovo perpendicolari alla linea QP, queſte ſi prolungheranno al biſogno. Per terminarle poi faraſſi lo ſteſſo, che praticoſſi fin ora, cioè di prendere la diſtanza F 26. fig. 3., e traſportarla da Q in 27. fig. 4., così della ſeconda 9. 5. ſi trasferirà la diſtanza da R in 28., lo ſteſſo faraſſi della terza EA, che ſi traſporterà da S in 29., così la quarta 8. 3. ſi traſporterà da T in 30., e finalmente l'ultima K 1. ſi trasferirà da P in 31., ed

avremo

avremo i punti 31. 30. 29. 28. 27., pe' quali condurraſſi una curva, che veſtirà da una parte l'eſterna ſuperfizie dell'arco ſuddetto, e ſe ſi vorrà l'altra ſuperfizie 32. 33 ſi potranno rapportar le miſure dalla retta KL ſino alla ſeconda BD, ciaſcuna ſulla ſua corriſpondente, avraſſi di bel nuovo gli altri punti, per i quali ricondurraſſi l'altra curva 32. 33., che veſtirà per l'altra parte l'eſterna ſuperfizie dell'arco ſuddetto. Per iſtenderne poi ſulla medeſima l'interna, potraſſi praticare il metodo nella precedente Propoſizione inſegnato, come anche per le ſuperfizie di commiſſura, l'eſempio del che chiaramente dalla figura ſi ſcorge. Tav. 10. Fig. 4.

COROLLARIO.

DA qui ſi raccoglie il mezzo di collocare i mattoni, quando occorreſſe fare archi di queſto genere, ovvero dell'antecedente, col metterſi ſempre ad angoli retti coi fianchi loro, acciò quanto più ſarà poſſibile conſerviſi la natura del cilindro, preſcindendo dai tagli d'eſſo, i quali o vengano retti, o vengano obbliqui, quelli non operano circa la ſtruttura dell'arco, come dai due ſcorſi eſempj ſi è oſſervato.

Tav. 10. Fig. 4.

COROLLARIO SECONDO.

DAlla natura degli archi procedenti da varie sezioni di cilindro scorgerassi la ragione, per la quale sono sussistenti più sorte di volte, che altro non sono, che un composto di varj cilindri, o sezioni d'essi, sul qual particolare sendomi più volte imaginato, come tali generi di volte potessero aver sussistenza, e sopportar grandi pesi, quando che dal considerarne la lor natura ne restai sincerato, e per incominciare con ordine dalle cose più chiare, faremo in primo luogo osservazione sopra le volte fatte a porzione di cilindro in siti regolari, e quadrati, che volgarmente si dicono a crociera.

Tav. 11. Fig. 1. Eletto adunque il sito per farvi un volto a crociera, il quale sia di figura quadrata posto su quattro pilastri ABCD, si faranno i loro centini, o sesti espressi pei quattro semicerchj AEB, BFC, CGD, DHA, i quali eretti perpendicolarmente al piano ABCD, formerassegli al disopra l'armatura, come si suol fare nella struttura delle volte, dappoi incominciando a collocare i mattoni tutto all'intorno si chiuderanno i quattro primi ordini compresi tra il quadrato ABCD, e l'altro EFGH, acciocchè possansi tra di loro sostenere nell'unione dei varj cilindri, che s'incontrano, e si sostentano a vicenda. Chiuso poi il primo ordine procederassi al secondo, che trovasi ne'termini IkLM, il quale si farà d'ugual larghezza tutto all'intorno, acciocchè meglio possasi consolidare. Quello poi, che in queste sorte di volte arreca la maraviglia, si è il vedere la

porzione

porzione del cilindro EIkF, e tutte le altre non eſ- Tav. II. Fig. 1.
ſere appoggiate all'incontro del muro, ma bensì ſullo ſpigo, o angolo, che formaſi nell' unione dei cilindri, come queſto ſia reſiſtente. Ma ſe faraſſi maturo rifleſſo ſu ogni coſa, ſi vedrà, che intanto la porzione di cilindro EIkF ſi ſoſtiene in piedi, in quanto che appoggiaſi all' incontro di due pezzi di cilindro, meſſi per punta, come ſono i due pezzi FPkQ, e l'oppoſto RESI, i quali vengono anche loro incontrati dagli archi, o ſiano porzioni d' altri cilindri, che vicendevolmente s' incontrano. Così ſeguirà pur anche nel proſeguimento della ſuddetta volta, ſerrandola ſempre corſo per corſo ad angoli retti ugualmente tutto all' intorno, che in tal guiſa mai non verrà in rovina, qualora i pilaſtri avranno reſiſtenza baſtevole per ſoffrirne l'impeto, come ſi preſuppone.

PROPOSIZIONE XXVII.

Come poſſaſi ſtendere in piano la ſuperfizie d' una volta fatta a crociera, dovendola fare di pietre di taglio in un ſito quadrato.

SIa un ſito quadrato, come nella figura dell' ante- Fig. 2.
cedente Propoſizione, in cui abbiaſi a fare una volta a crociera in luoghi, ove o non ſiavi la comodità d' avere mattoni, oppure che per maggior ſodezza vogliaſi fare di pietre di taglio, è manifeſto, che altro non ſarà, che quattro cilindri congiunti inſieme in angolo retto, i quali per congiungere, fa di meſtieri ſegare, in guiſa che eſattamente s' uniſcano, per lo

che

Tav. II. Fig. 2. che meglio ſpiegare ho fatto qui nella tavola il profilo della volta ſuddetta, eſpreſſo ne' termini ABCDE, la di cui groſſezza ſia AFEG, nel qual profilo vedeſi la ſezione d'un cilindro FBCH unirſi coll'altra FGHD in angoli retti ſulla diagonale FH, e queſto ſarà baſtevole per darne un'idea più chiara di dette ſorte di volte, dopo del che ſi faremo a dimoſtrare, come debbanſi tagliare le pietre, acciò nell'unirſi che faranno, ed accommodarſi meglio s'aſſettino, ed accordino inſieme, ed eſſendo detta volta in ſito quadrato, e per conſeguenza fatta con quattro ſezioni di cilindri ſimili, qualunque volta diſcorreraſſi d'uno d'eſſi, intenderaſſi nella ſteſſa guiſa de' reſtanti.

Sia adunque il cilindro, che ſegar deveſi per farne il volto ALKI, la di cui baſe ſia eſpreſſa pel quadrante LKM, che tanto baſta, la quale ſarà non ad angoli retti col piano KD, ſu cui appoggiaſi il volto ſuddetto, a motivo di dar nella ſommità del volto maggior elevazione, acciò da queſta maggiore ne proceda la reſiſtenza, pel cui effetto le ſezioni d'eſſo cilindro diverranno obblique all'aſſe del medeſimo; elevata adunque dal punto k una retta linea perpendicolare al piano kD, queſta ſegherà il cilindro ſuddetto kLAI obbliquamente al ſuo aſſe kI, giuſta l'angolo IkN, e rappreſenterà nello ſteſſo tempo la ſuperfizie del muro, che detto ſito circonda.

Diviſo adunque l'ambito del quadrante LM in parti uguali a piacere ne' punti OPQ, da eſſi ſi condurranno raggj al centro k, ſinchè ſeghino l'altro quadrante paralello, che rappreſenta la ſolidità, e rinchiude la groſſezza del volto, da' quali punti ſi condurranno

linee

linee paralelle alla LA, ſinchè s'incontrino nel taglio del volto kA, come vedeſi la paralella prodotta da O ſegare la curva kA nel punto R, la proveniente dal punto P ſegare il taglio nel punto S, e la prodotta da Q ſegare la ſteſſa curva in T, nella ſteſſa guiſa potraſſi fare delle ſeconde procedenti da' punti interni del ſecondo cerchio, o ſia quadrante XY, producendole ſino all' incontro della ſeconda linea del taglio VF, la di cui operazione vedeſi per linee occulte, ed avremo preparato quanto fa di meſtieri per diſtenderne in piano la di lei ſuperfizie. Tav. II. Fig. 2.

Si conduca ora a parte la retta linea 1. 2., nella quale giuſta *la Prop.* 18., e 19. di queſto ſtenderaſſi la curva ML con tutte le ſue diviſioni, talmente che la diviſione MQ ſi ugguaglj ad 1.3., MP ad 1.4., MO ad 1.5., e finalmente ML compiſca tutta la lunghezza della linea 1.2., dalle quali diviſioni 3.4.5.2. s'eleveranno perpendicolari alla linea 1.2., le quali ſi prolungheranno al biſogno, ſopra di cui in tal guiſa dovraſſi ſegare l'eſterna ſuperfizie del cilindro, col quale ſi veſte la quarta parte del volto. Preſe dappoi tutte le linee, che dalla retta LK ſino alla curva KA s'eſtendono, e trasferte nella figura ſeconda, ciaſcuna ſulla ſua corriſpondente, come per eſempio la linea LA ſi trasferirà nella figura ſeconda da 2. in 6., così preſa la linea ZR ſi trasferirà da 5. in 7., nella ſteſſa guiſa la Z 5. ſi porterà da 4. in 8., e finalmente alla ZT renderaſſi uguale la 3.9., ed avremo i punti 1.9. 8. 7. 6., i quali s'uniranno inſieme colle rette linee 1.9., 9.8., 8.7., 7.6, e ſarà compiuta una ſuperfizie interna, che veſtirà la porzione del cilindro coſtituito nei termini LKA, dalla quale dovendone Fig. 3.

Tav. II. Fig. 3. done di bel nuovo ſegare una porzione, che è quella, che ci viene eſpreſſa pel triangolo LNK, prenderaſſi la diſtanza LN, e ſi trasferirà da 2. in 10. fig. 3., così delle reſtanti, cioè Z 14. ſi porterà da 5. in 11., Z 15. da 4. in 12, e finalmente Z 16. ſi trasferirà da 3. in 13., quai punti di bel nuovo s'uniranno con altrettante linee rette, come dalla figura meglio ſi vede, e ſarà la ſuperfizie 1. 10. 6. quella appunto, che veſtirà la porzione di cilindro contenuta ne' termini kNA, ſopra della qual ſuperfizie diſteſa, qualunque volta vorraſſegli collocare la ſuperfizie interna del medeſimo cilindro per ricavarne da eſſe la di lui ſolidità non altrimenti avraſſi ad operare di quello, che feceſi *nella Prop.* 24., cioè col prendere ciaſcuna delle diviſioni, che nel ſecondo quadrante XY ſi ritrovano, rapportandone ciaſcuna ſulla ſua corriſpondente nella figura ſeconda, dividendone però, come altrove ſi è praticato, la differenza ugualmente da ambe le parti, lo che meglio ancora vedeſi nell'eſempio eſpreſſo. Per terminarle poi ciaſcuna ſecondo la propria ſezione, ſi rapporteranno tutte le miſure, che dalla linea Lk ſi ritrovano ſino alla curva VF, come per eſempio la diſtanza XF ſi rapporterà da 17. in 18. fig. 2., così la ſeconda X 21. ſi trasferirà da 19. in 20., e ſucceſſivamente di tutte le altre, le quali pur anche ſi termineranno con rette linee, come vedeſi nella figura eſpreſſo.

In riguardo poi alle commiſſure, quelle non faranno ſi perpendicolari nè al piano del volto VD, nè all'aſſe del cilindro MI, ma bensì ſi condurranno tutte al centro I, come vedeſi nel profilo AEFG, che così ciaſcuna porzione di Cilindro formando una ſpezie di

piano

piano da luogo all'altro di più agiatamente accommodarviſi, che così maggiormente incontrandoſi le ſolidità avranno ogni via più reſiſtenza, che è quello, che prima d'ogn' altra coſa fa di meſtieri ricercare, da quali ſezioni, o taglj ſi potremo pur anche regolare nel ſegarne le porzioni di detto cilindro diſteſe, come nella fig. 3. ſi è praticato. Tav. II. Fig. 3.

Coll'ajuto poi di dette ſezioni di Cilindri ſi potranno far volte in ogni ſorte di ſiti, abbenchè irregolari, come in ſiti pentagoli, ottangoli, triangoli &c., e per darne una cognizione, cominceremo a dimoſtrare, come debbaſi conſtrurre una ſimil volta in un ſito quadrilungo, come ſarà queſto ABCD, i di cui lati minori AC, BD ſi divideranno per mezzo ne' punti EF, in cui fatto centro deſcriverannoſi i due circoli BGD, ed AHC, che rappreſenteranno la baſe dei due cilindri, dai quali deveſi ſegare le due porzioni di volto BID, ed AIC, o per meglio ſpiegarſi ſerviranno per i due centini, o ſeſti, ſu' quali appoggiar deveſi l'armatura del volto ſuddetto, i quali diviſi nelle ſteſſe porzioni elette a piacimento, da eſſe ſi dedurranno perpendicolari ai due diametri de' cerchj AC, BD che ſi produrranno ancora oltre dei medeſimi diametri, ſinchè incontrino le diagonali CB, AD, che uniſcono gli angoli oppoſti del rettangolo ſovra accennato, come dall'eſempio ſi vede, in qual maniera ſaranno eſpreſſe due ſezioni di cilindro abili a formare due quarti del volto ſuddetto. Reſtaci ora da deſcrivere le baſi dei due cilindri, che ſegar ſi devono per compire il reſtante del volto, cioè la porzione AIB, e l'altra oppoſta agli CID, dei quali cilindri trovandoſi maggiore il diame- Tav. II. Fig. 4.

tro,

Tav. 12. Fig. 2. tro, come vedesi AB esser maggiore di BD, nè dovendo il semidiametro, o vogliam dir l' altezza del medesimo eccedere le due stabilite altezze FG, ed HE, saremo in necessità di formare le basi dei nuovi cilindri ellittiche, pel cui effetto dedotte da punti kLMI linee normali al diametro AB, che si prolungheranno oltre il medesimo quanto fa di mestieri; quindi presa la lunghezza della linea EH, quella trasporterassi da Y in 1., così la seconda PQ trasferirassi da X in 2., la terza RO si porterà da V in 3., e finalmente alla quarta NS farassi uguale la T 4., ed avremo i punti 4. 3. 2. 1., pe' quali se condurrassi una curva, questa descriverà una semiellissi, che servirà di base al cilindro ellittico, o piuttosto per sesto alla volta sovra nominata, la quale avendosi a fare di pietra, si taglieranno in tal guisa le commissure, che nell'unirsi, che fanno gli due cilindri circolare, ed ellittico sulle diagonali giustamente s'incontrino, come vedesi nella figura ne' punti kLMI, acciò meglio possasi conservare la resistenza, e facendosi di mattoni, si metteranno in opera, in modo che anche le di loro commissure s'incontrino ad angoli retti sulle diagonali, dovendole però sempre serrare corso per corso, acciò meglio si colleghino, ed assodino insieme. Nè più sulle volte nascenti dal cilindro estenderommi a distenderne le superfizie loro in piano, essendo la stessa cosa praticata poc'anzi, stimando inutile lo replicare più volte la stessa cosa, potendosi colle medesime regole da ciascuno distendere.

Nè altrimenti avrassi ad operare, qualunque volta si avranno a formare volte in siti regolari, come in pentagoni, triangoli, esagoni &c., purchè abbino i lati uguali,

uguali, dividendo gli angoli loro per mezzo, ſu' quali ſi formeranno le ſezioni dei cilindri variamente ſegati, che fatte in tal guiſa in ciaſcuno di detti ſiti le volte ſaranno ſempre reſiſtenti con ciò, che nella ſtruttura d'eſſe ſiaſi oſſervata ſempre la regola avanti preſcritta ſecondo la natura dei cilindri, dai quali derivano. Tav. 12. Fig. 1.

Ma ſe i ſovra accennati ſiti, in cui abbianſi a formar tali volte, foſſero irregolari, cioè di lati, ed angoli diſuguali, come il triangolo ABC, allora abbiſognerà ſervirſi d'un altro metodo, cioè che diviſi tutti e tre gli angoli ſuddetti per metà coll'ajuto delle linee AD, DB, DC, che tutte andranno ad unirſi nel punto D, quindi diviſa la minore AB per mezzo nel punto E, in cui fatto centro coll'intervallo EA formeraſſi il ſemicerchio AFB, che eſprimerà la baſe del cilindro, il di cui ambito divideraſſi in parti a piacere, come ſi vede in GHI, da' quai punti ſi dedurranno altrettante normali al diametro AB, come ſono GL, HM, IN, fatto queſto uniraſſi il punto E, col centro D colla retta DE, alla quale da' punti LMN, e gli altri ſi condurranno paralelle, ſinchè incontrino la retta BD ne' punti OPQ, e lo ſteſſo praticheraſſi dalla parte oppoſta, come reſta eſpreſſo, avremo i taglj del cilindro, che veſtirà la porzione di volto ADB. Per ritrovare poi la baſe del cilindro, col quale veſtiraſſi la porzione di volto BDC, divideraſſi di bel nuovo la linea BC per mezzo nel punto R, che uniraſſi pur anche col punto D per mezzo della retta DR, alla quale parimenti ſi condurranno paralelle da' punti OPQ le linee OV, PS, QT, da' quai punti TSVR s'eleveranno di bel nuovo altrettante perpendicolari, Fig. 2.

Tav. 12. che produrrannosi al bisogno, quindi per terminarle
Fig. 2. prenderassi la lunghezza EF, e si porterà da R in X, così la seconda LG trasferirassi da V in Y, e parimente alla terza MH faraffi uguale la SZ, e così delle altre, coll' ajuto delle quali avremo i punti, pe' quali passerà una curva, che sarà ellisse, che servirà di base all'altro cilindro, che segar devesi giusta le due sezioni DB, BC, e nella stessa guisa operando anche dall' altra parte, ritroverassi la terza base del cilindro, la qual sarà pur anche ellittica, fatta sul diametro AC, come dalla figura si vede, secondo la quale devonsi pur anche regolare le commissure nell'eseguirne la struttura.

Fig. 3. Collo stesso ordine ancora procederassi in ogni altro sito irregolare, in prova del che siavi il sito pentagolo, nel quale debbasi fare la volta dello stesso genere a porzione di cilindro, i lati della qual figura sieno disuguali, nè dovendo le sommità dei varj cilindri eccedersi tra di loro, cagioneranno diverse basi. Eletto adunque nel suddetto pentagolo il lato minore AB, quello dividerassi per mezzo nel punto C, in cui fatto centro, coll' intervallo CA descriverassi il semicerchio ADB, che sarà base d' uno dei cilindri, che impiegar si devono nella struttura del volto suddetto, il quale diviso in parti a piacere, da esse si dedurranno normali al diametro AB, come sono EFG. Dappoi divisi i due angoli del pentagolo AB per mezzo coll' ajuto delle due rette linee AH, BH, che nel punto H s' incontrano, avremo i tagli del cilindro, o sia la di lui projezione espressa pel triangolo AHB, per averne poi le di lei commissure, congiungerassi in primo luogo

il

il punto C coll'altro H, colla retta HC, alla quale da' punti GFE, e gli altri ſi condurranno altrettante paralelle, finchè incontrinſi nelle linee AH, HB nei punti IkL, e gli altri, il qual cilindro avendo per baſe il cerchio ADB, la di cui altezza, o vogliam dir ſemidiametro CD non deveſi mai eccedere negli altri cilindri, i quali trovandoſi di maggior diametro, renderanno le baſi dei reſtanti cilindri ellittiche, delle quali per ritrovarne il contorno procederaſſi in queſta guiſa; diviſo il diametro, o ſia altro lato del pentagolo AM per metà nel punto N, ed il di lui angolo M colla retta MH, dallo ſteſſo punto H condurraſſi una retta linea al mezzo N, alla quale linea NH dai punti IkL ſovra ritrovati condurrannoſi paralelle IO, kP, LQ, trasferendole dall'altra parte, finchè s'incontrino colla linea MA ne' punti OPQ, e gli altri, dai quali di bel nuovo le ſovra accennate linee ſi eleveranno normali al lato AM, che ſi produrranno al biſogno, per terminarle poi, e ritrovare in eſſe i punti, pe' quali condur debbaſi l'elliſſe, porteraſſi la diſtanza CD da N in R, così la ſeconda GZ da O in S, la terza FV da P in T, e finalmente la quarta EX da Q in V, per quai punti conducendo una curva, queſta ſarà la baſe del cilindro, che ſegar deveſi per veſtire la porzione di volto MHA, la di cui altezza RN uguaglieraſſi alla CD, come già feceſi per coſtruzione, e collo ſteſſo ordine potraſſi procedere nel ritrovare le altre baſi di tutti i reſtanti cilindri, che per compire il volto ſuddetto ſon biſognevoli, lo che aſſai facilmente ſi può dalla figura comprendere. In riguardo poi alla ſtruttura, in queſto potrannoſi Tav. 12. Fig. 3.

Tav. 12. praticare le regole già avanti prescritte tanto in questo, che in ogn' altro sito irregolare.

PROPOSIZIONE XXVIII.

Come coll' ajuto degli stessi cilindri, ma diversamente segati, possansi formare in tutti i siti sì regolari, che irregolari i volti d' un altro genere dissimili dalle precedenti.

Fig. 4. NElla struttura delle volte sinora dimostrate sempre si adoperarono i cilindri, ed usi loro transversamente, a segno che incontravansi li medesimi per via degli assi loro, quivi per lo contrario si serviremo dell' uso di detti cilindri per la loro lunghezza, talmente che s' incontrino per via dei loro diametri, da' quali diversi usi ne nasce, che siccome nel primo metodo, e nell' unione dei varj cilindri formavansi al di sotto del volto alcuni angoli, che volgarmente addimandansi spighi, quivi gli angoli suddetti, che dall' unione de' cilindri deriva, trovasi al disopra del volto, la qual sorta di volti addimandasi comunemente a padiglione, che sono quelli, che per lo più si adoperano nelle camere civili, come di più bell' aspetto, e più comode per l' ornato o finto, o vero, delle quali dovendo dimostrarne il metodo, ed in che modo segar debbasi il cilindro, acciò venga accomodato al nostro bisogno, s' immagineremo un sito, o camera di figura quadrata, in cui debbasi formare un volto di tal sorta, il quale sia ABCD, la di cui grossezza sia DE, dividasi uno de' di lui lati BD per mezzo in

F, e

F, e coll'a diſtanza FB fatto centro in G, deſcive- Tav. 12.
raſſi il quadrante GHI, quindi aperto il compaſſo ſino Fig. 4.
in K, formeraſſi un nuovo quadrante paralello KL, che eſprimerà la groſſezza del cilindro da ſegarſi per formarne il volto, il di cui ambito sì interno, che eſterno LK ſi divideranno in parti a piacere, come MNO, dalle quali diviſioni dedotti raggj al centro G, queſti ſegheranno nella ſteſſa proporzione il quadrante HI, dedotte indi dagli angoli oppoſti della pianta AD, BC le diagonali, quelle s'incontreranno nel punto P, dappoi dalle diviſioni del quadrante eſterno ONM dedotte altrettante paralelle alla linea LP, imprimeranno i pezzi, o commiſſure eſteriori del cilindro ſegato dalle due linee AP, PK, così dalle ſezioni dell' interior quadrante ſi dedurranno di bel nuovo le paralelle, che eſprimeranno le commiſſure dello ſteſſo cilindro interiormente, lo che per evitare la confuſione praticoſſi per via di linee occulte, come nella figura ſi vede, qual projettura di cilindro ſegato ne' ſuddetti termini AP, Pk, ci eſprimerà una quarta parte del volto, il quale volendoſi diſtender in piano, altro non faraſſi, che diſtendere la KL colle ſue diviſioni nella QR, rapportandovi in eſſa tutte le miſure de' taglj eſteriori, che nella pianta ſi veggono, con terminarla nelle ſteſſe diſtanze, dalle quali avremo i punti per condurre le curve, che detta ſuperfizie compiſcano. Nella ſteſſa guiſa ancora potraſſi praticare nello ſtendervi ſuperiormente l'interna ſuperfizie, per poterne da quelle ricavare la ſolidità, come ſi è ſinora operato, e per terminarle ſi prenderanno tutte le miſure derivanti dall' interno quadrante HI, eſpreſſe per linee occulte;

Tav.12. Fig.4. delle quali coſe tutte vedeſi l'eſempio aſſai diſtinto nella figura congiunto colle dimoſtrazioni precedenti, eſſendo ſempre lo ſteſſo metodo di ſtendere in piano le varie ſezioni di cilindri, abbenchè varie poſſano eſſere le miſure.

Tav.13. Fig. 1. Ma quando aveſſeſi a fare un volto a padiglione in un ſito quadrolungo, come vedeſi eſpreſſo ne' termini ABCD, ſegheraſſi il cilindro, il di cui diametro ſia AB per via delle linee AE, BE, DF, CF, che divideranno gli angoli del paralellogrammo per mezzo, ſulle quali s'incontreranno le varie ſezioni dei cilindri, come meglio dalla figura ſi può vedere, trovandoſi quivi tutte le porzioni dei cilindri derivanti dalla ſteſſa pianta, perciò tutti d'ugual diametro.

Fig. 2. Se poi il ſito da farvi un tal volto foſſe irregolare, come dimoſtra il trapezio ABCD, in cui non ſolo i lati, ma ancora gli angoli ritrovanſi diverſi, ciò nulla oſtante non tralaſcieraſſi quivi di ritrovare le ſezioni, e baſi dei cilindri, che a veſtir tal figura ſono biſognevoli, dividendo ciaſcuno dei lati ſuddetti per mezzo, formandovi a ciaſcuno un arco, o ſemicerchio, come dalla figura meglio ſi vede, quindi principiando l'operazione ſul lato minore AC, divideraſſi il ſemicerchio ſovrappoſtogli in parti uguali a piacere, ed in altrettante divideraſſi pur anche l'oppoſto cerchio ſul diametro BD, i quali due mezzi cerchj veggonſi diviſi ciaſcheduno in parti otto uguali, dalle quali diviſioni dedotte da ambe le parti altrettante normali ai riſpettivi loro diametri, che cadranno ne' punti HIKLEFG tanto da una parte, che dall'altra, i quai punti ſegnati nei diametri, come che procedenti dalle ſteſſe,

e cor-

e corriſpondenti diviſioni s'uniranno inſieme per via delle rette HH, II, e le altre, lo ſteſſo facendo dalle altre due parti, avremo le commiſſure delle quattro ſezioni dei cilindri, che s'incontrano ſulle diagonali, come dalla figura ſi vede, ma trovandoſi ancora, che ſecondo le diverſe lunghezze dei diametri, creſcano nella ſteſſa guiſa i cerchj, che ſu eſſi ſi trovano, ne accadrebbe da queſto, che il volto ſuddetto in tal ſito troverebbeſi in tutte e quattro le di lei ſommità di diſuguale altezza, per il che ſarà neceſſario, determinata una ſola altezza, accomodarſi a quella, con fare, o ridurre i reſtanti cerchj in tante ellifſi, lo che praticheraſſi in tal guiſa, col prendere tutte le normali, che nel ſemicerchio AMC ſi ritrovano, e portarle ciaſcheduna ſulla ſua corriſpondente dagli altri diametri insù negli altri ſemicerchj, per ritrovarne i punti, per i quali poſſaſi condurre l'elliſſe, che ſarà la baſe, o il ſeſto del volto in tutti i lati, come vedeſi la diſtanza LM tolta dal ſemidiametro trasferirſi nell'oppoſto ſemidiametro da L in N, e negli altri, così la ſeconda diſtanza KO trasferiraſſi nella parte oppoſta da K in P, e tutte le altre anche negli altri cerchj, ne'quali ſi ritroveranno i punti, per cui paſſerà la curva, che eſprimerà in ciaſcuno il ſeſto del volto, come meglio dalla figura ſi vede. Da queſte notizie poi facilmente ricaveraſſi il mezzo di far tali volte in ogni ſorte di ſiti, dovendovi però ſempre a qualunque d'eſſe farvi i ſuoi ſufficienti ſperoni, come ſi dimoſtrarono *alla Prop. 6. di queſto* ſul particolare degli archi.

Tav. 13. Fig. 2.

T. V. 13. Non ſempre avviene, che ſi poſſiamo ſervire di porzioni di cilindro, e dei cilindri medeſimi per formarne archi, o volte, ritrovandoſi alcune volte certi ſiti, ove non poſſanſi praticare alcune ſezioni di cilindri, perciò farà allora di meſtieri raccorrere alla ſeconda figura de' ſolidi, che ſarà la conica, giuſta la quale ſi potranno ſuperare molte grandi difficoltà nel fare archi, o volte, i quali avranno molto maggior reſiſtenza di quella, che abbiano gli archi cilindrici, e queſto a motivo che il cilindro ſi ſerra nel centro, che trovaſi corriſpondere all'aſſe del medeſimo, ed il cono doppiamente s'incontra, a cauſa che non ſolo ſul proprio centro trovaſi gravitare, ma bensì ſull'apice, nel quale parimente s'incontra, per le quali ragioni dedurraſſi la maggior reſiſtenza nel cono, che nel cilindro, lo che dimoſtreraſſi qui appreſſo.

PROPOSIZIONE XXIX.

Come formar debbaſi un arco a porzione di cono contenuto tra due linee rette.

Fig. 3. Sieno gli impoſti dell'arco AB, CD, ſu' quali debbaſi principiare un arco, che cada a piombo delle due rette linee AC, BD, queſto faraſſi a porzione di cono, e per ritrovare il cono, dal quale naſcer debba tal porzione, ſi produrranno le due ſuddette linee AB, DC, finchè s'incontrino nel punto E, in cui troveraſſi l'apice del medeſimo, quindi diviſa la linea BD per mezzo in H, uniraſſi il punto H col punto E, e produrraſſi dall' oppoſta parte quanto farà di meſtieri, eletta dopo la figura dell'arco ſuddetto, la quale faraſſi ſemicircolare, pel cui effetto fatto centro in H coll'intervallo

tervallo HB descriverassi il cerchio BID, del quale stabilitane la grossezza DG, coll'intervallo GH condurrassi il secondo arco concentrico GKL, dalla qual operazione si ricaveranno tutte le misure per istendere in piano l'arco suddetto. Tav. 13. Fig. 3.

Diviso adunque l'ambito d'uno degli archi suddetti in parti a piacere, come vedesi ne' punti 1. 2. 3., e così dall'altra parte, si condurranno da essi altrettante linee al centro H, finchè restino segate dal secondo cerchio paralello negli altri punti 4. 5. 6., dai quali di bel nuovo si faranno cadere perpendicolari alla linea BD, come vedesi espresso ne' siti 7. 8. 9., da dove finalmente condotte altrettante linee all'apice del cono E, finchè incontrino la linea CA, dimostreranno nella sezione dell' arco, o sia cono AC, BD le commissure, o piuttosto i tagli delle pietre, delle quali intendesi formar detto arco, d'onde ne avviene, che per ritrovarne le misure particolari farà di mestieri il distenderne la superfizie in piano, pel cui effetto presa la distanza EA col centro E, descriverassi l'arco AM, ed aperto di nuovo il compasso da E in B descriverassi l'altro arco concentrico BN, dappoi presa la distanza B 6. si trasferirà da B in 10., la seconda 6. 5. si porterà da 10. in 11., così la terza 5. 4. si trasferirà da 11. in 12., e finalmente la 4. I si porterà da 12. in N, però con piccolissime aperture di compasso, acciocchè quanto più sarà possibile s'accostino queste due curve IB, e BN alla stessa uguaglianza, dai quai punti 10. 11. 12. N nella stessa guisa, che fecesi per lo passato si condurranno linee al punto E, finchè incontrino la curva AM, le quali denoteranno le commissure espresse nell'interna superfizie

Tav. 13. Fig. 3. fizie del volto ſuddetto, in tal guiſa che ſe la ſuperfizie diſteſa ABMN ſi applicaſſe al deſtinato luogo, le curve AM, BN ſi conterrebbero ne' termini eſpreſſi dalle rette linee AC, BD, e ciaſcuna delle commiſſure ſuddette s'applicheria appunto ſull'altra nel veſtigio impreſſa, che vale a dire il punto, e ſua commiſſura 10. ſopra il punto, e commiſſura 9., così il punto, e commiſſura 11. applicheriaſi ſul punto, e commiſſura 8., così pur anche la commiſſura 12. addatterebbeſi ſul punto, e commiſſura 7., e finalmente la MN coprirebbe affatto la commiſſura HO, e ſe ſi replicaſſe la ſteſſa coſa dall'altra parte, avrebbeſi con che veſtire tutto l'arco intieramente.

Dalla poc'anzi fatta operazione più facilmente verraſſi in cognizione del metodo di eſporre la intiera ſolidità di detto arco, pel cui effetto eletta la groſſezza, o vogliam dir ſolidità del cono, la quale conterraſſi tra le due linee GP, DE, eſpreſſa pur anche nell'arco per la larghezza GD, la qual groſſezza avendo a dimoſtrare diſteſa in piano per indicare la figura delle pietre, che per veſtire tal arco ſi ricercano, faraſſi centro nel poc'anzi conoſciuto punto P, all' intervallo PG condurraſſi un arco GQ, e riſtretto da indi il compaſſo ſino in F, formeraſſene un altro paralello FR, dappoi nella ſteſſa guiſa, che praticoſſi per lo paſſato ſi dovrà ſtendere la curva GK nella GQ colle ſteſſe diviſioni, che ivi ſi trovano, come per eſempio la diſtanza G 13. ſi trasferirà da G in 14., la diſtanza 13. 15. ſi porterà da 14. in 16., così pure la 15. 17. ſi farà uguale alla 16. 18., e finalmente l'ultima diſtanza 17. k ſi trasportetà da 18. in Q, i quali punti

14.

14. 16. 18. Q ſi uniranno al punto P, ſinchè reſtino ſegate dalla ſeconda curva ER, lo che aſſai diſtintamente dalla figura ſi vede, nella qual maniera ſi vederanno eſpreſſe tutte le porzioni dell'eſterna ſuperfizie dell'arco ſuddetto. Ma per ritrovarne la ſolidità farà di meſtieri ſovrapporre ciaſcuna porzione dell'interna ſuperfizie ſopra la ſua corriſpondente nell'eſterna; ma per collocarle al debito luogo ſi divideranno primieramente tutte le porzioni di detta ſuperfizie eſterna per mezzo, conducendo dalle ritrovate diviſioni altrettante linee al punto P, come meglio ſi comprende dalla figura, le quali tutte ſi faranno tagliare dall'arco ST proveniente dal ſemidiametro PE, come ſi vedono ſegate ne' punti 20. 21. 22. 23.. Preſa dappoi la diſtanza EB, e fatto centro in 20., con eſſe deſcriveraſſi l'arco 28. 29., così transferto il centro nel punto 21., colla ſteſſa apertura condurraſſi l'altro arco 30. 31., e ſuſſeguentemente cambiando centro ſi formeranno di bel nuovo nelle reſtanti due porzioni ſimili archi, ed avremo il termine, o lato della ſuperfizie interna ſovrappoſta all' eſteriore; per ritrovarne poi il ſecondo lato ripiglieraſſi la diſtanza EA, e fatto di nuovo centro in 20. condurraſſi un altro arco, e trasferta di lì nel punto 21. formeraſſene un altro, come anche nelle due reſtanti parti, come dalla figura ſi vede. Tav. 13. Fig. 3.

Altro per ora non reſtaci, che il terminarne i ſuddetti oppoſti lati, dalle eſtremità de' quali vengono in conſeguenza i due reſtanti, pel cui effetto diviſa una delle porzioni dell'interna ſuperfizie, come B 10. per metà, ciaſcuna d'eſſe porteraſſi da 24. in 28., e da 24. in 29., da' quai termini ſi condurranno due rette

linee

Tav. 13. Fig. 3. linee al punto 20., che ſegheranno nello ſteſſo tempo l' oppoſto lato ne' punti 32. 33., e ſarà collocata a ſuo luogo l' interna ſuperfizie della pietra ſulla eſterna, talmente che per dimoſtrarne con eſſe una figura ſolida, altro non abbiſognavi, che l' unire gli angoli dell' una con quelli dell' altra ſuperfizie, come trovaſi nella figura eſpreſſo. Così nella ſeconda pietra potraſſi operare, trasferendo nella ſteſſa maniera la metà della ſovra accennata diſtanza B 10 da 25. in 30., e da 25. in 31., da' quai punti conducendo due altre linee al punto 21., taglieranno anch' eſſe l' oppoſto lato per indicare la ſeconda ſuperfizie, così proſeguendo nel reſtante ſi troveranno tutti i cunei, che ſono neceſſarj per compire l' arco ſuddetto, come aſſai chiaramente dall' eſempio ſi vede.

Nè qui farommi a dimoſtrare, come nell' arco ſuddetto ritroviſi la reſiſtenza nella ſteſſa guiſa, che negli archi a porzione di cilindro, come feceſi vedere *nella Prop. 2. di queſto*, maſſime in riguardo al pilaſtro, che ſe gli ſottopone, ritrovandoſi operare quivi nella ſteſſa guiſa le direzioni, anzi che, dirò io, eſſere quivi nell' arco maggiore la reſiſtenza in riſpetto alla di lei natura, avvegnachè doppiamente reſiſte, trovandoſi compreſſo, ſerrandoſi ſempre più verſo l' aſſe del cono, che quivi ſerve per centro dell' arco, e per altra parte verſo l' apice d' eſſo cono, al quale tutte dette pietre trovanſi inclinare; ſoltanto in queſte occaſioni deveſi aver riguardo nella ſtruttura a collocare talmente le pietre con gran diligenza, che non ſi dipartano dalla natura del cono, di cui è porzione, tanto più, che nella di lei parte più riſtretta

trovaſi

trovasi appoggiato ad un arco cilindrico, come dalla Tavola di lei pianta si vede.

PROPOSIZIONE XXX.

ALcune volte avviene, che debbansi fare in certi siti arcate, che s'avanzino in fuori oltre i loro impostì, per non interrompere la piante, che devono per l'ordinario ricorrere sopra gli archi, nella stessa guisa che corrispondono inferiormente, ed acciò per l'avanzo, che essi archi fanno, riserbino la loro resistenza, dovrannosi fare a porzione di cono, ritrovandosi in tal figura d'arco, non ostante il di lui sporto compensata la resistenza dalla natura istessa del cono, il quale piuttosto propende verso l'apice, lo che andrassi dimostrando in appresso. Fig. 4.

Sia dato il cono ABC segato dalle due curve AB, DE, che rappresentino il vestigio dell'arco connesso, la di cui superfizie farà d'uopo stendere in piano per meglio concepirne l'idea. Congiunganſi i due termini A, e B colla retta BA, la quale divisa per mezzo in F, additeracci quivi il centro del cono suddetto, coll'ajuto del quale descriverassi il cerchio BGA, che servirà, o dimostrerà la pianta del cono suddetto, il qual cerchio diviso in parti uguali a piacere, come 1. 2. 3., da esse si condurranno linee paralelle al semidiametro GF, come vedesi 1. 4., 2. 5., 3. 6., da' quali ultimamente ritrovati punti si condurranno linee all'apice del cono C, talmente che seghino la porzione del cono contenuta tra le due curve AB, DE, come dalla figura si vede in qual maniera sarà espressa la

pianta

Tav. 14. Fig. 1. pianta dell' arco ne' termini AHB, DIE. Con tutto questo parmi, che non siasi ancora bastevolmente spiegata la difficoltà di questa cosa, trovandosi maggiore nel distendere la superfizie di detto arco in piano, conciossiacosachè dalla unione delle pietre, o mattoni nella costruzione del medesimo ne dipenda la resistenza. Cominciando adunque per istenderne la superfizie interna, cioè a dire quella, di cui si veste l'arco per il disotto, faraffi pria d' ogn' altra cosa centro in C, apice del cono suddetto, e prese le due diverse lunghezze CE, CB si formeranno due curve EM, EL, le quali si produrranno quanto fa di mestieri, dappoi misurata la curva BG con piccole aperture di compasso, faraffi uguale la BL, segnandovi anche in essa le medesime divisioni 1. 2. 3. sotto gli altri termini 7. 8. 9., da' quali di bel nuovo si condurranno altrettante linee al punto C suddetto, e si prolungheranno al dissopra di detta linea quanto farà di mestieri. Fatto questo da' punti HOPQ si condurranno linee paralelle alla FB, sinchè s'incontrino nel lato EC del cono prodotto in R, di modo che la proveniente da H incontrerà in R, la procedente da O cadrà in S, la derivante da P ferirà in T, e finalmente la prodotta da Q verrà in V, coll' ajuto delle quali si taglieranno le porzioni dell' arco distese in piano, e cominciando dalla prima, prenderaffi la distanza CR, e quella porteraffi da C in 10., così la seconda CS si trasferirà da C in 11., la terza CT si porterà da C in 12.; e finalmente la quarta CV si trasporterà da C in 13., per i quai punti B 13. 12. 11. 10. destramente condurraffi una curva, che rappresenterà un lato della superfizie distesa. Per

rica-

ricavarne poi l'altra curva EL, che chiudeva tutta la ſuperfizie, dedurraſſi la ſteſſa operazione dalle diviſioni, o ſiano punti interni della pianta dell'arco DIE, trasferendone le ſteſſe diſtanze nella curva EI, come ſi è ſinora praticato, avremo l'interna ſuperfizie, che veſtirà l'arco ſuddetto ſecondo le ſezioni AHB, DIE, e ſe cercheraſſi di ſtenderne la ſolidità, potraſſi operare come nell'antecedente Propoſizione. Tav. 14 Fig. 1.

PROPOSIZIONE XXXI.

Come coll'ajuto del cono, e del cilindro poſſaſi formare una volta vacua nel mezzo, e che nulladimeno poſſa ſopportare un gran peſo a motivo della di lei reſiſtenza.

SIA dato il ſito quadrato d'una camera, o ſcala, che ſia più a piacere ABCD, attorno alla quale debbaſi fare un volto in tal maniera, che reſti uno ſpazio voto nel mezzo, e che ciò non oſtante abbia tal volto una reſiſtenza non ſolo baſtevole per ſoſtenerſi in piedi, ma pur anche per ſopportare ulterior peſo, come per eſempio ſe foſſe alla ſommità d'una ſcala, per ove foſſimo in dovere di mendicare la luce, o altro biſogno. Faccianſi in primo luogo nei quattro angoli del ſito ſovra eſpoſto quattro coni ſegati da due ſuperfizie piane poſte in angolo retto, come vedeſi il cono AF ſegato dalle due ſuperfizie CF, FG, il qual cono, o vogliam dir ciaſcuna delle di lui porzioni dovraſſi fare di pietra tutta d'un pezzo, dappoi ſi collocheranno a ſuo luogo, come nella figura ſi vede; quindi ſe il ſito ſarà piccolo, Fig. 2

colo,

Tav. 14. Fig. 2. colo, e che perciò reſti agevole l'unire un cono coll' altro con un ſol pezzo di pietra, queſte s'uniranno in piano, e formeranno aſſai bell'aſpetto, ma quando ciò non foſſe praticabile, allora potria ſi formare un arco piano da un cono all'altro, come dimoſtra il ſuo profilo ſuperiore, che in tal maniera l'operazione riuſcirà fortiſſima, e di bell'aſpetto, ma negli angoli, o ſia negli apici dei coni farà di meſtieri farvi i ſuoi ſufficienti ſperoni, acciò più s'aſſodi ogni coſa. Nè ſarei per dubitare della riuſcita di tal volto, ſe ſi faceſſero gli archi da un cono all'altro rampanti, talmente che voleſſimo ſervirſene per una ſcala, laſciandoci il vacuo per la tromba, che allora riuſcirebbe ancora più maravigliosa, maſſime quando da un cono all'altro ſi metteſſero le pietre in luogo degli archetti, e quantunque il ſito non troviſi di quadrato perfetto, ma di figura rettangola, potrà nulladimeno eſeguirſi una tale idea, come pure ſe foſſe d'altra figura, come triangolare, pentagola &c., con ciò, che li angoli non reſtino molto ottuſi, perchè allora il cono non avrebbe tutto quell'incontro neceſſario per chiudere un ſimil volto.

COROLLARIO.

DI qui ſi raccoglie quanto ſia neceſſaria, ed utile la cognizione de' corpi, e natura loro, all'occaſione di doverne congiungere varj aſſieme, maſſime quando intendeſi dal compoſto loro ricavarne nulladimeno la reſiſtenza negli archi, e volte, la qual reſiſtenza, come che da per ſe ſola aſſai manifeſtaſi, non ſi è in tutti queſti capitoli rappreſentata per maggior brevità,

brevità, accadendovi ſempre lo ſteſſo tanto in riguardo all'impeto, che al peſo verſo de' ſuoi pilaſtri, come dimoſtroſſi per l'addietro. Tav. 14. Fig. 2.

Delle Volte, od Archi fatti coll'ajuto di varie ſezioni di ſfera.

I Volti fatti a porzione di ſfera ſono quelli, che meno ſpingono all'incontro de' muri, e che più d'ogni altro reſtano conneſſi, ed aſſodati, e che finalmente ſono abili a ſopportare maggior peſo ſenza pericolo di rovina, per i quali motivi, ed ancora per dare una breve notizia ſu tutti i corpi, non deveſi tralaſciare queſto capitolo, e prima farommi a ſpiegare i modi, ne' quali poſſaſi ſegare una ſfera, o piuttoſto come poſſanſi formare ſecondo le varie ſezioni di ſfera le volte da eſſa naſcenti, le quali ſezioni al noſtro propoſito accomodabili poſſono eſſere di due ſorte, una delle quali ſi è la preſente eſpreſſa con circoli maſſimi, o vogliam dir paralelli, per i quali s' intenderanno tutti que' circoli concentrici formati dal centro O fino all' eſteriore, ed il maſſimo ABCD, di qual metodo facciamo conto ſoltanto di ſervirſene in ſiti di volte aſſai grandi, come di cupole, ed altre volte conſimili, ſenza che ſieno ſegate, dovendo queſte farſi, quanto ſi può compite, ſenza alcun interrompimento, o ſezione, per il che di queſte ne tratteremo in appreſſo, ed appigliandoſi all'altro, che ſi è di ſegare una ſfera in ſuperfizie annulari, come dimoſtrammo *alla Prop.* 23. *di queſta*, come ſoggetto più facile, ed al noſtro fatto convenevole ſaremo per ragionare. Fig. 3.

Tav. 14. fig. 4.

PROPOSIZIONE XXXII.

Come in un sito quadrato possasi formare un volto a porzione di sfera, o di pietra, o di mattoni, ma suppongasi in questo caso di doverlo fare di pietra.

Sia adunque il sito quadrato ABCD, nel quale sia necessario formarvi un volto a porzione di sfera, servendosi di varie porzioni annulari. S'unischino pertanto gli opposti angoli di detto quadrato colle diagonali AD, CB, e nel punto E, ove le medesime si segano, fatto centro, descriverassi coll'apertura EB un cerchio circoscritto al quadrato suddetto, come dalla figura si vede; elette quindi sul semidiametro EF quante divisioni si vuole, cominciando da H fino in E o uguali, o disuguali che sieno, come resta espresso per i punti IKLM, per dove si condurranno altrettante linee paralelle al lato CD, che andranno a terminare nella periferia del cerchio, come sono IN, KO, LP, MQ, e le altre, quindi applicata una retta linea ai due punti immediati NC, quella prolungherassi fin a tanto che incontri il diametro EF prodotto in V nel punto R, in cui fatto centro, e distesa l'altra punta fino in C, con tale intervallo formerassi l'arco CX, e collo stesso centro disteso il compasso fino in N, descriverassi di bel nuovo il secondo arco NY, il qual intervallo tra queste due curve compreso conterrà una porzione d'anello, colla quale vestirassi la porzione di sfera NC, IH, ma per trovarne il termine, acciocchè detta porzione d'anello distesa arrivi giustamente a coprire la

la destinata porzione di sfera NC IH, farassi di bel nuovo centro in H, e colla distanza HC, ovvero HD, descriverassi il mezzo cerchio CED, quindi misurata con piccole aperture di compasso la curva, o sia quadrante CE, ad essa farassi uguale l'altra curva CX, indi uniransi il punto X col punto Y colla retta XY, talmente che prodotta incontri il centro R, così faransi del secondo anello, facendo centro in S, coll' apertura SN formerassi l'arco N 2., ed aprendo il compasso fino in O formerassene di bel nuovo un altro O 3., che inchiuderanno un'altra porzione d'anello, bastevole a vestire la porzione di sfera OKNI, e per determinarne meglio la di lei lunghezza, abbenchè potessesi trasferire la lunghezza di NY nella N 2., tuttavia farassi di bel nuovo centro in I, e coll' intervallo IN farassi di nuovo un altro semicerchio, o suo quadrante IN 4., al quale renderassi uguale la curva N 2., ed uniransi parimente il punto 2. col punto 3. con una retta linea prodotta dal centro S, che allora sarà sufficiente per vestire la porzione di sfera ONKI, e così faransi d'ogni altra porzione d' anello, come vedesi espresso nella figura, e come di già più avanti dimostrossi *nella Prop.* 23.

Tav. 14. Fig. 4.

Ma ritrovandosi, che da dette porzioni d' anello distese si debba detroncare quella parte soltanto, che per vestire lo spazio contenuto nel quadrato ABCD, dedurransi in primo luogo dalla distesa porzione d'anello NCXY, che veste tutta la porzione di sfera NCIL quella parte, che a vestire la porzione di sfera NC 5., come esclusa dal quadrato suddetto non trovasi necessaria, per il che presa la misura della curva N 6. por-

Tav. 14. Fig. 4. zione del quadrante N 4., quella porteraſſi da N in 7., ed uniraſſi il punto 7. col punto C colla retta C 7., e la reſtante porzione d'anello C 7. XY ſarà appunto quella, che veſtirà la porzione di sfera compreſa nel quadrato ABCD ſotto i termini C 5. IH; così per ſeparare dalla porzione ſeconda d'anello ON 3. 2. quella parte ſoltanto, che a veſtire la porzione di sfera contenuta nel quadrato ABCD ſotto i termini KI 5. 11. richiedeſi, porteraſſi in primo luogo la diſtanza N 6. del quadrante N 4. da N in 8., e ſull'altra linea la diſtanza O 10. da O in 9., e s'uniranno i due punti 8. 9. con una retta linea, che ſeparerà la porzione 8. 9. 3. 2. dalla reſtante, e quella ſervirà per coprire la porzione di sfera contenuta nel quadrato ſuddetto ſotto i termini 5. 11. KI, così potraſſi praticare delle reſtanti, come dalla figura ſi vede, ed in tal modo ſepareraſſi quel tanto, che ſolamente richiedeſi per veſtire la sfera contenuta nella figura quadrata ABCD.

Ma ſiccome la noſtra idea s'eſtende non ſolo in dimoſtrare il mezzo di veſtire una sfera di qualunque ſuperfizie, ma bensì intendiamo con tal mezzo di dare la norma, come poſſaſi formare una volta nel preſcritto luogo a porzione di sfera, che abbia tutta la reſiſtenza poſſibile, taglieremo di bel nuovo dette porzioni di anello in tal modo, che veſtano ſolamente quella porzione di sfera contenuta nel triangolo ECH, pel cui effetto dovendo di bel nuovo dalla porzione d'anello C 7. XY, che dimoſtroſſi veſtire il rettangolo C 5. IK tagliarne quella porzione, che veſte il piccol triangolo 5. C 13., lo che in tal guiſa otterraſſi, ſe dal punto 13. dedurraſſi una paralella alla linea AC, finchè

chè incontri il quadrante N 4. nel punto 12., e preſa con piccole aperture la diſtanza N 12., quella porteraſſi da N in 18., il qual punto unito col punto C taglierà per mezzo d'eſſa linea la porzione 7. 18. C, che era deſtinata per veſtire il triangolo C 13. 5., ſicchè reſteravvi ſoltanto l'altra porzione C 18. XY, che veſtirà la porzione di sfera C 13. IH contenuta nel triangolo ſuddetto ECH, che ſe ſi replicherà per tutte le reſtanti parti, formeraſſi il primo ordine di ſuperfizie, coi quali veſtiraſſi un ugual ſpazio tutto all'intorno del quadrato ſuddetto. Tav. 14. Fig. 4.

Così volendo fare della ſeconda porzione d'anello, prenderaſſi la ſteſſa diſtanza N 12., e quella porteraſſi da N in 20., dappoi dedotta dal ſeguente punto 14. un' altra paralella 14. 16., ſinchè incontri l'altro quadrante KO 19. nel punto 16., e preſa tal miſura da 16. in O, quella porteraſſi da O in 21., e coll'ajuto della linea 20. 21. ſepareraſſi da queſta porzione d'anello la parte 20. 21. 2. 3., che veſtirà la porzione di sfera contenuta nel triangolo ſotto i termini 13. 14. kI, e ſe parimente queſta ſi replicaſſe al biſogno, ſi formerebbe il ſecondo ordine di ſuperfizie, col quale veſtirebbeſi un' altra porzione di sfera, e così faraſſi di tutti gli altri pezzi di anello, che così verraſſi a chiudere il volto in modo tale, che riuſcirà fortiſſimo.

La di cui gran forza meglio intenderaſſi nella figura qui appreſſo, in cui dimoſtrandoſi il quadrato ABCD rappreſentare una volta a porzione di sfera, fatta coll' ajuto di più ſezioni annulari, delle quali parloſſene poco avanti, ove ſe faraſſi in primo luogo rifleſſo ſopra una porzione d'eſſa volta, il qual ſarà ECDF, quello Fig. 5.

Tav. 14. Fig. 5. troveremo eſſer non altro, che un arco sferico appoggiato ſui due piedi EC, DF, così ſe ſe ne prenderà un' altra porzione ſuſſeguente GH, EF, altro parimente non ſarà, che un altro arco della ſteſſa natura appoggiato ſui piedi GE, HF, e così tutte le altre ſezioni potranno conſiderarſi come tanti archi uniti gli uni agli altri, che queſto ſolamente ſaria baſtevole per eſprimere la reſiſtenza d'una tal volta.

Ma ſe rivoltandoſi la figura dall'altra parte conſidereremo diverſamente ſegata la volta, cioè per la ſezione IK, vedremo, che di bel nuovo ritrovaſi da queſta parte un altro arco, così per la ſeconda ſezione LM eſprimeraſſi pur anche un arco, in tal guiſa che ſe ſi replicaſſero per tutte le parti varie ſezioni paralelle ai lati dello ſteſſo quadrato, ſempre ſi ſegherieno archi, che da loro medeſimi potrieno ſoſtenerſi. Stanti le quali cognizioni farommi a dimoſtrare, come l'impeto di detta volta troviſi tutto radunato negli angoli ABCD, in cui ſi poggiano i piedi della medeſima, i quali, come più baſſi del rimanente, danno luogo ad un minor angolo di direzione, giuſta la quale minore ſaranne la ſpinta, come feceſi più avanti vedere. Tronchiſi per maggior intelligenza dal quadrato ABCD l'interno NQPO, e vedremo nel rimanente, come troviſi la ſpinta ridotta ad operare tutta negli angoli, avvegnachè allora l'arco EC, DF trovandoſi tronco per le linee OC, PD non incontraſi più nel muro FD, EC, ma bensì nell'altro arco OC, BN, e così degli altri, la direzione de' quali trovaſi in parte eſtinta dall'incontro reciproco, ed il reſtante impeto deve di tutta neceſſità agire negli angoli nella ſteſſa guiſa, come incontrandoſi due palle

in

in aria di ugual impeto, provenute da parti contrarie, Tav. 14.
e che nell'incontrarſi formaſſero un angolo retto, ciaſ- Fig. 5.
cheduna d'eſſe ſarà divertita dalla ſua direzione, ed ambedue formeranno angoli diverſi, l'eſempio del che vedeſi giornalmente nel giuoco del Trucco, ove incontrandoſi le palle alterano la direzione, e ſcemano di velocità, che vale a dire d'impeto, lo che arriva appunto nel caſo noſtro, il che ſtante ciaſcheduno può chiaramente comprendere, come abbiſognandoci una volta di grande reſiſtenza, come ricercaſi ne' Magazzeni, ne' ſotterranei delle Fortezze, ed in altri luoghi ſimili, ſia la più accomodata quella di tal genere, eſſendovi in parte eſtinto l'impeto d'eſſa nell'incontro d'un arco nell'altro, ed obbliquata la direzione, aggiunto ancora, che la ſpinta eſſendo diretta negli angoli, ivi trovaſi la groſſezza de' muri maggiore nella proporzione della diagonale al lato del quadrato; da tutti i quali rifleſſi ſi può dedurre, che tal ſorte di volta ſia la più reſiſtente d'ogn' altra, come ſi è propoſto.

Ma quando non ſi voleſſe caricare tutto il peſo ne- Fig. 6.
gli angoli, con diſtribuirlo nei lati, allora potriaſi in altra guiſa praticare la ſezione della sfera, come nella preſente figura, per il che eſſendo il ſito quadrato ABCD, nel quale debbaſi fare la volta, ſegheraſſi la sfera con ſezioni paralelle alle diagonali di detto quadrato, come ſono EF, GH, IK, e le altre, le quali potrannoſi ſtendere in piano nella forma ſovra preſcritta, quindi nel detto quadrato condotti due diametri, che normalmente ſi ſeghino, come ſono NO, LP, queſti divideranno il quadrato ABCD in quattro

Tav.14. altri quadrati, uno de' quali ſarà NMLD; dappoi dalle
Fig. 6. diſteſe ſuperfizie di sfera troncheraſſi *per le precedenti coſe* ſolamente quel tanto, che a veſtire il quadrato MNLD ricercaſi, avremo la quarta parte del volto compita, lo che non faraſſi, che replicare dalle altre parti, come dalla figura ſi vede, ed in tal modo eſtingueraſſi anche in parte la ſpinta di detta volta per l'interſecazione d'un arco coll'altro, e ſarà ripartito ugualmente tanto il peſo, che il reſtante impeto in ogni punto ſulla lunghezza dei lati.

Tav.15. Si pratica ancora aſſai frequentemente nelle volte
Fig. 1. a porzione di sfera il metodo nella fig.1.tav.15. eſpreſſo, cioe col mettere i materiali in giro, come faſſi ordinariamente nelle Cupole, chiudendo poi ogni corſo pria d'incominciarne un altro, e queſto ſi è qualora il volto, o Cupola, che dir vogliamo, ſtaſſi appoggiato a quattro archi, acciocchè il peſo d'eſſa non ſpinga i laterali, ma bensì carichi a piombo, pel cui effetto non abbiſognavi ulteriore dimoſtrazione, eſſendo la coſa da per ſe ſola aſſai manifeſta.

Fig. 2. E finalmente ſe vorraſſi in qualſivoglia ſito fare un volto a porzione di sfera, divideraſſi il medeſimo con linee, che dagli angoli della figura vengaſi ad un centro, come dimoſtra la figura pentagola qui appreſſo; quindi diſteſa una quinta porzione in piano, e ſegata coll'ajuto della regola eſpreſſa nella fig.4.tav.14 ſi taglieranno nella ſteſſa guiſa le reſtanti, come dalla figura ſi vede, ove non reſteranno nè angoli, nè ſpighi, o coſtole in dette volte, come d'ordinario ſi ſuol vedere; e quanto fu detto del ſito pentagolo potraſſi anche intendere d'ogni altro, benchè d'irregolare figura.

PRO-

Tav. 15. Fig. 1.

PROPOSIZIONE XXXIII.

Con qual' arte debbaſi conſtrurre una Cupola ovale, acciò ſia aſſai ſuſſiſtente, ed anche con qual proporzione debbaſele ritrovare l' ambito del Lanternino ſecondo i diametri della detta Cupola.

NON è mediocre difficoltà il dirigere una Cupola ovale, tanto nel farle formare il ſuo ſeſto, acciocchè faccia una perfetta ſferoide, quanto nella mettitura de' materiali, affinchè corſo per corſo ſi ſerrino, nulla giovando in queſto caſo il fare i cerchj, o elliſſi paralelle, che vale a dire di fare un anello tutto attorno d' uguale altezza, perchè allora ſi troviamo ſul fine con un' apertura, o ſia elliſſi molto lunga, e ſtrettiſſima, e per conſeguenza ſporzionata nei diametri in riguardo agli altri già determinati della baſe, oltre di che non ſarebbevi quella reſiſtenza, che ſi richiede per non ritrovarſi gli anelli ferrati a livello. Per andare adunque all' incontro di tali inconvenienti, ſtabiliraſſi in primo luogo la pianta, o baſe della Cupola, che eſprimeraſſi per l' elliſſe ABCD, il di cui ambito diviſo in parti a piacere, come ſono 1. 2. 3. 4. 5., e così dalle altre parti, da tutte le quali diviſioni ſi condurranno altrettante linee al centro dell'elliſſe O, come dalla figura ſi vede, quindi preſo il maggiore, e minor diametro AO, ed OC, quelli ſi con-

giunge-

Tav. 15. Fig. 3. giungeranno nella figura seconda sotto qualunque angolo, in guisa che il maggiore AO sarà EF, ed il minore OC sarà FG, unite indi le loro estremità EG colla retta GE, in essa si porteranno tutte le altre misure dei diametri, o per meglio dire i diametri stessi, cioè a dire 1. O porterassi da F in H, O 2. si trasferirà da F in I, O 3. uguaglierassi a Fk, e così d'ogni altra, come dalla figura si vede, ed in tal modo troverassi disposto tutto l'ordine tanto per dividere l'ellisse predetta in altrettante ellissi proporzionate, quanto per delineare, occorrendo, i centini, per formarne una Cupola in simil sito, acciocchè la di lei figura sia di sferoide perfetta, acciò meglio possansi collegare i materiali, che in tale struttura vi si impiegano, ed ancora affinchè ritenga più bella forma.

Fig. 4., e 5. Eletta adunque la figura del sesto, col quale intendesi fare la suddetta cupola, la quale potrassi ergere sul maggior diametro, e sia espressa pel quadrante NPQ, dividerassi la curva QP in parti a piacere, come sono 6. 7 8. 9. &c, da' quai punti, o divisioni si condurranno normali all'asse NQ, e si produrranno oltra al bisogno, ed avremo con questa figura espresso il maggior quadrante, o sia sesto della cupola suddetta, il quale sovrapporrassi al diametro AO fig. 3., al quale fecesi per costruzione uguale la linea EF fig. 5., presa indi la linea 6. 10. fig. 4., quella traferirassi da F in R, dappoi la seconda 7. 11. si porterà da F in S, così la terza linea 8. 12 si porterà da F in T, e finalmente la quarta 9. 13. trasporterassi da F in V fig. 5., da' quai punti RSTV ultimamente segnati si condurranno altret-

altrettante paralelle alla linea EG, come ſono RX, SY, TZ, V&, come meglio vedeſi dalla figura, le quali coſe diſpoſte ſi faremo in primo luogo a dare il metodo di deſcrivere nell' elliſſe predetta altrettante elliſi a piacimento, con ciò che ſieno tutte della ſteſſa proporzione circa i loro diametri, ſu' quali dovrannoſi indi ricavare i proprj centini per formarne la sferoide propoſta. Tav. 15. Fig. 4. e 5.

Cominciando adunque dalla prima linea, o diviſione, che ſarà RX fig. 5. prenderaſſi la diſtanza FR, e quella porteraſſi da O in 14. fig. 1., così la ſeconda F 15. ſi porterà da O in 16., la terza F 17. ſi traſferirà da O in 18., la quinta F 19. ſi traſporterà da O in 20., e così di tutte le altre, ſinchè ſi arrivi al minor diametro OC, il qual ordine potraſſi proſeguire nel deſcriver tutte le altre elliſſi, rapportando le miſure, o ſiano ſezioni della linea SY, ciaſcheduna ſul ſuo corriſpondente diametro, per mezzo delle quali deſcriveraſſi l' elliſſe 25. 26., inoltrandoſi ancora, e pigliando le diviſioni della linea TZ, quelle nella ſteſſa guiſa ſi potranno traſportare ſui ſopraddetti diametri, col mezzo de' quali avraſſi l' altra elliſſe 27. 28., e così in infinito, qualunque volta ſi ricercaſſero maggiori diviſioni d' elliſſi, le quali tutte ſempre ſaranno proporzionate nei loro diametri, come la prima ABCD trovaſi in riguardo ai ſuoi.

Finalmente dovendo eſporre il modo, col quale debbanſi fare i centini, coi quali abbianſi a formare le armature di ſimili volte, eleggeraſſi in primo luogo la loro altezza, che intendeſi dare ſul maggior diame-

Tav. 15. Fig. 4. e 5. diametro, la quale, come diſſopra diſſimo, ſarà eſpreſſa pel quadrante PQN, queſto adunque ſarà il ſeſto, che applicheraſſi da A in O, e ſe ſi replicherà dall'altra parte, arriverà ſino in D. Diviſo adunque detto quadrante PQ in parti a piacere, come ſi vedono ſegnate per i numeri 6. 7. 8. 9., e condotte le linee normali all'aſſe NQ, come ſi è ſpiegato più avanti, porteraſſi la diſtanza O 1. da N in 29., dove farà il principio del ſeſto, così la ſeconda O 16. ſi porterà da 10. in 30., la terza O 31. ſi trasferirà da 11. in 32., e nella ſteſſa guiſa tutte le altre, ſinchè ſi pervenga al termine Q, in cui hanno tutte a finire, per i quai punti condotta deſtramente una curva, queſta eſprimerà il ſeſto, che s'applicherà ſul diametro O 1.. Venendo a ritrovare indi il terzo, che ſul diametro O 2. deve appoggiarſi, prenderaſſi tal lunghezza O 2., e quella porteraſſi da N in 33., di poi la ſeconda O 18. ſi porterà da 10. in 34., O 35. faraſſi uguale ad 11. 36., e così delle altre; per i quai punti faraſſi pur anche deſtramente paſſare un'altra curva, che vada a terminare nel punto Q, e queſta ſarà il ſeſto da applicarſi ſul diametro O 2., e con tal ordine proſeguendo nel rapportare le altre miſure, avraſſi il quadrante NQ 37., che ſervirà di ſeſto ſul diametro O 3., così il quadrante NQ 38. applicheraſſi ſul diametro O 4., NQ 39. s'addatterà ſul diametro O 5., e finalmente NQ 40. ſervirà di ſeſto ſul diametro OC, i quali ſe ſi replicheranno, avraſſi con che veſtire tutta l'elliſſe, acciò formi una ſferoide perfetta, che è quanto eraſi ſul principio propoſto. Infinite di queſte operazioni ſi potrieno rapportare a

tali

tali coſe appartenenti, ma come che la diſpoſizione loro riuſcirebbe alquanto laborioſa, ſi ſono tralaſciate, potendo nulladimeno da quanto ſi è detto, e dimoſtrato qualunque difficoltà ſuperare. Tav. 15. Fig. 2.

PARTE

PARTE TERZA.

DELLE RESISTENZE.

AVendo ſinora diſcorſo delle Reſiſtenze de'muri contro gli impeti de'terrapieni, ſpinte di volte con diverſi ſeſti, e varj altri accidenti, che per l' ordinario accadono nell' edificare, altro non reſtandovi, che il ragionare ſopra la reſiſtenza di que' ſolidi, che reſiſtono a varie gravità, o peſi col ſoſtenerli, come accade continuamente a' travi di qualunque groſſezza, o ſieno eſſi di legno, di metallo, o d'altra materia ſolida abile a ſoſtentar peſi, nel quale ragionamento oltre di paleſarne intieramente, e minutamente la forza faraſſi vedere di quanto s'allontanino dal vero que'Meccanici, che volendo far macchine di gran reſiſtenza, credono il più delle volte ciò ottenere, qualora fattone lo ſperimento ſul modello s'affidano della riuſcita coll'ingrandirne l'operazione in effetto, dal quale trovandoſi poi deluſi, ne attribuiſcono la cagione all'imperfezione della materia, come ſoggetta a molte alterazioni, ideandoſi poi con tal coſa

di

di ſcuſare l'inobedienza delle macchine in riſpetto ai loro modelli. Ciò nulla oſtante farommi a provare, che qualunque macchina, o ſolido di qualſivoglia materia, abbenchè perfettiſſima in tutti i ſuoi punti, non perciò riſponderaſſi con un' altra ſimile nella reſiſtenza, qualunque volta una faraſſi grande, e l'altra piccola, e tale effetto oſſervaſi non ſolamente nei ſolidi, ma anche alla natura ſteſſa reſta impoſſibile il far moli di diverſa groſſezza, e proporzionata reſiſtenza, come giornalmente vedeſi in quelle perſone di grandezza ſproporzionata, che ſono men abili a reggere un peſo di quello ſieno le più corte: in prova del che oſſerviſi sì negli alberi, che negli edifizj, ed altre coſe, che quanto più ſono elevate, tanto meno ſono reſiſtenti; dal che ſi vede quanto ſieno in proporzione meno abili i ſolidi, o macchine grandi a reſiſtere, di quello ſieno le piccole, e quivi è aſſai a propoſito il rapportare un caſo ricavato dal Galileo nel primo ſuo dialogo a fol. 483, dove racconta eſſervi una groſſiſſima colonna di marmo diſteſa, e poſata preſſo le ſue eſtremità ſopra due pezzi di trave; cadde in penſiero dopo un certo tempo ad un Meccanico, che foſſe ben fatto per maggiormente aſſicurarſi, che la detta colonna gravata dal proprio peſo non ſi rompeſſe, ſottoporli nel mezzo un altro ſimile ſoſtegno, parve generalmente il conſiglio aſſai opportuno, ma dimoſtronne l' eſito tutto l' oppoſto, atteſo che di lì a pochi meſi trovoſſi la colonna feſſa, e rotta, giuſto appunto ſovra il nuovo ſoſtegno di mezzo, accidente in vero maravigliooſo, ma la riconoſciuta cagion dell' effetto tolſe la maraviglia, perchè depoſti altrove i due pezzi della colonna viddeſi, che uno dei travi, ſu' quali appoggiavaſi

una

una delle teſtate eraſi per la lunghezza del tempo infracidita, ed avvallata, e reſtando quella di mezzo duriſſima, e forte, fu cagione, che la metà della colonna reſtaſſe in aria, abbandonando l'eſtremo ſoſtegno, ond'è, che il proprio peſo la fece rompere, la qual coſa ſenza dubbio non ſarebbe occorſa in una piccola colonna, abbenchè della ſteſſa materia, e riſpondente in tutte le ſue proporzioni alla colonna grande, dal qual effetto ſi può beniſſimo argomentare, quanto il proprio peſo gravi da per ſe ſteſſo più i ſolidi grandi, che i piccoli, e pel contrario quanto più i piccoli ſieno in proporzione più reſiſtenti dei grandi, lo che andraſſi nelle ſeguenti oſſervazioni dimoſtrando.

ASSIOMI.

I.

CHE ogni ſolido abbia la ſua reſiſtenza finita, e limitata tanto nel farli forza per lungo, che per traverſo, talmente che allungato un pelo di più da per ſe ſteſſo ſi ſtrappi, o ſi rompa.

II.

CHE la reſiſtenza di qualſivoglia ſolido poſsa equilibrarſi da una ugual forza, e parimente che detta reſiſtenza poſſa eſſere ſuperata, qualora la forza, che pria lo equilibrava, verrà accreſciuta di qualche minuto.

DE-

DEFINIZIONE I.

ASſoluta reſiſtenza d'un ſolido diremo noi quella, quando propoſtoci un trave o di legno, o di metallo, o di pietra, fitto in un muro ad angoli retti, che riſalti altrettanto fuori d'eſſo muro, quanto è il diametro della di lui baſe, e che in detta diſtanza ſe gli applichi più, e più peſo, ſinchè queſta tal gravità arrivi a ſuperare, e vincere la reſiſtenza dello ſteſſo ſolido, cioè che lo coſtringa a romperſi quel peſo, che pria della rottura del priſma equilibravaſi colla di lui reſiſtenza, che vale a dire, quando indifferente trovavaſi tra il ſoſtenerſi, ed il romperſi, diremo noi quel peſo uguagliarſi allora alla reſiſtenza del ſolido ſuddetto.

PROPOSIZIONE I.

Dato un ſolido, o priſma di qualunque groſſezza, e lunghezza, come ſe gli poſſa ritrovare il peſo, che può ſoſtenere in una determinata lunghezza.

SIA adunque il priſma, o trave ABCD fitto ad angoli retti nel muro AC, la di cui reſiſtenza troviſi eſpreſſa pel valore del peſo E ſoſtenuto in D, dico, che aſtratta dalla noſtra conſiderazione la materia del ſolido, volendolo allungar ſino in F, ſoſterrà in detto punto un peſo ſudduplo al peſo di E, e così ſuſſeguentemente in tutte le altre diſtanze di GHI, a miſura che più s'allontaneranno dal muro AC, nella ſteſſa Tav. 1. Fig. 1.

Tav. 1. Fig. 1. porzione dovranno pur anche ſcemare i peſi, uguagliandone il valor loro colla maggior lunghezza della leva, come nelle prime Propoſizioni della prima Parte dimoſtroſſi, e quanto vedeſi in diſtanze uguali praticato, deveſi pur anche intendere in altre diſuguali, qualunque volta oſſerveraſſi la ſteſſa proporzione, cioè di quanto creſca la lunghezza ſopra la baſe, d'altrettanto ſcemar debba il peſo affiſſogli dal peſo E, come effetti cagionati dalla ſemplice leva.

Non accadendo però mai, che poſſanſi ritrovare ſolidità, che ſoffrano d' eſſere aſtratte dal materiale, e per conſeguenza dal peſo, ne avviene, che unitamente al valor de' peſi applicati a' ſolidi dovraſſi mettere anche in conſiderazione la materia, o ſia peſo, col quale vengono eſſe ſolidità compoſte, qualora col allungarlo vaſſegli in traccia della reſiſtenza.

PROPOSIZIONE II.

Fig. 2. SIA di bel nuovo infiſſo nel muro ad angoli retti un ſolido, o trave ABCD, la di cui reſiſtenza venga equilibrata nella lunghezza DC dal peſo E, la quale dovendo allungare il doppio di ſua lunghezza, abbiamo a ricercarne il peſo, che nell' eſtremità di detta lunghezza ſia per ſopportare il ſolido, qualora col maggior accreſcimento della leva avraſſi riguardo all'aggiunta del peſo, che in ſe contiene la porzione del priſma BF.

Per la ſovra citata Propoſizione faraſſi come la lunghezza DF alla DC, così il peſo E al peſo H applicato in F, che allora i peſi contrariamente ſi riſponderanno

deranno alle diverſe lunghezze, ma dovendovi anche mettere in conto il peſo dell' aggiunto ſolido, il qual creſce in doppia proporzione sì per la maggior lunghezza CF, che per l' aggiunta di peſo, ne verrebbe in conſeguenza, che la ſola aggiunta di ſolido ſaria per ſe ſteſſa baſtevole ad equilibrare la reſiſtenza della baſe DA, onde altro non faria più di meſtieri aggiungere al ſolido AF, acciocchè equivaleſſe al peſo E, avvegnachè ſe nel termine F il peſo E ridur deveſi al ſudduplo per virtù della ſemplice leva, così congiunto colla ſteſſa leva il peſo della ſteſſa aggiunta BF, come creſcente nella ſteſſa proporzione dovria equivalere al peſo H; ma ritrovandoſi il più delle volte, che le apparenti dimoſtrazioni facilmente s' allontanano dalla verità, qualora non ſi prendono per il loro retto ſenſo, vedremo nulladimeno abbiſognarvi ancora nel termine F aggiunta di gravità per equilibrare la reſiſtenza della baſe DA, abbenchè vi ſia aggiunta la parte di ſolido BF. Tav. 1. Fig. 2.

E che ne ſia il vero, il peſo H eſercita la ſua azione verſo della baſe AD coll' ajuto della leva DF, pel cui effetto il peſo H dovrà eſſer ſudduplo al peſo E, eſſendo la leva DF doppia di DC. Non così pertanto avrà la ſteſſa azione il priſma BF, o ſia il di lui peſo, ſtante che non tutto ſoſtienſi ſul termine F, anzi che, dirò io di più, che niuna parte d' eſſo ſolido, o vogliam dir del di lui peſo ſoſtienſi ſul termine F, eſſendo coſa infallibile, che le parti d' eſſo più rimote dalla baſe AD gravitino più delle viciniori, come in varj eſempj di leve dimoſtroſſi, fataſſi luogo a conchiudere, che il centro di gravità dell'aggiunto priſma

Tav. 1. Fig. 2. BF corrisponda al mezzo di esso anche in riguardo all'azione, colla quale il di lui peso opera verso della resistenza, dal che chiaramente si può dedurre, che il peso, abbenchè cresca nella stessa proporzione delle lunghezze nei prismi, non però nel nostro caso l'azione, che detto prisma ritiene contro la resistenza della sua base corrisponde alla sovra esposta, anzi soltanto ridurrassi il composto del peso colla lunghezza del braccio in riguardo all' azione alla proporzione sesquialtera di quella, che ritrovasi nei solidi doppia tanto per il peso, che per il braccio nell' allongarli, laonde farà di mestieri per equilibrare la resistenza della base AD applicare nel punto F una qualche gravità, colla quale s'agguagli al valore della resistenza suddetta.

Ridotti adunque nella stessa proporzione delle diverse lunghezze i due gravi E, ed H, cioè a dire, che siccome ritrovasi la lunghezza DF doppia di DC, così sia il grave E doppio di H in contraria proporzione delle lunghezze, tra' quali due gravi non ritrovandosi quale riducasi all'equilibrio nella lunghezza DF, farassi come il grave E al grave H, così la linea I alla linea G, alle quali troverassegli la terza proporzionale L, giusta la quale fatta una terza simile gravità, questa sarà quella, che applicata nel termine F equilibrerassi colla resistenza della base AD, che è quanto si era proposto.

Per prova di questa propositione altro non hassi a fare, che convertirne il ragionamento in questa guisa. Sia adunque il grave H subduplo del grave E, il quale sia inalterabile in riguardo al di lui peso, ed abbiasi a ritrova e un punto nel prisma AF, pel quale sospesa detta gravità trovisi in equilibrio colla resistenza della base AD,

AD, ed avendo fatto vedere nell' avantiscritte cose, Tav. 1. che in proporzione del prisma BF, e suo peso devesi Fig. 2. scemare il grave, così trovandosi questo inalterabile dovrassi per altra parte scemar di lunghezza nel solido AF, il quale crescendo in doppia proporzione sì per il peso, che per la lunghezza del braccio, dovressimo per conseguenza detroncarne la metà della lunghezza CF nel punto M, trovandosi in tal guisa compensati i pesi, o composto loro colle lunghezze verso della resistenza, qualora l'azione del peso, che contiene il prisma BM andasse del pari coll'accrescimento dell'assoluta sua gravità, nella quale avendo dimostrato corrispondere il centro di gravità alla metà della lunghezza CM, veniamo a scorgere, che il peso H trovandosi affisso in M eserciterebbe il suo momento coll'ajuto della leva DM, quando per altra parte il peso dell'aggiunto prisma BM esercita il proprio valore con altra distanza, dal che ne siegue, che la disuguaglianza delle leve altera in parte il valor de' pesi, e trovandosi il grave H appeso in F eccedere, e superare la resistenza e nel punto M quella non agguagliare, prenderassi tra le due diverse lunghezze DM, DF la media proporzionale DO, questa ci prefiggerà la lunghezza del prisma, per l'estremità del quale affisso il peso H, equilibrerassi colla resistenza della base AD, da dove si vede ritrovarsi la corrispondenza contrariamente presa, imperciocchè laddove tra i due pesi E, ed H si prese il terzo proporzionale peso, serbate le lunghezze, così ultimamente tra le due estreme lunghezze si prese la media, serbati i pesi, oltre varie altre prove, che addur si potrieno, che per brevità si tralasciano.

Tav. I. Fig. 2.

PROPOSIZIONE III.

Dato un ſolido, o priſma, la di cui reſiſtenza ſia nota, ed equilibrata nel quadrato della ſua baſe da una gravità conoſciuta, come poſſaſi equilibrare la di lui reſiſtenza col ſolo allungar detto ſolido.

SIA dato il priſma ABCD, nel di cui eſtremo D ſia appeſo il grave E, col mezzo del quale reſti la di lui baſe AC in equilibrio, cioè indifferente tra il ſoſtenerſi, ed il romperſi, e volendo allungare il detto ſolido, fin a tanto che abbia acquiſtato momento tale, che s' uguaglj al peſo di E, per il cui effetto conoſciuta la gravità del peſo E, prenderaſſi nello ſteſſo ſolido una ugual porzione in peſo, come ſaria BF, ma come che ſi è più avanti dimoſtrato, che l' aggiunto ſolido BF creſce in doppia proporzione, tanto per il peſo, che in ſe ritiene, che per la lunghezza, colla quale creſce il braccio della leva, per il che riducendo la proporzione doppia alla ſuddupla, dovrebbeſi detroncare parte dalla leva, e parte dal peſo, ſicchè la lunghezza DF aggiunta ridurraſſi al ſuo ſuddupplo, che ſarà DG, ma avendo pur anche dimoſtrato, che l' azione del peſo non corriſponde alla lunghezza, imperocchè il peſo di BG non per il termine G fa forza, ma colla leva CH, che corriſponde appunto al di lui centro di gravità, laonde per uguagliare queſte diverſe proporzioni prenderaſſi tra le due diverſe lunghezze CF, e CG la media proporzionale

nale CI, queſta ci darà la prefiſſa lunghezza del ſolido, che ſarà baſtevole per equilibrare la reſiſtenza della di lui baſe AC, lo che ſi è propoſto. Tav. 1. Fig. 3.

La verità di tal Propoſizione chiaramente dimoſtraſi pel ſuo converſo, ſtante che ſtabilita la lunghezza del ſolido CI equilibrata colla reſiſtenza della ſua baſe AC, dal qual ſolido volendone detroncare tal parte, acciò il reſtante poſſa ſopportare nella ſua eſtremità il peſo E, al quale avuto in primo luogo riguardo, taglieraſſi dal ſolido AI una porzione ad eſſo uguale in peſo, come abbiam fatto nell'aggiungerla, la qual fu DF, a cui faraſſi uguale IK, e reſterebbe il reſtante ſolido kA quello, che ſopportar dovrebbe nel ſuo eſtremo K il grave E, ma eſſendoſi fatta vedere diverſa l'azione d'un peſo coll'ajuto d'una leva dall'azione d'un altro uguale accompagnato da leva diverſa, ne viene, che alterata la proporzione a nulla ci ſerve l'operato, ſe non che per fondamento d'altra ragione, per lo che compenſare prenderaſſi tra le due lunghezze CK, CI la media proporzionale LM, e queſta traſferta da A in B, ci determinerà la giuſta lunghezza del ſolido, al di cui eſtremo appeſo il grave E, equilibreraſſi colla reſiſtenza della di lui baſe AC, e tale ritrovata lunghezza converrà appunto colla già determinata, pria che ſi allungaſſe il ſolido, che è quanto ſi ricercava.

Tav. 2. Fig. 4.

PROPOSIZIONE IV.

Dato un ſolido, o priſma equilibrato dal proprio peſo contro la ſua reſiſtenza, come ſe ne poſſa ritrovare un altro ſimile parimente proporzionato in reſiſtenza.

LA reſiſtenza nei ſolidi ad eſſere ſpezzati conſiſte nella maggiore, o minore quantità delle fibbre, o materiale, di cui vengon compoſti, a ſegno che niſſuno così fuor di mente ſarebbe in volermi contendere, che non faccia di meſtieri impiegar maggior forza nello ſpezzare un gran legno, che un minore, che maggiormente ſopporti un gran peſo un architrave grande, che un piccolo; e che finalmente con più fatica ſi tronchi un groſſo albero, che un arboſcello; per il che la natura iſteſſa nella formazione delle coſe addattoſſi alla proporzione, oſſervando sì negli animali, che nelle piante eſſere i grand'alberi ſopportati da un gran tronco, gli Elefanti muniti di gran piante, e per lo contrario i piccoli animaletti forniti di membrature proporzionate, volendo con queſto additarci nel primo apparire delle coſe agli ochi noſtri una vera idea di proporzione, quantunque eſſa foſſe in facoltà d'allontanarſi dalla proporzione ſuddetta ſenza diſcapito della reſiſtenza nelle coſe col formar certe parti di materia più ſolida, e per conſeguenza mantenere ugual forza sì nelle piante degli alberi, che degli animali, e degli uomini ſteſſi, dal quale argomento facilmente dedurraſſi tale conſeguen-

za,

za, cioè che data uguaglianza di materia ſieno le ſolidità più grandi maggiormente reſiſtenti delle più piccole, e come poi detti diſuguali ſolidi ritrovar ſi poſſano proporzionatamente riſpondenti dimoſtrerafſi in appreſſo. Tav. 4. Fig. 4.

Sia adunque il ſolido, o priſma di qualunque materia ABCD equilibrato dal proprio peſo verſo della ſua reſiſtenza, dico, che qualunque altro della ſteſſa materia, ed intieramente a queſto proporzionato, ſe ſarà di maggior diametro, ſofferrà in proporzione minor peſo, ovvero non ridur potraſſi a proporzionata lunghezza, e ſe pel contrario troveraſſi di minor diametro, ſi allungherà oltre la lunghezza preſiſſa dalla proporzione; dal che ſi deduce, che le ſolidità di qualunque genere ſimili, ed in tutte le ſue parti ugualmente riſpondenti quanto più ſaranno minori, tanto ſi troveranno più reſiſtenti, propoſizione in vero, che pare contraria a quanto poc'anzi dimoſtroſſi, trovandoſi altrettanto vera quanto l'antecedente, imperciocchè, ſiccome quella in aſtratto trovaſi veriſſima, queſta in riſtretto dimoſtrerafſi evidente.

Intendaſi adunque formare un ſolido ſimile al dato ABCD in tutte le ſue parti al primo proporzionato, dico, che trovandoſi della iſteſſa materia non ridurraſſi a proporzionata lunghezza ſenza ſpezzarſi, e ſe ad una tale lunghezza vorraſſi queſto produrre, ſarà neceſſaria coſa l'accreſcerlo di baſe.

Facciaſi il ſolido EFGH di baſe doppia alla baſe del primo, la quale trovandoſi eſpreſſa pel quadrato AI, ſarà per virtù *della Prop.* 47. *lib.* 1. *Elem.* il quadrato doppio, o ſia la doppia baſe eſpreſſa pel quadrato EK, il

di

Tav. 1. Fig. 4. di cui lato uguaglieraſſi alla diagonale AI del primo ſolido, il quale dovendo accreſcere in lunghezza doppia, la quale ſarà EG, non potraſſi ſoſtenere, ma il peſo proprio della ſteſſa ſolidità vincendo la baſe, coſtringerà il medeſimo a romperſi, la qual propoſizione ſarà facile dimoſtrarla inconteſtabile, qualora conſiderata la reſiſtenza d'un ſolido dalla maggiore, o minore moltiplicità delle fibbre, che lo compongono, verraſſi in cognizione eſſervi nel ſolido EH il doppio di dette fibbre, dal che ricavar potriaſi doppia la reſiſtenza, ma ſe per altra parte infigendo detti ſolidi nel muro, e facendo loro forza nelle eſtremità loro col volerli rompere per traverſo, ad altra cagione ancora farà di meſtieri raccorrere, per meglio inveſtigarne la reſiſtenza, che è quella, colla quale le lunghezze d'eſſi ſolidi ſtanno verſo delle baſi loro, per virtù della qual proporzione la lunghezza del ſolido conſiderata come una leva, agiſce verſo la ſua baſe come contraleva, d'onde chiaramente ſi ſcorge queſta non corriſpondere, che vale a dire le lunghezze verſo le baſi, imperciocchè laddove la lunghezza BD trovaſi quadrupla della groſſezza BA nel ſolido AD, non così pertanto la lunghezza FH ſta verſo della groſſezza FE nel ſolido EH, abbenchè la baſe di queſto troviſi doppia della baſe di quello, trovandoſi quivi la contralleva FE proporzionatamente minore della contralleva BA, per il che rimediare farà di meſtieri detroncare dal ſolido EH parte tale, che reſti il reſiduo della lunghezza in guiſa proporzionato verſo della contralleva FE, come la lunghezza BD del primo trovaſi verſo la ſua BA, la qual lunghezza eſtenderaſſi da F in L, il di cui peſo equilibreraſſi appunto

colla

colla reſiſtenza della baſe FE, ritrovandoſi ſempre proporzionata la reſiſtenza in quelle ſolidità, che ritengono i lati, o leve omologhe. Tav. 1. Fig. 4.

Se poi per altra parte foſſimo in neceſſità d'avere tutta la lungezza FH nel ſolido FG, allora abbiſognerebbe accreſcere in tal guiſa la di lui baſe EF, acciocchè foſſe abile a ſoſtener il peſo di detto ſolido in tale lunghezza, farà allora di meſtieri accreſcere la baſe del medeſimo in modo tale, che le leve reſtino ugualmente proporzionate in ambedue i ſolidi verſo le ſue lunghezze riſpettive, per il che dedotta tra le due baſi de' ſolidi AB, ed EF la terza proporzionale, queſta ſarà FO, ſino alla quale accreſciuta la baſe, o vogliam dir contralleva del ſolido, ſarà proporzionatamente reſiſtente il ſolido HO, di quello ſiaſi il ſolido AD, nè con queſta aggiunta di leva ſi troveremo in obbligo di far la baſe del priſma di figura quadrata, ma ſarà baſtevole, che ſia rettangola, uno dei cui lati ſia FO, e l'altro Fk, che in tal guiſa avrà ugual reſiſtenza, come ſe la di lui baſe foſſe di figura quadrata, lo che dimoſtreraſſi in appreſſo.

Che poi le baſi, e lunghezze dei tre ſolidi AD, EL, ed OH ſieno proporzionali, ed omologhe ſi dimoſtra, avvegnachè colla ſteſſa proporzione, colla quale la baſe AB riguardava la baſe EF, così feceſi per coſtruzione la baſe FE, ma a queſte due baſi trovoſſi la terza proporzionale FO, giuſta la quale fatta una ſimile figura, troveraſſi per virtù *della Prop.* 19. *lib.* 6. *Eucl.* in duplicata proporzione della prima figura AD, adunque l'altezza FO ſarà la ricercata per ſufficiente baſe del priſma OH.

Reſtaci

Tav. 1. Fig. 4. Reſtaci ſoltanto più a dimoſtrare, che la baſe rettangola KO del ſolido OH ritenga ugual reſiſtenza, come ſe foſſe di figura quadrata, giuſta il maggior lato FO, qualunque volta faſſegli forza per rompere detto ſolido di traverſo, coll'equilibrarle la di lei contralleva dal ſemplice peſo del ſolido ſuddetto, imperocchè dividaſi la di lei baſe FH in parti a piacere, come dall' eſempio ſi vede in tanti rettangoli, che paſſino per tutta la lunghezza del ſolido OH, nella ſteſſa guiſa appunto, che fanno i ſegatori, quando d'un trave ne ricavano varie tavole, è manifeſto, che trovandoſi tutto il ſolido in equilibrio nella ſovra dimoſtrata proporzione di lunghezza, ed altezza, nella ſteſſa guiſa lo ſaranno tutte le di lei parti uguali, qualunque volta troveraſſegli uguaglianza di proporzione, e diminuendo in ogni parte d' eſſo la larghezza, che gli ſerve di baſe, non alterando la contralleva, ſarà nel ſuo eſſere la proporzione in riguardo alla reſiſtenza, oſſervando, che ſiccome la reſiſtenza, che nella baſe conſiſte, viene equilibrata dal peſo dello ſteſſo ſolido, reſtringendolo di baſe, diminuiraſſi nella ſteſſa guiſa di forza, con toglierli di peſo, e pel contrario riducendolo di maggior baſe, creſcerà per conſeguenza il peſo anche nel ſolido in proporzione dell'aggiunta di baſe. Conchiudaſi pertanto, che in ſimili caſi non haſſi a mettere in conſiderazione la larghezza della baſe, ma bensì l' altezza d' un ſolido, colla quale faſſi la contralleva.

Lo ſteſſo effetto però non avviene, quando coll' ajuto d' un trave ſperiamo ſoſtener un gran peſo, che allora non venendo la reſiſtenza equilibrata dal

peſo

peſo dello ſteſſo ſolido, quanto maggiore ſarà di baſe, Tav. 1. tanto ſarà più reſiſtente, dal che ſi comprende, come Fig. 4. la diverſità degli effetti procedano da diverſe cagioni, come dimoſtreremo più oltre.

Ritornando per fine al noſtro propoſito dimoſtreremo, come ridotto un ſolido ſimile alla metà del primo potraſſi allungare più che ad uua ſuddupla lunghezza.

Eleggaſi adunque la baſe del priſma, che ſia ſuddupla di quella del priſma AD, come eſprimeſi nel quadrato MN, uguagliandoſi il lato di queſto alla mezza diagonale PA, eſſendoſi per tal motivo più oltre dimoſtrato il quadrato da tal lunghezza di lato prodotto uguagliarſi alla metà di quello, in cui ſi trovano le diagonali, come più avanti per maggiormente avvalorare la ragion di tal coſa ſi fece raccorſo *alla Prop.* 47. *lib.* 1. *Elem.*, ſtante qual coſa dico, che un priſma elevato ſu queſta baſe MN ridurraſſi ad una lunghezza più che ſuddupla della lunghezza BD, abbenchè le baſi ſienſi dimoſtrate ambedue in ragion ſuddupla una dell'altra, e che ne ſia il vero infiſſo un tal ſolido nel muro ad angoli retti, ed allonghiſi ſempre più fuori d'eſſo, ſarà infallibile, che ritrovandoſi d' ugual materia degli altri, allora ſarà per equilibrarſi il peſo d' eſſo ſolido colla reſiſtenza della di lei baſe, quando la contralleva del medeſimo troveraſſi nella ſteſsa proporzione colla leva, una delle quali intendeſi eſsere la baſe, e l'altra la lunghezza, come ſi trovano gli antecedenti due ſolidi poco fa dimoſtrati, per qual ragione ridotta la lunghezza MO verſo la MP alla ſteſsa proporzione, come la lunghezza

AC

Tav. 1. Fig. 4. AC verſo della AB reſterà in tal guiſa equilibrato, dal che oſservandoſi eſsere la contralleva MP nel ſolido PO più che ſuddupla della contralleva BA nel ſolido AB, ſarà per conſeguenza la lunghezza MO più che ſuddupla della lunghezza AC, come ſi era propoſto.

Ma ſe poi ſi cercaſse d'avere un ſolido, la di cui lunghezza foſse ſuddupla a quella del ſolido AD, e che giuſta la quale doveſsevi proporzionare la groſſezza, altro non faraſſi allora, che prendere tra le due diverſe baſi AB, MP la terza proporzionale PQ, queſta ci additerà la giuſta baſe, o vogliam dir lato d'eſsa, che richiedeaſi nel ſolido QR, come dalla figura ſi vede.

PROPOSIZIONE V.

Come ſi poſſa conoſcere la reſiſtenza in due priſmi, o ſolidi d'uguale lunghezza, ma di diverſa baſe.

Fig. 5. Sieno i due ſolidi AB, CD de'quali ſia uguale la lunghezza, ma l'altezze, o vogliam dir baſi loro ſieno diverſe, come ſi vede del ſolido AB eſſere la baſe AE, e nell'altro CD eſſere la baſe CF, e che queſta ſia in altezza ſeſquialtera a quella, conſervandoſi però ſempre uguali le larghezze, come ſi vedono non alterate FH, EG, dico, che la reſiſtenza del ſolido più alto CD creſcerà ſopra quella del ſolido AB più piccolo in doppia proporzione dell'eccesſo, col quale l'altezza della baſe CH ſupera l'altezza della GA, qualunque

que volta il ſolido CD ſarà infiſſo nel muro coll'altezza CH perpendicolare. Tav. 1. Fig. 5.

Suppoſti adunque i due ſolidi AB, CD d'uguale materia farommi a dimoſtrare *col Galileo alla Prop. 4. dial. 2.*, come debbano avere uguale reſiſtenza, ſe le groſſezze loro nella ſteſſa guiſa riſpondeſſero, avendo ivi il detto Autore dimoſtrato contenerſi la maggiore, o minore reſiſtenza in un ſolido dalla maggiore, o minore quantità delle fibbre, filamenti, o altro ligame, ed unione di materia, che tenga unito detto ſolido, nella ſteſſa guiſa appunto, che una fune, abbenchè venga formata da quantità di filamenti non eccedenti d'un braccio, niente di manco eſſendo queſti intrecciati, e ligati inſieme ſopportano gran peſi, nè qui evvi pur dubbio alcuno, che quanti più ſaranno i canapi, tanta ſarà maggiore la reſiſtenza della fune, così anche nei ſolidi, come che vengon compoſti di filamenti unite inſieme, tanto maggiore ſarà la reſiſtenza in eſſi, quanto che maggiore ſarà la loro baſe. Per il che dimoſtrare incomincieraſſi a conoſcere la reſiſtenza maſſima del ſolido AB per via d'un peſo applicatogli nel di lui eſtremo B, il qual ſarà $\sqsupset$ X, quindi del maggior ſolido CD troncatane una porzione uguale ad AB, la qual ſarà DI, dico, che giuſta le antecedenti premeſſe la reſiſtenza del ſolido ID, o piuttoſto della di lui baſe IH avendoſi a ſperimentare per mezzo d'un grave appeſo in D, il quale diraſſi K, avremo i due peſi K $\sqsupset$ X, ne qui crederei di dover incontrare oppoſizione alcuna, trovandoſi ambedue i ſolidi di materia, baſe, e lunghezza uguali.

Avanti

Tav. 1. Avanti però di più inoltrarsi fa di mestieri anteporre una piccola dichiarazione, che alcune volte potria destar qualche difficoltà nell'idea d'alcuno, e si è circa la resistenza de' solidi, che s'infiggono ne' muri, la quale proporzione il sovra menzionato *Galileo alla Prop.* 4. *del suo dial.* 2. ritrae dall'assoluta resistenza, che puonno avere i solidi nelle loro basi affermandogli in alto, e facendogli forza col tirarsi per dritto, e volendo questa ridurre al suo proposito aggiunge, che oltre della proporzione, che tra di loro possano ritenere due solidi, prodotta dalla maggiore, o minore grossezza delle lor basi siavene, un' altra qualunque volta volendogli rompere per traverso infissi in un muro ad angoli retti, e della lunghezza, che considera, la qual leva è del semidiametro della loro base considerato come contralleva in ragione, e prova del che adducendo, che siccome facendo forza ad un trave nel volerlo rompere per traverso, pria che formisi la rottura, le di lui parti superiori si estendono, e le inferiori si ristringono, e volendo di questi due contrarj effetti compensarne il valore, considera, come se tutti i filamenti sparsi per le superfizie delle basi si riducessero nei centri, volendo con questo spiegare, che se ad un trave, o legno nel tirarlo per dritto vi fanno di bisogno cento libbre di peso, per strapparlo, e che infisso per traverso nel muro sia la sua lunghezza quintupla della base, saranno allora bastevoli nel suo estremo libbre dieci di peso per rompere detto solido, essendovisi la stessa proporzione dal 10. al 100., come trovasi dalla lunghezza del prisma al suo semidiametro.

La

La qual propoſta non viene approvata dal Mariotto Tav. x. *nel ſuo Trattato del movimento dell' acque nel ſecondo Diſcorſo della Parte quinta*, ove appoggiato ſugli ſteſſi principj, che il legno, il ferro, ed altri corpi ſolidi abbiano certe fibbre, e parti ramoſe, intrecciate le une nell' altre, che non ſoffrano d'eſſere ſeparate, e diſgiunte, ſe non da una certa, e determinata forza, e che tutte inſieme formino la reſiſtenza, e ſodezza d'un corpo all' eſſer ſtrappato, tirandolo per lungo. Secondariamente ſuppone, che una trave di qualunque materia infiſſa in un muro, facendole forza nel ſuo eſtremo in volerlo rompere per traverſo, pria di cedere, debbanſi le une, cioè le ſuperiori parti d'eſſa trave eſtendere, e le altre all' oppoſto riſtringerſi, e rinſerrarſi ſino ad un certo ſegno, oltre del quale non poſſano più ſoſtenerſi, e ſieno in neceſſità di romperſi, e queſta tale eſtenſione, e riſtringimento oſſervare ſempre un'ordinata proporzione colla forza, in guiſa tale, che ſe un peſo di 500. libbre farà cedere, ed abbaſſare il trave di due once pria di romperſi, ſe ſarà ſoltanto di 250., cederà ſolamente un'oncia, e ſuſſeguentemente un altro di 125. lo farà cedere una mezz'oncia, in tal guiſa che a proporzione del peſo ſempre riſponderaſſi la curvatura del ſolido

Ciò ſuppoſto ſi conſideri la bilancia ACB appoggiata Fig. 6. ſul ſoſtegno C, nel di cui eſtremo B ſia applicato il peſo F, che s'equilibri colli tre peſi uguali GHI, con ciò che la diſtanza BC ſia verſo della diſtanza CE, come 12. a 1., CD ſia verſo BC il doppio di CE, cioè come 2. a 12., e finalmente la diſtanza CA ſia doppia di DC, come 4. a 12., talmente che ſe il peſo

Tav. 1. Fig. 6. G foſſe di libbre 12., trovandoſi la diſtanza AC ſub tripla della CB, il peſo F dovria ſoltanto eſſere di quattro libbre per ſoſtenerlo; così proſeguendo non ſarieno baſtevoli che due libbre in F per ſoſtenere il peſo H, e finalmente ritrovandoſi il peſo F una ſol libbra, potria con tutto ciò ſopportare il peſo I applicato in E, facendo quivi le funzioni del peſo la lunghezza della leva, aggiungaſi nell' eſtremo B un qualunque piccolo peſo, col mezzo del quale diaſi il movimento alli tre peſi IHG, ſi fa manifeſto, che quantunque diſugualmente ſi muovano, ciaſcuno avrà la ſua azione col valore aſſoluto di dodici libbre, avuto però riguardo alla diſtanza loro verſo del punto C. Non così pertanto ſarà per avvenire nella diſunione delle parti d' un ſolido, che tranſverſalmente ſi rompe, lo che in tal guiſa ſi dimoſtra.

Fig. 7. Conſiderato adunque un ſolido unito con un altro immobile, coll' ajuto delle tre piccole cordette uguali, ed ugualmente teſe, e forti DI, GL, HM in tal guiſa addattato, che la lunghezza FC, colla quale eſce fuori del ſolido immobile PAQC, ſia di dodici piedi, la lunghezza CA ſia di quattro piedi, la CE di due; e finalmente la CB d' un ſolo, ſuppoſto pur anche, che ciaſcuna di dette cordette pria di ſtrapparſi, debbanſi eſtendere un dito a cagione del peſo R ſoſtenuto in F, il quale ſupponeſi di libbre quattro, talmente che aggiunto un benchè menomo peſo ſi ſtrapperà, darà queſto luogo a concedere, che non più le libbre quattro, ma bensì la metà d' eſſe ſarà baſtevole per far eſtendere d' un dito la cordetta LG trovandoſi ſola, e ſolamente una ſola libbra, per ridurre allo ſteſſo

ſegno

ſegno la cordetta HM, ſervendoſi per punto d' appoggio del termine C. Ma avuto ora riguardo, che mentre la cordetta DI eſtendeſi un dito, la GL non ſi eſteſe che d' un mezzo dito, e per la ſteſſa ragione operando tutte inſieme per ottenere l'eſtenſione d' un mezzo dito nella cordelletta GL, non farà di meſtieri impiegar le due libbre di peſo, ma bensì una ſola, ottenendo con queſta quanto ci fa di biſogno, così per conſeguenza nella cordetta HM, che per farla diſtendere un dito eravi neceſſaria nel termine F una libbra di peſo, non eſtendendoſi che un quarto di dito, non ſaranno biſognevoli che once 3. per equilibrarſi con queſte eſtenſioni, dal che conoſceraſſi, che il peſo R di libbre 5. $\frac{1}{4}$ avrà forza tale, che coll' aggiunta d' un piccolo peſo coſtringerà la cordetta DI a ſtrapparſi, e quaſi nel medeſimo iſtante le altre due, eſſendo che queſte ſole molto meno reſiſtano, che ſe foſſero tutte e tre unitamente preſe. Tav. 1 Fig. 7.

Applicato adunque il diſcorſo al ſolido ABCD infiſſo tranſverſalmente nel muro EADO, la reſiſtenza maſſima del quale, che è quella, con cui ſi agiſce col tirarlo per dritto, tentando di ſtrapparlo, foſſe di 600. libbre, vuole, che dividendo la di lei baſe AD in tre parti uguali ne' punti G, ed H, e che trovandoſi la lunghezza CD verſo del terzo dell'altezza DH, come 60. a 1. ſia baſtevole per rompere la reſiſtenza della baſe AD lo applicare nell'oppoſto termine F un peſo di libbre dieci, quando giuſta il ſentimento del Galileo ve ne ſarieno biſognevoli libbre 15., *lo che prova lo ſteſſo Autore ſucceſſivamente nel ſuo Trat. a fol.* 356.

Tav. 2. Tra' quali due ſentimenti di sì gravi Autori non ſapendo quale ſia il più certo, trovandoſi, che la ſpecolativa non ſempre rieſce praticabile colle ſue dimoſtrazioni nelle coſe meccaniche, naſcendo alle volte da una non conoſciuta cagione diverſo effetto, ed eſſendo in queſte coſe piuttoſto ſcrupoloſo lo indagare le coſe con tal ſottigliezza, le quali però colla ragione ſi fanno chiare all'intelletto, ma l'effetto, che da un ſolido ne naſce, mai ſarà per avvenire ad un altro, abbenchè cagionato dagli ſteſſi mezzi.

Tralaſciate adunque queſte parti, in cui più, o meno ſi radunino le forze, o per meglio dir ſi proporzionino verſo la lunghezza d'un ſolido, ſeguiteremo giuſta il da noi principiato ordine, chiamando per aſſoluta la reſiſtenza d'un mobile, quando infiſſo ad angoli retti in un muro faſſegli forza per romperlo nel quadrato della ſua baſe, che allora ſaremo ſempre in dovere di conſiderare tutta la baſe per contralleva, in riguardo a tutta la lunghezza per leva.

Fig. 5. Ritornando di nuovo al primo propoſito, ed accreſciuta la baſe del ſolido da F in I ſino da F in C, tanto maggiore ſarà la reſiſtenza della baſe HC ſopra della baſe HI, come la lunghezza IH verſo della CH, avendo il ſolido CD per leva la linea HD, e per contralleva la linea CH. Tratta adunque la proporzione, colla quale la linea CI riguarda la IH, che vale a dire in proporzion ſuddupla, non v' ha dubbio alcuno, che la porzione del ſolido aggiunto CL ſia per ſopportare un peſo ſuddupplo al peſo K, che dimoſtraſſimo equilibrare in D la reſiſtenza del ſolido DI, e ſe il peſo ſuddupplo, che ſoſterrà la porzione del priſma CL nomineraſſi

meraſſi O, tutto il priſma CD unito inſieme ſoppor- Tav. 1.
terà un peſo ⊐ al peſo K † O, e queſto ſemplicemente Fig. 5.
per virtù della maggior contralleva. Ma ſe per altra parte avraſſi ancora riguardo, che nell' accreſcere di contralleva da I in C, ſi aumenta nello ſteſſo tempo la baſe, come pel rettangolo CN, contenendoſi in dett' aggiunta anche la metà di quelle fibbre, e filamenti, che ſi contengono nel quadrato IF, e per conſeguenza aver anche queſti la loro riſpettiva forza, ſul qual rifleſſo faraſſi luogo a conchiudere, che l'aggiunta del ſolido CL al ſolido ID creſce in doppia proporzione tanto per la contralleva, che per l'aggiunta di materia, ſicchè tutto il peſo, che dovrà equilibrarſi col ſolido CD ſarà ⊐ ad X † 2. O, ovvero a † 2. X, che è quello, che intendevaſi dimoſtrare.

Proſeguendo più oltre ancora, e riducendo la baſe del maggior ſolido CF di ſimile figura del primo EA, cioè in figura quadrata, come vedeſi eſpreſſo per la baſe CP, in proporzione del quale accreſcimento dovrà ſenza dubbio anche aumentarſi nel ſolido la reſiſtenza tanto in riguardo alla maggior groſſezza della baſe, come in rifleſſo all'effetto della leva, per il che oſſervata la proporzione, colla quale la porzione d' aggiunta FQ riguarda il reſtante ſolido FC, nella ſteſſa maniera, e non altrimenti dovrà corriſpondere il valor della reſiſtenza, trovandoſi ambedue queſti ſolidi ad eſercitare la ſua azione coll'ajuto della medeſima leva, ſicchè ſe prima il ſolido CF trovavaſi eſercitare il ſuo momento uguale alla forza di † 2. X, ora coll'aggiunta del ſolido FQ ſuddupio del primo, dovrà per conſeguenza la reſiſtenza in eſſo creſcere anche in proporzione ſuddupla di

Tav. 1. Fig. 5. quella, che riteneva il ſolido CF, talmente che ſe poco più avanti dimoſtroſſi uguale a † 2. X, ora coll'aggiunta della porzione FQ renderaſſi ugua'e a † 3. X, che è quanto biſognava dimoſtrare; dal che ſi vede, come la reſiſtenza ne' cilindri ſimili ad eſſer rotti creſca ſecondo due proporzioni, cioè ſecondo la maggior groſſezza delle baſi, e ſecondo la proporzione dei diametri, ſecondo quella delle baſi dovrà la reſiſtenza creſcere in duplicata proporzione, per eſſere figure ſimili, come *inſegna Euclide alla Prop.* 19. *lib.* 6. *Elem*; e giuſta quella dei diametri, che trovaſi ſuddupla a quella delle baſi, dal che ſi conchiude, che la proporzione delle reſiſtenze, che dalle due ſovra accennate proporzioni ricavaſi eſſere triplicata dei loro diametri, che è quanto intendeva anche il Galileo *nella Prop.* 4. *del dial.* 2., e perchè anche i cubi ſono in triplicata proporzione dei loro lati, *come per la Prop.* 9. *lib.* 11. *Eucl.*, poſſiamo ſimilmente conchiudere le reſiſtenze dei ſolidi ugualmente lunghi, e diſugualmente groſſi, eſſere come i cubi verſo dei loro diametri.

COROLLARIO.

DA quanto ſi è ſovra dimoſtrato ſi può anche dedurre eſſere le reſiſtenze dei ſolidi, o cilindri ugualmente lunghi in proporzione ſeſquialtera di quella delle loro baſi, lo che faſſi manifeſto, eſſendoſi poco fa dimoſtrato, che i ſolidi ſimili, ed ugualmente alti ritraggano vicendevolmente la loro proporzione dalle lor baſi, la quale feceſi vedere duplicata dei lati, o diametri d'eſſe baſi, e le reſiſtenze ſieno in triplicata proporzione

porzione dei medesimi lati, o diametri, ne verrà in conseguenza, che la proporzione delle resistenze sarà sesquialtera delle superfizie degli stessi solidi. Tav. 2.

PROPOSIZIONE VI.

Come riconoscer possasi la diversa resistenza di due solidi di diversa lunghezza, e grossezza.

Siano i due solidi AB, CD di diversa grossezza, e lunghezza, dico, che la resistenza del solido CD sopra quella del solido AB, ritiene proporzione composta del cubo del diametro AE, al cubo del diametro CF, e della proporzione della lunghezza FD alla lunghezza EB. Fig. 1.

Per ritrovare adunque tal proporzione troncherassi in primo luogo dal maggior solido CD una porzione tale, che il residuo s'uguagli alla lunghezza del primo EB, ed essendo ambedue i solidi di uguale lunghezza, conosceremo subito *per la Proposizione antecedente* essere la resistenza del solido CH in triplicata proporzione di quella del solido AB, la quale così si ritrova. Prendansi i due diametri AE, CF, ed a queste due linee trovisi la terza proporzionale I, e la quarta K, fassi manifesto, che la resistenza del solido CH, sarà verso quella del solido AB, come la quarta proporzionale K sta verso del diametro della prima AE, dovendosi in questo luogo intendere il significato di quel termine duplicato, triplicato &c. diverso da quello, che intendono gli Algebristi, i quali quando dicono duplicare una grandezza, vogliono che sia moltiplicata per se

Tav. 2. Fig. 1. ſteſſa, e triplicare anche s'intendono, che la ſteſſa grandezza ſia moltiplicata pel ſuo prodotto, e pel prodotto del prodotto, e così in infinito, per il che fanno una sì grande differenza tra il duplo, e duplicato, tra il triplo, e triplicato, ma ſe parleremo come la intende Euclide in queſto propoſito *alla Prop. 19. lib. 6.*, ove dimoſtra, che due figure qualunque volta hanno duplicata proporzione tra di loro, altro non è, che ſiavi una certa proporzione riſguardante dette due figure, nella ſteſſa guiſa come tra tre linee proporzionali la prima riguarda la terza, così trovandoſi replicata due volte la proporzione, argomentando in tal guiſa, cioè come ſta la prima verſo della ſeconda, prende queſto per primo termine, così la ſeconda alla terza, trovandoſi quivi replicata due volte la proporzione, così ſe la proporzione tra dette linee riguarderaſſi come la prima alla quarta, ſi dirà triplicata, e così in infinito, ma allungando ora il ſolido CH per la lunghezza HD, diminuirà allora nel ſolido CD la reſiſtenza, come ſi è dimoſtrato diſsopra, per creſcere in eſſo oltre della leva ſopra la contralleva anche il peſo dell'aggiunto ſolido, per il che ſi faranno, come la linea FD alla FH, così la linea K alla L, ed allora la reſiſtenza del ſolido AB ſarà verſo la reſiſtenza del ſolido CD, come il diametro AE verſo della linea L, dal che ſi può conchiudere, che la reſiſtenza dei ſolidi di diverſa lunghezza, e groſſezza ritengano in riguardo alle reſiſtenze loro proporzione compoſta dei cubi de' loro diametri, e delle loro lunghezze, che è quanto fu propoſto.

PRO-

PROPOSIZIONE VII.

Tav. 2. Fig. 2.

Come in due ſolidi ſimili, e di uguale materia poſſaſi proporzionare la reſiſtenza, che hanno verſo la loro baſe a motivo della maggiore, o minore lunghezza loro.

Sieno i due ſolidi ſimili AB, CD, dico, che i momenti riſultanti dalle gravità, e lunghezze loro ſcemeranno nel maggiore in proporzione ſeſquialtera dell'eccesſo della lunghezza dell'uno ſopra la lunghezza dell' altro . In prova del che facciaſi il ſolido CD di uguale lunghezza al ſolido AB , e ſia CE , avremo *per virtù della Prop. 5. di queſto* la reſiſtenza del ſolido CE ſopra la reſiſtenza del ſolido AB in triplicata proporzione del di lui lato CH ſopra del lato FA, e queſto a motivo che la contralleva CH ha maggior proporzione verſo della leva HE , di quella che abbia la contralleva FA verſo della ſua leva FB , ed anche a cagione, che la baſe HG trovaſi in duplicata proporzione della baſe FI, ma dovendo accreſcere la lunghezza del ſolido da E in D , non riſponderà certamente il momento d' eſſo alla maggior lunghezza , ma bensì in proporzione ſeſquialtera della lunghezza ED .

E che ne ſia il vero , l' aggiunta porzione di priſma EL fa ſcemare la reſiſtenza nella baſe CH in proporzione dell' aggiunta lunghezza, ma il peſo di tutto il priſma EL , che trovaſi a far forza colla lunghezza EM , che corriſponde appunto al di lui centro di gravità,

Tav. 2. vità, eſtinguerà anche nella ſteſſa proporzione la reſi-
Fig. 2. ſtenza, ſicchè per ritrovarne il momento del ſolido CD verſo del ſolido CE, farà di meſtieri trasferire la lunghezza DM da D in N, quindi come la lunghezza HN ſta verſo della HE, così ſarà la reſiſtenza del ſolido CD verſo del CE in proporzione contraria, in tal guiſa che ſcemerà ſecondo la proporzione ſeſquialtera della lunghezza ED, e ſe la reſiſtenza del ſolido CE verſo del ſolido AB ſta come la linea AF verſo della O, in queſto caſo poi allungando il ſolido ſino in D, ridurraſſi la reſiſtenza come la linea P, che ſcemerà in proporzione ſeſquialtera dell'aggiunta ED, come ſi era propoſto.

PROPOSIZIONE VIII.

Come conoſcer poſſaſi la reſiſtenza d'un ſolido appoggiato ſulla ſua metà, applicandogli le forze nelli di lui eſtremi.

Fig. 3. DOpo d'aver fin qui conſiderati i momenti, e le reſiſtenze dei ſolidi, allora quando infiſſi in un muro per uno de'loro eſtremi, e nell'altro ſi applica la forza d'un peſo premente, o ſia conſiderandolo ſolo, ovvero congiunto colla gravità del medeſimo ſolido, oppure quando la gravità iſteſſa del ſolido fa tutta l'azione della forza per ſuperare la reſiſtenza della ſua baſe, dopo del che ſiamo in dovere di diſcorrere alquanto dei medeſimi priſmi, e cilindri ſolidi, qualora ſi appoggiaſſero ſu un ſol punto tra le eſtremità preſo, come avviene nel far qualche leva, ovvero quando

quando foſſero appoggiati, e ſoſtenuti da ambe le parti, per il che farommi a provare, che qualunque volta un ſolido, che gravato dal proprio peſo, trovandoſi infiſſo in un muro ad angoli retti, che vale a dire ridotto alla lunghezza maſſima, oltre la quale ſi romperebbe queſto tale cilindro, dico, o vogliamlo ſoſtenuto nel mezzo da un ſol ſoſtegno, come vedeſi in ABC, ovvero nelle due eſtremità, come DEF, potrà allungarſi il doppio, prima che in eſſo formiſi la rottura, lo che per ſe ſteſſo è aſſai manifeſto, perchè ſe intenderemo la metà del ſolido ABC eſſere la ſomma lunghezza valevole a ſoſtenerſi, ſtando fiſſa nel termine B; nella ſteſſa guiſa ſi ſoſterrà, ſe poſata ſopra il ſoſtegno G ſarà equilibrata dall' altra ſua metà BC, ritrovandoſi in tal guiſa indifferente tra il ſoſtenerſi, ed il romperſi, ritrovandoſi in quel caſo ugual forza, e reſiſtenza, come ſe per un eſtremo foſſe infiſſo nel muro, e per l'altro foſſe applicata la forza. Lo ſteſſo parimente avverrà nel ſolido DEF uguale al primo ABC, qualora appoggiandolo ſui due ſoſtegni HI poſti alle eſtremità d'eſſo, e facendogli forza nel mezzo, non eſſendovi dubbio alcuno, che quella forza, che nel primo ripartita in AC ſarà baſtevole a formare la rottura in B, unita in un ſol punto E cagionerà lo ſteſſo effetto, eſſendo sì nell'uno, che nell'altro uguale la reſiſtenza, verſo la quale applicandoſegli ugual forza coll' ajuto d'uguali leve dovraſſi formar la rottura.

Tav. e. Fig. e.

PRO-

Tav. 2. Fig. 3.

PROPOSIZIONE IX.

Come cresca la resistenza in un solido situato obbliquamente.

SIA il solido ABC obbliquamente collocato sui due sostegni DE, e che tal solido sia di diametro, lunghezza, e resistenza uguale ai due preaccennati, in guisa tale, che se fosse posto in piano per ogni menomo impeto si romperebbe, dico, che messo obbliquamente sotto qualunque inclinazione crescerà in tal solido la resistenza, nella stessa maniera che cresce la lunghezza d'esso su dell'orizzontale DF.

Costituiscasi adunque in tal positura il solido sui sostegni DE, ed il peso H esprima la forza, colla quale tirando perpendicolarmente pretendasi di formare in esso la rottura, è manifesto, che la forza incontrandosi obbliquamente colle fibbre del solido, non ha verso di quella la medesima azione, che avrebbe, allora quando tirasse ad angoli retti, e questa tale azione scemerà appunto nella stessa guisa, come scemano le leve, avvegnachè riducendosi tutta la lunghezza DE in DF, nella stessa maniera scemerà la leva, secondo la quale in proporzione contraria crescerà la resistenza sopra la forza; per il che se si farà come la lunghezza DF alla DE, così il peso H ad un altro proporzionale I, questo sarà quello, che applicato al mezzo del solido AC equilibrerà la di lui resistenza, stando nell' inclinazione DE, come aveasi a dimostrare

OSSER-

OSSERVAZIONE.

Tav. 2. Fig. 3.

QUello poi, che ſu queſto fatto ricerca più ſottile ſpecolazione, ſi è il ritrovare ſu quale dei due ſoſtegni maggiormente graviti il ſolido AC, ſtando ſull' inclinazione DE, circa del che dico, che inclinando in qualunque modo il ſolido AC, la metà d'eſſo graviterà ſempre ſul ſoſtegno D, ed il maggiore, o minor peſo, che ſe gli può aggiungere a motivo dell' inclinazione, che può avere più, o meno detto ſolido, toglieſi ſempre dalla reſtante porzione, giuſta la quale ſcema poi il peſo nel punto, o ſoſtegno E. E che ne ſia il vero, ſe laſcieraſſi detto ſolido orizzontale ſui proprj ſoſtegni, faſſi allora manifeſto, che tutto il peſo ripartiraſſi ugualmente ſu ciaſcuno d'eſſi, e nella ſteſſa guiſa, ſe ſul medeſimo ſolido maggiormente s' accreſceſſe di peſo, colla ſteſſa proporzione dividerebbeſi ſu ciaſcuno de' ſuoi ſoſtegni ugualmente, ma ſe rimoſſo dall' orizzontale, e coſtituito ſull'inclinata DE, dovraſſi ſenza conteſa ammettere, che oltre della metà del ſolido AB, che aſſolutamente preme ſul punto D, ſiavi ancora parte dell' altra metà d'eſſo ſolido BE, che accreſcaſi al peſo ſul ſoſtegno D, e per conſeguenza ſcemi verſo dell' altro E, giuſta la proporzione delle lunghezze contrariamente applicate, per il che ſe di tutto il peſo, che in ſe ritiene la metà del ſolido AC, ſe ne faranno parti proporzionate, una alla lunghezza DE, l' altra alla DF, la prima creſcerà ſul punto D il peſo, e la ſeconda dimoſtrerà il valor d' eſſo peſo ſul punto E, ma per

meglio

Tav. 2. Fig. 3. meglio dichiararsi, se si farà come la lunghezza DF alla DE, così la lunghezza DG alla DH, verrassi in cognizione, che di tutto il solido AC la porzione AH gravita sul punto D, e l'altra HC preme sul punto E, come per se è manifesto.

Aggiungasi ancora, che se su detto solido s'andasse sempre più aggiungendo maggiore, e maggior peso, sempre questo dividerebbesi nella stessa proporzione sì su l'uno, che sull'altro sostegno, dal che si può benissimo conoscere di quanto s'allontanino dalla sodezza coloro, che nel fare i coperti mettono le travature in tal guisa inclinate da un muro all'altro, senza intestarle in altri travi orizzontalmente collocati, osservando benissimo da questa Proposizione di quanto più resti gravato un muro, che un altro, oltre del che congiunto col maggior peso evvi poi ancora un altro riflesso, che è quello della spinta, come dimostrossi nelle prime Proposizioni della seconda Parte, il che tutto sempre fassi a pregiudizio per lo più delle muraglie di facciata, nelle quali quanto più si è possibile devesi conservare la resistenza.

PRO-

PROPOSIZIONE X.

Tav. 2. Fig 4.

Dato un ſolido infeſſo ad angoli retti per le ſue eſtremità in due muri, ſopra del quale debbaſi aggiungere più, e più peſo, non però nel mezzo di eſſo, ma bensì più vicino ad un muro, che all'altro, ſiamo per ricercare ſu quale di queſti due muri maggiormente ſoſtengaſi il peſo ſovrappoſto.

SIA il ſolido AB aſſodato nei due muri di fianco AC BD, dico, che ſe ſul medeſimo ſarà diſtribuito ugualmente un peſo, come ſaria quello d'un ſolaro, o altro ſimile, queſto ripartiraſſi ugualmente ſu ciaſcuno de' pilaſtri AC, BD, accadendo quivi lo ſteſſo effetto, come ſe dalla di lui metà foſſe appeſo un grave, come dimoſtroſſi nella Propoſizione ottava, ma ſe tutto il peſo in vece d'appoggiarſi in E ſi collocaſſe in F, allora non più divideriaſi l' azione di detto peſo ugualmente ſui due ſoſtegni, ma tanto più caricherebbe il muro AC, quanto meno ſentirebbe di peſo il muro BD. Lo che ſi dimoſtra così; il peſo, che coſtituito in E ripartivaſi poc'anzi ugualmente ſui due muri, non ſi ſuppone alterato col ſolo traſportarlo da E in F, onde eſſendo tale non avrà maggiore la ſua azione in riguardo al peſo, talmente che debba maggiormente opprimere il ſolido AB, ſarà ſoltanto alterata la di lui azione in riguardo ai pilaſtri, verſo de' quali quanto più s'approſſima il peſo, tanto più s'accreſce la preſſione, e queſta ſempre in proporzione delle leve contrariamente preſe, che vale a dire, che come ſta la linea

FB

Tav. 2. Fig. 4. FB verſo la BE, così ſarà tutto il peſo verſo del muro AC, ed all' oppoſto come la lunghezza FC verſo la CE, così ſarà del reſtante peſo verſo del muro BD, ſicchè la diviſione dei peſi faraſſi ſempre in proporzione delle leve contrariamente preſe, nella ſteſſa guiſa che accade nelle bilance di braccia diſuguali, e ſe di bel nuovo dalla parte oppoſta vi ſi aggiungeſſe un altro peſo non uguale al peſo di F, ma per eſempio ſudduplo, non oſtante che reſti ſempre l'altro peſo in F, allora qualunque fiaſi la gravità poſta in G incominciaraſſi a ſupporre collocata nel punto E, ſul quale ugualmente divideſi nei ſoſtegni AC, BD, quindi facendo come la lunghezza CG verſo la CE, così il peſo G graviterà ſul muro BD, e per l'oppoſto, come la lunghezza GB alla BE, così il reſiduo dell'aſſoluto peſo graviterà ſul muro AC, dal che ſi può conchiudere, che qualunque volta due, o più gravità diverſe s'appoggiano ſopra d'un trave, o altro ſolido in punti non regolati, divideraſſi allora il peſo ſopra ciaſcuno de' pilaſtri in proporzione compoſta delle diverſe lunghezze verſo della metà del ſolido, e dei peſi contrariamente preſi.

PRO-

PROPOSIZIONE XI.

Tav. 2. Fig. 5.

Di quanto peſo ſiavi di biſogno per rompere un ſolido, la di cui reſiſtenza ſiaci conoſciuta, applicandovi un peſo ſul mezzo, qualunque volta tolto il peſo dal mezzo ſi colloca ſopra altro punto in eſſo ſolido a piacimento.

NEll' antecedente Propoſizione ſi è dimoſtrato, come un peſo rimoſſo dal mezzo d' un ſolido, ed approſſimato più ad una eſtremità, che ad un'altra, maggiormente carichi il ſoſtegno più proſſimo, che l'altro più rimoto; ora ſiamo per riconoſcere di qual maggior reſiſtenza ſia per eſſere il medeſimo ſolido equilibrato ſul ſuo mezzo verſo della propria reſiſtenza, ſe lo ſteſſo peſo rimoto dal ſuo ſito ſi traſportaſſe in qualunque altro punto. Per il che ſi conſideri in primo luogo il ſolido AB, CD con un peſo poſto in E, che equilibri la di lui reſiſtenza, in cui ritrovandoſi le lunghezze EA, EC eguali, troviſi il peſo diviſo ugualmente ſulle eſtremità, o vogliam dir ſoſtegni BD, e queſta è la reſiſtenza minima, che trovar poſſaſi in un ſolido, come abbiamo ſinora veduto; ma ſe pel contrario faraſſi oſſervazione nell' altro ſolido, tolto il peſo dal mezzo E, e trasferto in H non ſolo premerà più verſo del punto F, come dimoſtroſſi qui ſopra, giuſta la proporzione della linea AE alla FH, ma quel che di più reſta chiaro è, che la baſe del ſolido FI tanto più diverrà reſiſtente ſopra la baſe dell'altro AB, quanto che la lunghezza FH ſarà minore della

Tav. 2. Fig. 5. lunghezza AE, giusta la qual proporzione dovriasi accrescere il peso H.

Nè qui vale a dire, che possansi compensare le distanze, essendo che la lunghezza HG cresce sopra la CE nella stessa proporzione, colla quale scema l'altra FH, pel qual motivo potrebbesi addurre, che quella maggior resistenza, che nella base FI ritrovasi, debba essere bisognevole per soccorrere la base GK, la quale avendo maggior contralleva, dovrebbe per conseguenza romperssi, al che si risponde, che questo saria per avvenire, allora quando il solido FK fosse separato nel punto H, e che infissi i due pezzi HK, HI in due muri, e che nell' estremità d' ognuno d' essi fosse applicata la metà del peso posto in E, perchè allora il peso non resta alterato, solamente cresce la di lui azione in riguardo alla maggior leva, colla quale la lunghezza HG cresce sopra la EC, ma quivi per l' opposto in proporzione della lunghezza GH scema il peso di premere sulla base GK, talmente che essa base non soffre altra violenza dalla trasmutazione del peso, di quella, che sentirebbe, se il peso fossesi lasciato nel mezzo, ed abbenchè eserciti la sua azione colla leva HG, ciò nulla ostante non sarà per crescere di valore, essendosi fatto vedere qui sopra, che nella medesima proporzione della lunghezza scemava il peso dal sostegno k, e cresceva in I, dal che si puol conchiudere, come il peso H possasi sempre accrescere, giusta la diminuzione della lunghezza FH verso della AE, la quale si può scemare in infinito, nulla contando il maggior accrescimento di leva, che fassi per la lunghezza HG verso della FH, essendosi fatto vedere,

che

che quanto più s'allunga, tanto più ſi ſcarica. Sicchè la reſiſtenza nella baſe FI dovrà creſcere ſopra la baſe AB in proporzione della lunghezza FH verſo la baſe AE contrariamente preſe. Tav. 2. Fig. 5.

Conoſciute tutte le forze, che poſſano avere varj ſolidi contro il loro ſpezzarſi, i quali ora dipendono dalla maggiore, o minore groſſezza, ora anche dalla maggiore, o minore leva ſotto varie inclinazioni, adeſſo poi conviene, che s'oſſervi con qual proporzione creſcer poſſa la reſiſtenza in un ſolido dal tirarlo per dritto con volerlo ſtrappare verſo dell'aſſoluta, e maſſima reſiſtenza, che ha in ſe il medeſimo, qualora faſſegli forza nel volerlo rompere per traverſo, la qual proporzione ſecondo il Galileo nel ſuo dialogo della giornata ſeconda, vuole, che creſca ſopra la reſiſtenza maſſima dell'eſſer rotto circa 60. per cento, adducendo ivi le ſue ragioni, e ſecondo un altro Autore Franzeſe di credito, detto il Mariotti deve creſcere 75; ma qualunque ſiaſi tale maggior reſiſtenza, queſto non è di neceſſità tanta nel noſtro propoſito, che ſiamo in dovere di ſpecolarne la ſottigliezza, baſtandoci il ſapere eſſere la reſiſtenza di un ſolido all'eſſer ſtrappato, tirandolo per dritto, eceſſiva in riguardo a quella dell' eſſere ſpezzato per traverſo, per potere ſecondo ambedue queſte cognizioni dimoſtrare, come poſſaſi di queſte forze farne compoſti tali, che tra di loro s'eſtinguano, e portino grandiſſime utilità in tutti gli edifizj, ed altre coſe neceſſarie all'uſo umano.

Il maggior uſo, che facciaſi de' travi in un edifizio ſi è a riguardo della coſtruzione dei coperti, attorno ai quali maſſimo deve eſſere lo ſtudio di un Architetto,

Tav. 2. Fig. 6. e diligenza del meccanico nella coſtruzione, affinchè oltre del renderli abili a ſopportare il proprio peſo delle tegole, poſſano altresì reſiſtere all'invernate, quando i coperti ſi caricano di nevi, ſenza che il peſo poſſa pregiudicare ai muri, che le ſopportano, anzi che, come dimoſtroſſi *nella ſeconda Parte di queſto alla Prop* 1., quando trovanſi in buona forma coſtrutti accreſcono nel muro medeſimo la reſiſtenza; prima però di dimoſtrarne la formazione, fa di meſtiere anteporre la regola per darli l'alzata, come uſaſi comunemente qui in Italia, che viene rapportata dal *Serlio al lib.* 4. *fol.* 23. per regola de' Fronteſpizj, quale ſi è nel modo ſeguente: avuta la larghezza del ſito, nel quale intendeſi di fare il coperto, il qual ſia AB, ſi dividerà per metà nel punto C, dal quale dedurraſſi una perpendicolare producendola da una parte, e dall'altra in E, e D, quindi preſa la lunghezza CB, ovvero CA, quella ſi trasferirà da C in D, dappoi fatto centro in queſto punto D s'aprirà il compaſſo ſino in A, ovvero in B, e traſporteraſſi queſta miſura da D in E, dal qual punto ſi condurranno due rette linee ai termini AB, le quali ci daranno l'altezza del coperto CE.

Fig. 7. Eletto ora il ſito, che debbaſi coprire, contenuto tra le due muraglie AB, CD, condurraſſi in primo luogo una linea orizzontale, che unifca i due termini, o vogliam dire le altezze del muro AC, la quale dovraſſi produrre oltre dei detti muri da A in E, e da C in F, e queſto a motivo di poter allungar il coperto fuori delle muraglie, allontanando da eſſe quanto più ſia poſſibile l'acqua, ovvero per potere anche coprire la cornice. Ridotta adunque tutta la lunghezza della linea

AC

AC in EF, troveraſſi l'altezza d'eſſo coperto per la regola poco fa addotta, la qual ſarà GH, unendo col punto H le due eſtremità EF colle linee EH, HF, dopo di queſto s'eleggerà la groſſezza delle travature, colle quali intendeſi di fare il telaro, che ha da ſopportare le tegole, il quale ſarà HI, dal detto punto I potranſi condurre due linee paralelle, una alla HE, l'altra alla HF, come ſono le due IK, IL, alle quali ſi potranno condurre due altre paralelle a piacimento, che eſprimano la groſſezza del trave IK, il quale appoggiandoſi ſul muro AE, potrebbe unirſi in angolo coll'altro oppoſto IL, ma perchè allora tutto il peſo del coperto appoggiandoſi ai due travi ſuddetti IK, IL, eſſendo queſti inclinati, l'azione del peſo ridurrebbeſi parte anche in iſpinta ſecondo la proporzione del di lui angolo d'inclinazione verſo dell'angolo retto, come dimoſtroſſi *alla Prop.* 37. *della Parte prima di queſto*, oltre al che trovandoſi ai detti due travi nelle eſtremità loro KL poco incontro di muro, creſcerebbe allora il pericolo di rovina, quando ſi caricaſſe di neve il coperto, perchè allora maggiore trovandoſi il peſo, quel poco di muro KM ſarebbe inabile a ſopportarlo. Lo che ſenza dubbio non ſarà per arrivare, ſe in primo luogo ſulle eſtremità della muraglia ſi metterà un trave in piano KL, nel quale s'inteſteranno i due travi inclinati KI, KL, come dalla figura ſi vede, quello farà, che tutta la ſpinta eſtingueraſſi nelle teſtate del trave KL, e ridurraſſi tutta l'azione del coperto al ſemplice peſo, il quale accreſcendo la reſiſtenza nel muro, gli ſervirà altresì di chiave per contenerlo, e ſe alle volte foſſevi qualche dubbio, che il trave KI nell'appuntarſi alla teſtata dell' Tav. 2. Fig. 7.

Tav. 2. Fig. 7. altro KL faceſſe ſpiccare da eſſo quella parte, che lo contiene, potrebbeſi in quel caſo cautelare con una, o più laſtre di ferro, che abbracciandogli ambedue gli aſſicuraſſero da tal pericolo, lo che ſi vede nella figura praticato.

Evvi finalmente un' altra coſa, contro della quale conviene munirſi, ed è, che il peſo del trave KL coll' andar del tempo potrebbe da ſe ſteſſo gravato, avvallarſi alquanto nel mezzo, e per conſeguenza rimoverſi nelle eſtremità, e ſconvolgere in parte il reſtante coperto. Ma ſe nella congiunzione dei due travi KI, IL s'inteſterà un altro trave, che ſtarà perpendicolare IO, il quale non arrivi a toccare l'altro KL, ma però ad eſſo reſti ligato con una laſtra di ferro OG, la quale oltre di affermare il trave IO, che non ſi poſſa da tal ſito rimovere, ſervirà pur anche in caſo, che il trave KL foſſe per abbaſſarſi, a ſoſtenerlo nella ſteſſa poſizione, come ſi vede nella figura.

Dopo di queſta vedeſi l'altra figura, che rappreſenta un pezzo di coperto armato colle principali travature, acciò poſſanſene intendere le diſpoſizioni di tutte le coſe.

Fig. 8. Per aſſicurare ancora maggiormente l'armatura di un coperto, qualora trovaſi di una lunga diſteſa, affinchè le travature oppreſſe dal peſo non cedano, come nell'eſempio del coperto ABC, ove i due travi AB, BC potrieno per un gran peſo avvallarſi, per il che dovraſſegli appuntare un ſoſtegno, che incontriſi nel mezzo della travatura ſuddetta, o ivi poco diſtante, il qual ſoſtegno dovraſſi ſempre procurare di metterlo in guiſa tale, che non carichi il trave AC, come più ſoggetto

ad

ad eſſer rotto, avendo maggiore degli altri la diſteſa, ma bensì dovrannoſi inteſtare nel punto D del Bolzone, e nei termini EF delle travature, ſtando adunque in tal guiſa un' armatura, e facendo il caſo, che il trave BC foſſe per romperſi, venendo incontrato nel punto F dal ſoſtegno FD, non potrà mancare, ſe prima non farà rialzare il trave AB nel punto E, ma eſſendo impoſſibile, che un peſo poſto in F, o ſia del coperto, o ſia d'aggiunto ſtraordinario, come accade in tempo d'inverno, quando vi cade gran copia di nevi, poſſa oltre del vincere la reſiſtenza del ſolido BC, ancora ſollevare tutto il peſo, che ſu del trave AB reſta appoggiato, reſta perciò fuor di dubbio, che ſia un tal coperto per mancare, abbenchè ſia eccelſivo il peſo, che poſſaſegli applicare, ſe nelle due teſtate AC ſtarà fiſſo, per maggior cautela del che potrannoſi ancora ligare inſieme le teſtate dei travi colle laſtre di ferro nella precedente figura enunciate. Tav. 2. Fig. 8.

INDICE

De' nomi, e cognizione de' taglj per la formazione dell' armatura.

AC, Trave detto Somero, che poneſi orizzontale, acciocchè graviti ugualmente ſui muri, nel quale ſi fanno gli incaſtri GH per inteſtarli i due rampanti HB BG.

KI, Trave detto rampante con i ſuoi taglj, cioè I rappreſenta il taglio, che s' inveſte nel ſito G del

Tav. 2. Fig. 8. ſomero, e col taglio K, che s'inveſte parimente nel punto L del Bolzone.

MN, Bolzone coll'incaſtro M, nel quale deve infiggerſi il taglio K, e coll'incaſtro N, nel quale deve infiggerſi la ſaetta DF.

OP, Saetta col taglio O per infiggerſi nell'incaſtro N, e col taglio P per infiggerſi nell'incaſtro Q del rampante KI.

Tav. 3. Fig. 1. Avviene il più delle volte ne' grandi edifizj o di Chieſe, o di Palagj, ove intervengono ben lunghe diſtanze, che le travature ritrovanſi corte, maſſime qualora vengono collocate ſopra le volte, e che non ſi deve alle medeſime appoggiarſi per ſoſtentare il coperto, conviene allora unirne più aſſieme, affinchè poſſano arrivare da un' eſtremità all'altra, lo che ſi deve fare non ſenza mediocre ſtudio, e con ſomma diligenza nella coſtruzione. Scelti adunque due travi ben ſodi, e ſecchi, come CB, DA, quelli s'inteſteranno gli uni negli altri a denti di ſega, come vedeſi nello ſpazio contenuto tra CD, commettendogli uno all' oppoſto dell'altro, e queſto ſi è a motivo, che ſoffrendo i due travi la maggior forza loro nell'eſſer ſtrappati, non poſſano per tal cagione diſunirſi, e diſgiungerſi. Per andar poi ancora all'incontro, che detti taglj, o incaſtri dovendo ſoffrire una gran forza non ſi ſpiccaſſero, ſarà biſognevole farvi due taglj al contrario, li quali ſono i due CD, in guiſa tale, che ſe il trave CB nello ſteſſo tempo, che foſſe per far ſpiccare dall'altro AD la porzione DC, la ſoſterrebbe coll' incontro del taglio D.

Nè

Nè queſto ſolo ſaria baſtevole per fare, che i due travi in tal guiſa congiunti foſſero per reſiſtere a ſoſtenere il coperto, non però a riguardo che poteſſeſi uno dall'altro diſgiungere, ma a motivo che il peſo ſolo dei due travi potrebbeli far avvallare, e cagionare qualche alterazione, lo che per certo non ſarà per avvenire, ſe oltre del taglio CD ſe gli aggiungerà per ſoſtegno l'altro trave EF ligato ſul mezzo dei due primi colle laſtre, o faſcie di ferro nelle eſtremità, e coi chiodi nel mezzo, che in tal guiſa, oltre d'impedire l'avvallazione dei due travi, renderà altresì l'armatura più forte. Tav. 3. Fig. 1.

Fatto queſto dovraſſi fare la figura del fronteſpizio, come abbiamo per lo paſſato eſpoſta ABI, quindi ſi diſporranno in diſtanze al biſogno tre Bolzoni IkL, e ſi incomincieranno ad inteſtare a coda di rondine nei due travi IL, LB, attaccando a detti Bolzoni l'armatura diſsotto colle laſtre di ferro, che ſi vedono nella figura, le quali oltre di tenere incatenata l'armatura, farà sì, che gli ſteſſi Bolzoni meglio ſi ſoſterranno, e ſe meglio ſi vorranno contraſtare le forze, ſi potranno mettere due altri incontri ML, MK, che s'appoggino nel punto M del Bolzone MI, i quali incontrandoſi nelle teſtate KL, formeranno due altri fronteſpizj, che ſerviranno a maggiormente incontrare il Bolzone L, il qual fuor di dubbio non ſarà per cedere, non potendo il punto M rimoverſi, ſe prima non s'abbaſſerà il punto I, ed il punto I ſempre ſi manterrà a ſuo luogo, qualunque volta le di lui baſi KL ſtaranno fiſſe, e queſte parimente reſiſteranno a qualunque forza, ſe nella teſtata del trave B ſarà aſſicurato l'incontro,

Tav. 3. Fig. 1. contro, che per maggior cautela ſi potrà inveſtire con alcune laſtre di ferro, come ſi vedono nella figura, dal che ſi può conchiudere, che un'armatura in queſta guiſa incontrata ſarà per ſoſtenere qualunque peſo, ſe nella coſtruzione ſi avranno i dovuti riguardi qui avanti accennati.

In altra guiſa ancora ſi può formare un armatura d'un coperto in una lunga diſteſa, e ſi farà armando Fig. 2. primieramente il ſomero nel modo poc'anzi deſcritto, tagliandoli le inveſtiture a denti di ſega, e ligandoli con un altro, che abbracciandogli tutti due formi quaſi come un ſolo trave, nelle di cui teſtate AB ſi faranno gli incaſtri per impoſtarvi i travi del fronteſpizio, i quali per trovarſi di eccelliva lunghezza, non potrieno aver quella forza, che a ſoſtener il peſo da ſovrapporſegli ſaria biſognevole, pel cui effetto ſaremo in dovere di metterli in più porzioni diviſi. Fattene adunque di tutta la lunghezza AB tre parti o uguali, o diſuguali, ſe gli applicheranno ſul mezzo i due Bolzoni CD, nelle teſtate de' quali vi ſi commetteranno i due travi AC, BD, che formeranno parte del fronteſpizio, acciocchè poi detti Bolzoni non ſolo poſſanſi in tal guiſa ſoſtenere, ma pur anche affine che ad eſſi poſſaſi ligare il ſomero, ſe gli commetterà nelle teſtate un trave orizzontalmente collocato CD, in guiſa che i tre travi AC, CD, DB formeranno un arco, al quale verrà attaccato il ſomero, come ſi è detto diſopra, e queſto ſarà di ſtruttura fortiſſima, eſſendo che mai non potrà sì il trave CD, che i due Bolzoni abbaſſarſi, ſe non ſi ſforzeranno li due incaſtri nelle teſtate AB del ſomero, del che per aſſicurarſene ſi ligheranno

con

con alcune laſtre di ferro, come dalla figura ſi vede; Tav. 5. per compire poi il fronteſpizio ſino in E, s'inteſteranno Fig. 2. al modo ordinario due travi rampanti nelle teſtate CD, in mezzo a' quali vi ſi applicherà il Bolzone E, al quale potraſſi ligare il trave orizzontale CD, come vedeſi nella figura eſpreſſo.

Alcune volte ancora può arrivare d'aver da mettere Fig. 6. un coperto in qualche luogo, ſotto del quale ſiavi qualche volto, in guiſa che nei fianchi ſi poſſano appoggiare due ſaette, come nella preſente figura le due AB, CD, dalle quali maſſimo ſe ne ricava il vantaggio. Suppoſto adunque tal ſito colla diſteſa EF ſaremo in dovere di unire due travi inſieme per teſta, come praticoſſi ſinora, dappoi in vece di ligarli con un terzo trave ai primi due ſovrappoſto, queſto potraſſi mettere al diſsotto, come vedeſi BC, le di cui eſtremità CB, o vogliam dir taglj, ſi faranno obbliquamente ai lati del medeſimo, dandogli la figura di un cuneo tronco, e queſto a motivo, che incontrandoſi nelle teſtate delle due ſaette AB, CD, più ſodamente s'incontrino, e formino quaſi come un arco, ciò nulla oſtante non laſcieraſſi di ligare detto trave BC al ſomero, che gli ſovraſta nella ſteſſa guiſa degli altri poco fa menzionati, quindi per farvi al diſsopra l'armatura, divideraſſi la lunghezza FE in parti tre a piacere, ed in quelle di mezzo G H ſi metteranno due ometti, o Bolzoni GK, HI, fatto queſto formeraſſi un incaſtro nel punto H, piede del Bolzone HI, in cui potraſſi infiggere un trave rampante, che inveſtaſi nel punto K, termine del Bolzone oppoſto, con ciò che faccia coll'altro KE frontiſpizio, il qual trave EK s'infiggerà

nel

Tav. 3. Fig. 3. nel termine E del ſomero EF, nella ſteſſa maniera faraſſi dall'altra parte coll'infiggere nel punto G del Bolzone GH il trave GI, che portiſi a far fronteſpizio nel punto I col trave IF. Nè queſto ſoltanto ſaria baſtevole per ſoſtenere un gran peſo, ſe i termini dei Bolzoni HG non ſaranno incontrati dalle due ſaette HL, GM, ſtante la qual coſa i termini IK mai non potranno abbaſſarſi, ſenza che manchino i due ſoſtegni GM, KL, i quali mai non potranno venir in manco, ſenza che non ſi diſgiungano i due travi EK, IF dai due Bolzoni IH, GK, lo che trovandoſi impoſſibile tanto per il taglio de' legnami, che per il contraſto loro farà sì, che l'armatura ſuddetta ſarà reſiſtente per ſoſtenere ogni gran peſo; per terminare poi detto coperto ſe gli metterà ſul trave KI un' armatura ſemplice d'un ſol Bolzone con due travi incaſtrati, e queſto eſpreſſamente ſi è fatto più rilevato dalla linea del coperto, a motivo che trovandoſi in queſti caſi lunghe le diſteſe, non poſſano poi le ultime tegole dei medeſimi coperti ritenere tutta la pioggia, che da una sì lunga diſteſa ricevono, e per conſeguenza ſpargano poi l'acqua nelle caſe, e particolarmente ſui muri di facciata, lo che non arriverà certamente, ſe rilevando alquanto di più il coperto diſopra, ſi condurrà via l'acqua, che ſul medeſimo vi cade per via di canali, ed in quel caſo trovandoſi nel reſtante ſito più corta la diſteſa, non ſarà così facile, che l'acqua rigurgiti indietro, e venga nelle fabbriche.

In altra guiſa ancora ſi potrà fare un coperto fortiſſimo in una lunga diſteſa, ſe armato nello ſteſſo modo dell' antecedente il ſomero coi ſuoi ſaettoni, ridurraſſi

rassi alla totale lunghezza, la quale divisa in parti a piacere, si disporranno ugualmente lontani tre saettoni AB, CD, EF, fatta dappoi la regola del fronteſpizio GCH, coll'ajuto di questa si stabiliranno le lunghezze dei bolzoni in ACE, lo che in tal guisa disposto darà luogo alla connessione del restante coperto. Fatti adunque nelle due testate del somero G, H le solite espresse intaccature, ivi se gli commetteranno i due travi rampanti GA, EH, che porteranno si ad incontrare i due bolzoni più corti ne' punti A, ed E, per ove infiggerassi pur anche un altro trave orizzontale AE, lo che renderà l'opera in tal guisa costrutta, che formerà quasi come un arco scemo, la resistenza del quale così viene a dimostrarsi. Tav. 3. Fig. 4.

Mai non mi darò a credere, che cotale disposizione d'armatura sia per cedere, o venire a meno, qualunque volta stando sul piombo, o sia in linea retta col somero, che stagli al disotto, non potrassi rimovere da' punti GH, ove per l'appunto maggiore ritrovasi l'impeto del peso. E che ne sia il vero, stando fissi i due termini dei travi nelle estremità GH, s'accosteriano allora le due estremità AE dei travi GA, HE, l'una verso dell'altra abbassandosi, lo che è contro ogni probabile supposizione, essendo incontrati, e sostenuti dal trave orizzontale AE. Aggiungasi per maggior sicurezza sopra il trave AE il compimento del fronteſpizio AC, CE, il quale incontrandosi parimente nei due bolzoni AB, EF, darà anzi maggior forza all'armatura disotto, tanto più, che nell'incontro d'essi si incasserà il bolzone di mezzo a coda di rondine pel suo estremo C, si ligherà, o commetterà

Tav. 3. Fig. 4. terà nel trave AE per maggiormente raſſodarlo nel punto I, lo che farà, che mai il trave AE potrà rimoverſi dal proprio ſito coll'avvallarſi, eſſendo nel ſuo mezzo ſoſtenuto da un ſoſtegno sì valevole, come è quello del bolzone CI, il quale prodotto ſino vicino al ſomero, con eſſo potraſſi unire per via della lamina di ferro, che gli cinga, la quale raſſoderà l'opera, in guiſa che mai potrà uſcire dal ſuo vivo, lo che dovraſſi nella ſteſſa guiſa praticare agli altri due bolzoni AB, EF, come reſta nella figura eſpreſſo. Ciò fatto, per maggiormente aſſicurarſi s'impoſteranno due travi nelle eſtremità dei bolzoni AB, EF, cioè ne' punti BF in figura di fronteſpizio, che vadanſi ad unire nel punto di mezzo I, ove daranno maggior incontro al bolzone CD, e per opporſi alla forza, o violenza, che poteſſero fare i due travi ultimamente impiegati IB, IF contro le due eſtremità dei bolzoni BF, ſe gli contrapporranno dall'altra parte due altri pezzi di trave appuntati nel fronteſpizio eſteriore, i quali ſono BK, FL, i quali oltre d'opporſi al movimento, che poteſſero fare i due bolzoni ſuddetti, ſerviranno altresì di ſoſtegno al coperto, all'occaſione che gravato dal peſo poteſſe in qualche parte cedere, ſul qual rifleſſo ſi ſono pur anche aggiunti i due travi IM, IN nel fronteſpizio ſuperiore, in quanto poi alle ligature di ferro, quelle ſi potranno praticare, come ſi vedono dal diſegno eſpreſſe.

Ma ſe la diſtanza, o intervallo da un muro all'altro, ſui quali debbaſi appoggiare il coperto, foſſe eccelſiva, in guiſa che il trave ſomero non foſſe baſtevole per arrivare da una parte all'altra, armato, ed

unito

unito nelle maniere oltre paſſate, che perciò foſſe ne- Tav. 5.
ceſſario invece d' unirne due, doveſſimo unirne tre Fig. 5.
inſieme, formeraſſi in primo luogo il ſomero di tre travi congiunti inſieme per teſta colle intaccature a denti di ſega, all'incontro della quale unione ſarà ben fatto ligar le due altri travi, affinchè diano maggior robuſtezza all' opera, lo che tutto ſarà da praticarſi ne' modi avanti dimoſtrati, o come più ampiamente dalla figura ſi vede. Preparata tal coſa eleveraſſi dalle due eſtremità ſuddette la figura del fronteſpizio ABC, come anche ſi è inſegnato per l'avanti, dentro del quale potraſſi condurre una porzion d' arco DEF, la di cui corda ſarà DF, la qual porzion d'arco, abbenchè più, o meno ſia incurvata, ed anche più, o meno abbia di corda, queſto non ha a che fare a riguardo della reſiſtenza, lo che ciaſcuno ſaprà accomodarſi a ſuo genio, il qual arco divideraſſi in porzioni a piacere, come vedeſi in EGH, EIK, per le quali diviſioni ſi condurranno altrettanti raggi al centro dell' arco, i quali ſerviranno di aſſi ad altrettanti travi, ſe ſerviranno di bolzoni al frontiſpizio ABD.

Inteſtato poi che ſarà il bolzone K nella parte del frontiſpizio AB, cioè nel punto L, coll'ajuto del centro, col quale ſi ſiamo ſerviti poc' anzi, condurremo un' altra curva paralella, che finirà nell'oppoſto punto N, ove appunto l'altro ſimile bolzone H termina nel fronteſpizio, giuſta le quali curve s'anderanno applicando i travi DK, KI, IE, &c., e così ſuperiormente, come dalla figura ſi vede, i quai travi in tal guiſa diſpoſti faranno la figura di un arco compoſto di varj cunei, ed a riguardo della reſiſtenza dimoſtre-

remo,

Tav. 3. Fig. 5. remo, che il bolzone di mezzo BE non potrà da verun peso esser rimosso, senza che nello stesso tempo non faccia rimovere i due, che tiene a fianco IG, nè questi parimente saranno rimossi, se non rispingono gli altri due KH, i quali totalmente resisteranno coll' ajuto dei due incastri FC, AD, i quali dovranno essere con tutta la cautela armati con lastre di ferro, come vedesi nella figura. Lo che farà, che per questa parte non potrà venir in rovina un tale armamento; resta soltanto più necessario fare in modo, che tutta la macchina, messa che sia al suo luogo, non si possa ritirare dalla linea retta, o sia dal suo vivo, lo che faralli sicuro col mettere nel piede di ciascun bolzone la sua lastra di ferro, che s'investa nel somero, la quale, oltre d'assicurar tutta l'opera dal portarsi fuori del piombo, sarà di gran giovamento al somero, affinchè il proprio peso mai non possa farlo avvallare.

Sul proposito di tali armature parvemi ben fatto il rapportare alcuni disegni di Ponti enunziati nell' Architettura di Andrea Palladio nel libro 3, uno dei quali asserisce essere stato praticato sul fiume Cisimone, il quale scendendo dai monti, che dividono l'Italia dalla Germania, entra nella Brenta alquanto sopra Bassano, il quale essendo velocissimo, coll' ajuto di esso mandavano i Montanari grandissima quantità di legnami. Presesi risoluzione di farvi un Ponte, senza porre altrimenti pali nell' acqua, perciocchè i travi, che vi si piantavano, erano dalla velocità del corso del fiume, e dalle percosse de' sassi, e degli arbori, che da quello continuamente all' ingiù erano portati, mosse, e cavate; per il che abbisognava ogni anno rinno-

rinnovarlo ; la quale invenzione è molto degna d'av- Tav. 4.
vertimento , potendo ſervire a più occaſioni, qualora Fig. 1.
ſi aveſſero ſimili difficoltà , ritrovandoſi i Ponti così fatti belli , forti , e comodi ; belli, perchè la teſſitura de' legnami è grazioſa ; forti , perchè tutte le loro parti ſcambievolmente ſi ſoſtengono ; comodi, perchè ſono aſſai piani , e quaſi ſotto ſteſſa linea col rimanente della ſtrada . Eletta adunque la larghezza del ſito , in cui intendeſi fare un tal Ponte , ſi uniranno inſieme due , o più travi , che faranno la figura di un ſomero ne' modi pel paſſato deſcritti, quando tale foſſe la diſteſa, che con un ſol trave non ſi poteſſe unire : quindi diviſa tale lunghezza in parti uguali a piacere, come nella figura in ſei, ſu ciaſcuna d'eſſe ſi alzerà una colonnetta di legno, come vedeſi A, B, C, D, E , dopo del che ſtabilita l'altezza del Ponte CF, ivi metteraſſegli un' altra trave paralella al piano AE, la qual ſarà HI , dai quai due punti ſi metteranno due altre travi inclinate , che formino la figura d'un fronteſpizio , come ſono IK, HM , i quai tre legni formando figura di arco, ſoſterranno il peſo della reſtante armatura col mezzo delle colonnette HB , ID, alle quali potraſſi ligare il piano AE o ſia con laſtre di ferro, che ſe gli inveſtiſcano d' attorno, ovvero con bolzoni di ferro , i quali paſſando per tutta la groſſezza del trave, s'affermino al diſsotto con una chiavetta ; oltre del che nei tre ſpazj ſuddetti per maggiormente incontrare i tre travi ſuperiori MH , HI , Ik s'impoſteranno tre fronteſpizj , uno de' quali, cioè OPB ſoſterrà il trave MH, il ſecondo BFD ſoſterrà il trave HI ; e finalmente il terzo DQR ajuterà il

Tav. 4. trave IK, nel mezzo de'quali meſſi i ſuoi riſpettivi
Fig. 1. bolzoni, queſti nella ſteſſa guiſa ſi ligheranno al trave orizzontale AE per maggior incontro, come dalla figura ſi vede. Preparate tutte queſte coſe vuole l'Autore, che queſto ſi collochi a livello ſopra i due buoni pilaſtri di pietra, e ſicuri, acciò mai non ſi poſſa rimovere, e mancare il Ponte: io pertanto ſarei di parere, che ad un tal Ponte ſi ſottoponeſſero i due ſaettoni AS, EV non tanto a motivo che ſoſteneſſero anch'eſſi parte del peſo, quanto per incontrare i due travi AO, ER, i quali eſſendo inteſtati con quel di mezzo BD, poteſſero coll'andar del tempo alquanto ritirarſi.

Quando poi foſſeſi per mettere in opera una tal coſa, non dovriaſi collocare meno di tre ordini di tali armature, abbenchè il Palladio nella ſua pianta non ne dia che due, perchè allora in tal guiſa ſi può formare quella di mezzo poco più alta, affine di fare il piano del Ponte alquanto colmo nel mezzo per traſportare fuori le acque, che ſu eſſo poteſſero arreſtarviſi, ed anche a motivo, che meglio colligandoſi inſieme abbia maggior robuſtezza, come dal profilo meſſo in proſpettiva ſi puol vedere fig. 2.

Fig. 3. Un'altra invenzione di Ponte viene ſuſſeguentemente rapportata dallo ſteſſo Autore, la quale abbenchè appaja non di grande ſtudio, nulladimeno ſembrami degna di conſiderazione non mediocre, la maggior robuſtezza del quale conſiſte nella ſtruttura della pianta, avvegnachè, ſtabilita che ſarà la lunghezza del ſito, la quale non ſi potendo comprendere da un ſol trave, ſi congiungeranno più travi inſieme di diverſa lunghezza, accoſtandogli gli uni agli altri per fianco, come

ſi

ſi vedono nella pianta, in modo che i primi due ſegnati I ſaranno i più corti, i quali oltre d'eſſer ligati, ed anneſſi agli altri, ſaranno pur anche incatenati dalla traverſa B, ſulla quale ſaranno infiſſe le due prime colonnette ſegnate B nell'alzata, preſso alle eſtremità delle quali ſi incontreranno coi due travi inclinati a forma di fronteſpizio CD. Ritornando poi alla pianta, divideraſſi la lunghezza di tutto il Ponte in parti uguali, come reſta indicato dalle travature rettangole, oltre alla ſeconda traſverſale D dovrannoſi produrre i due travi K, i quali ſaranno nella ſteſſa guiſa dalla ſuddetta travatura ligati, ſul vivo della quale di bel nuovo s'eleveranno le colonnette E nell'alzato, all'incontro delle quali appoggieraſſegli la ſaetta BE col trave in piano EC, nella ſteſſa guiſa opereraſſi ſul mezzo del Ponte, elevando ſul vivo della traſverſale H la colonnetta A, incontrandola con altre due ſaette FA congiunte in angolo, quindi unendo in piano il reſtante intervallo da' punti EA, avraſſi formata l'armatura del Ponte, il quale ſarà più dilatato nelle due eſtremità, che ſul ſuo mezzo, a motivo della maggior concatenazione, che riceve dalla moltiplicità dei travi, che vicino alle ſponde ſi ritrovano, in quanto poi all'alzato, non ſarà difficil coſa il comprendere, come ſi ſoſtenga a vicenda tanto il piano DD, che il piano CC, quel ſoltanto, che è di grande importanza, ſarà il raſſicurare i due travi CD nelle eſtremità d'eſſo Ponte, affinchè non poſſano far ſpiccare le teſte dei travi, ſui quali ſi appoggiano, per il che nelle precedenti operazioni in più luoghi ſi è ſuggerito l'opportuno rimedio.

Tav. 4. Fig. 3.

Tav. 4. Un tal Ponte così fatto, abbenchè non foſſe com-
Fig. 3. poſto di tre ordini d'armature, ſarebbe nulladimeno aſſai forte, a motivo che riſtringendoſi ambedue i fianchi nel mezzo maggiormente contraſtano inſieme: non laſcierò pertanto di ſuggerire il modo di laſtricarlo, il quale dovrà parimente farſi colmo nel mezzo, l'eſempio del che potraſſi nel di lui taglio chiaramente comprendere; ed affinchè il peſo non poſſa farlo avvallare ſul mezzo, vi ho appoggiate le due ſaette, che s'incontrano nel trave ſomero, come dalla figura ſi vede.

Fig. 5 La terza ſorte de' Ponti rapportata dallo ſteſſo Autore è pur anche aſſai bella, e la comprende in una porzione di cerchio, la di cui ſtruttura viene eſpreſſa come ſegue. Eletta la grandezza del ſito ſi formeranno in primo luogo ne' fianchi i due gran pilaſtri AB a livello, dappoi eletta la porzione di cerchio a piacere ACB, tireraſſegli dai termini AB la corda BA, la quale diviſa in parti uguali a piacere, come ſono DEFG, ſu d'eſſe s'eleveranno i bolzoni di lunghezza tale, che uniſcano la porzion d'arco ſovra deſcritta colla corda AB, lo che chiaramente dalla figura ſi vede, fra i quali ſpazj ſi metteranno altri travi diagonalmente, che nelle eſtremità dei bolzoni contrariamente s'incontrino, formeranno quaſi, come un arco ſcemo, ai quai bolzoni ſaranno attaccati inferiormente alcuni travi congiunti, e ligati nelle teſtate loro, i quali ſerviranno per maggiormente ligare inſieme tutta l'opera, ma ſe ſi poteſſe chiudere tutto queſto ſpazio colli tre travi AE, EF, FB, allora potranſi fare incurvare alquanto i due laterali BF, AE, ed affinchè ritirare non ſi poteſſero, ſi potrebbono in-

con-

contrare colle due ſaette GH, DI, le quali appoggiandoſi nel forte del pilaſtro ſi veniſſero ad unire nel piede dei due primi bolzoni. Superiormente poi a ſeconda della curva ACB s'applicheranno le travature, che dovranno portare il piano del Ponte, le quali dovranno eſſere inteſtate nei loro riſpettivi bolzoni colle ſue cavicchie, come dalla figura ſi vede. Tav. 4. Fig. 5.

La quarta invenzione de' Ponti, che deſcrive il Palladio, potraſſi più ſicuramente praticare in un ſito più ſpazioſo, qualunque volta ſarà con diligenza coſtrutto, la di cui figura dimoſtreraſſi qui appreſſo. Formati in primo luogo i due pilaſtri, in modo che non ſieno per mancare in verun modo, ſi condurranno da un pilaſtro all'altro due curve, o ſieno due porzioni di cerchio paralelle, nè queſto importa, quantunque abbiano maggiore, o minore il ſeſto, e la diſtanza, abbenchè troviſi o più dilatata, o più riſtretta, dopo del che diviſa una di eſſe curve in parti uguali a piacere, per eſſe ſi condurranno varie linee al centro dell'arco, le quali ci additeranno la direzione dei bolzoni, i quali in tal guiſa diſpoſti formeranno quaſi come tanti cunei tronchi, e per maggior ſicurezza ancora da un bolzone all'altro ſi metteranno altre travi diagonalmente ſituate con ordine tale, che s'incontrino nelle teſtate, e che s' oppongano le une alle altre, lo che darà maggior ſoſtegno all' opera, li quali tutti armamenti devono eſſere aſſicurati colle ſue laſtre di ferro, e ſe il Ponte in tal guiſa formato ſi faceſſe nelle due eſtremità alquanto più dilatato di quello ritroviſi ſul mezzo, queſto ſervirebbe per darci maggior incontro, e ſoſtegno, nè ſu queſto reſta ne- Fig. 6.

ceſſaria ulterior dimoſtrazione, eſſendo che la figura aſſai chiaramente lo ſpiega.

PROPOSIZIONE XII.

Come poſſaſi fare l' armatura d'un coperto ſenza l' ajuto del ſomero, il quale non dia ſpinta ai muri laterali.

Tav. 5. Fig. 1. BEne ſpeſſe volte avviene, che occorrendo di alzare le volte a qualche Camere, Gallerie, o altre abitazioni reſta neceſſario elevarſi ſopra il livello de' muri col colmo del volto, lo che ben ſoventi viene impedito dai travi ſomeri, i quali attraverſando tutto lo ſpazio tolgono, maſſimamente nelle Gallerie di eſeguire ſimili progetti, per il che il più delle volte avviene di dover far detti membri ſenza proporzione, per non poterſi elevare, ſul qual riflesſo ſi è ſtimato a propoſito il dare un idea di un tale coperto, il quale ſia d'un ugual reſiſtenza degli altri ſin qui eſpoſti.

Elevati adunque allo ſteſſo livello i due muri laterali AB ſi formerà per le avantiſcritte Propoſizioni il frontiſpizio ACB coll'ajuto dei due travi AC, CB, ed affinchè queſti non ſpingano verſo dei detti muri, dovranno inteſtarſi colle due eſtremità AB nei due legni AD, EB, i quali ſi muniranno colle ſue ſaette DF, EG. Preparate tutte queſte coſe dovraſſi conſiderare, che non mai i due travi CA, CB potranno con reſpingere, affaticare i muri laterali, ſenza che il colmo C non s'abbaſſi, lo che per impedire ſi metteranno in primo luogo due pezzi di trave nelle eſtremità

mità DE, che s'incontrino nel fronteſpizio ne' punti HI, all' incontro de' quali ſi metteranno i due bracci KL, MN, i quali ligandoſi collo ſteſſo fronteſpizio tratterranno il trave AD a ſuo luogo, e l'altro EB in guiſa che poſſano reſiſtere alla ſpinta del fronteſpizio ſuddetto, ed affinchè non poſſa tal coſtruzione mai rimoverſi s'aſſicureremo ancora coll'incontro dei due travi MO, LP, lo che trovandoſi aſſicurato colle ſue laſtre di ferro ai luoghi opportuni, come dalla figura ſi vede, ſarà fortiſſimo anche ſenza l'ajuto del ſomero, ed in tal guiſa potraſſi elevare la ſommità del volto ſecondo la curva RQS. Tav. 5. Fig. 1.

La ſeguente figura è fatta quaſi ſullo ſteſſo modello, colla ſola differenza, che nell' unione dei due travi, che formano il fronteſpizio, trovaſi il bolzone di mezzo, al quale vengono colligati i due bracci, che tengono unito il coperto, trovandoſi in tutto il reſtante appoggiata ſui medeſimi rifleſſi, pel qual motivo ſi è ſtimato inutile il ragionarne di vantaggio le operazioni. Fig. 2.

PROPOSIZIONE XIII.

Come poſſaſi fare l'armatura d'una cupola, arco, volta, o Ponte, ſenza che ſia appoggiata nel mezzo ſopra alcun ſoſtegno.

SIA adunque la cupola, volta, o arco &c., la quale dovendoſi fare molto reſiſtente, avverrà, che ſarà per richiedere una proporzionata groſſezza di muro, la quale portando ſeco in conſeguenza un gran peſo, Fig. 3.

Tav. 5. Fig. 3. saremo in dovere d'assicurarsi dalla rovina, col formarle la dovuta armatura di legno, affinchè il peso suddetto, allora quando non resta ancora bastevolmente colligato, non opprima i centini, ovvero non esca fuor del suo giro con fargli avvallare in qualche parte, supposto di più, che nel mezzo dello spazio non vi si possa collocare alcun pilastro, coll' ajuto del quale sostenessimo tutta la macchina, fossimo in necessità di sostenerla nell'aria, allora dovrassi fare l'armatura nel modo seguente.

Sui due pilastri, o termini del muro AB si collocherà in primo luogo un trave tutto di un pezzo, se si ritrova, altrimenti si congiungeranno due insieme, che s'uniscano come i denti di sega, il che più avanti praticossi, il qual sarà BA, ed affinchè il detto trave oppresso dal superior peso non possa in veruna maniera cedere, se gli applicheranno al disotto le due saette CD, EF congiunte col terzo trave CE; di più sul mezzo di tutta la lunghezza H elevato il bolzone HI si formerà l'armatura a frontespizio coll' ajuto dei due travi IA, IB, avremo assodata tutta l'operazione, dedotti ora dal punto H due altri travi in forma di raggi, che si portino a ritrovare la circonferenza dell' arco ne' punti KL, questi dovranno incastrarsi nei due travi del frontespizio ne' punti MN fino alla metà della grossezza, che in tal guisa renderanno l'opera fortissima, da' termini poi IAB si faranno partire altri travi, che s' uniscano pur anche in forma di frontespizio ne' punti KL, su' quali si potranno assettare sicuramente i centini, giusta i quali si formerà la figura della volta, che si desidera, la quale se sarà circolare

altro

altro non faraſſi, che replicare la ſteſſa coſa tutto all'intorno della circonferenza, che vengaſi ad unire al bolzone di mezzo IH, e ſe ſarà un arco, volta, o ponte, ſi replicherà la ſteſſa armatura paralella a qualunque diſtanza, e quante volte farà di meſtieri. Tav. 5. Fig. 3.

Se poi foſſe luogo nel collocare la detta armatura di piantare ſul mezzo del ſito qualche colonna, o che in effetto vi foſſe un pilaſtro fatto per comodo dei ponti, nello ſteſſo tempo che ſi forma il reſto della fabbrica, allora ſi ſerviremo dell'ajuto di queſto pilaſtro per appoggiarvi la noſtra armatura, conſiderandola in un ſito più vaſto del primo. Avuto adunque il pilaſtro ſuddetto ſino al livello del piede del volto, o cupola, cioè ſino in D, ivi faraſſi un palco, il quale ſi farà laſtricato con tavole ben ſicure, dovendo ſu eſſo prepararſi tutte le coſe, che a formare la cupola ſono biſognevoli, e trovandoſi la diſtanza dal pilaſtro di mezzo ſino ai fianchi aſſai grande, come poco fa ſi è detto, tanto più, che i travi non potendo colle teſtate loro cavalcare molto ſulla ſommità d'eſſo pilaſtro, le quali teſtate peraltro dovranno eſſere ligate aſſieme con alquante laſtre di ferro, maggiormente potranno aſſicurarſi colle ſaette ABC, EFG, le quali appoggiandoſi per una parte nel pilaſtro, e per l'altra nel muro, s'uniranno negli angoli BF, nel ſito appunto, ove i due travi HD, DI abbiſognano di maggiore ſoſtegno. Fig. 4.

Diſpoſti adunque in tal guiſa più travi armati, ed aſſicurati, a ſegno che non poſſano venire dal carico oppreſſi, che inveſtano la figura del ſito, faraſſi ſu d'eſſi il dovuto palco ben ſicuro, e forte, dappoi

conti-

Tav. 5. Fig. 4. continuato il pilaſtro D ſino alla ſommità del volto in L, o di muro, o di legno, come più aggrada, contro del medeſimo, e nel punto D ſi applicheranno due travi, che incontrino giuſtamente la quarta parte del volto ne' punti MN, diviſe indi le reſtanti porzioni HM, ML, e le altre per mezzo, ivi ſi faranno concorrere nuovi ſoſtegni per incontrare il ſeſto dell'arco, due de' quali ſaranno OP, OQ, che s'appoggieranno al pilaſtro, e gli altri due reſtanti BR, FS ſi ſoſterranno ſui punti BF, ove concorrono le ſaette ad incontrare il palco. Affinchè poi tutta queſta macchina non vacilli, principalmente l'albero, o pilaſtro di mezzo DL, potraſſi queſto aſſicurare con due altre ſaette prodotte da' punti BF, e concorrenti nel punto O, e ſe finalmente vorraſſi avere tutta l'opera ben ſoda, ſarà biſognevole ligare, od unire le eſtremità HRMPL con altri legni HR, RM, MP, PL, &c., a motivo che non s'allontanino giammai dal ſito loro, acciò l'opera conſervi meglio la ſua figura.

Se il ſito deſtinato per farvi una Cupola foſſe molto vaſto, a ſegno che non ſi poteſſimo aſſicurare colla ſemplice armatura di ſoſtenere tutto il peſo, tanto più, che in ſiti grandi deve creſcere a proporzione la groſſezza del volto, e per conſeguenza aumentarſi di peſo, con accreſcere di materia, ſi faranno in quel caſo due, o più pilaſtri, come ſi vedono AB, i quali ſi produrranno ſino al termine del volto in CD, contro i quali pilaſtri ſi appoggieranno le ſei ſaette unite in angolo per ſoſtenere il piano del palco, che formar deveſi al livello del piede della volta nel ſito EF, il qual palco dovendo reſiſtere ad una inaſpet-

tata

tata talora, e gran forza, dovraſſi ſempre fare colla più attenta, e ſicura maniera poſſibile, come ſi è avanti propoſto. Fatto queſto, ne' punti EB, AF ſi collocheranno quattro travi, che s'uniſcano in figura di fronteſpizio ne' punti G H dei due pilaſtri AC, BD prodotti, queſti in primo luogo comincieranno ad arreſtare tutta la macchina inſieme, e dove s'incontrano, ivi ſaranno o ligati, e ben uniti, ovvero incaſſati uno nell' altro ſino alla metà della groſſezza del legno, i quai travi FH, CG ſi produrranno ſino alla ſommità del volto nel punto I, coll'aggiunta degli altri due GI, IH, così gli altri AH, BG ſi produrranno ſino all' incontro del volto ne' punti LM coll' aggiunta dei due HL, GM, e finalmente la diſtanza reſidua FL, ME s'incontrerà con un ſoſtegno, che s' appoggi ne' pilaſtri AB, interſecando i due travi HF CG, produrraſſi tanto da una parte, che dall' altra ne' punti NO. Diſpoſte tutte queſte coſe ſi ligheranno con altri legnami tutte le teſtate di queſti travi, che comprendano i punti FN, NL, LD, DI &c., all' incontro de' quali faraſſi appoggiare il feſto del volto, come dalla figura ſi vede, e queſta ſorta di armatura non ſolo ſi replica al biſogno noſtro col metterla paralella, ma anche ſi colloca ad angoli retti l' una coll' altra, affinchè tenga più unita tutta l'opera, in guiſa che il ſuo profilo raſſembriſi colla facciata, che ci viene eſpreſſa per la figura. Una poco diſſimile idea fu praticata in Piemonte al Santuario della Città del Mondovì a Vico, ove trovaſi un corpo di Chieſa ben vaſto coperto da una ſola Cupola elittica, e per potere ſoſtenere il peſo delle armature,

Tav. 5. Fig. 5.

Cupola,

Tav. 5. Fig. 5. Cupola, e Cupolino, furono costrutti, a misura che andavasi fabricando, sei gran Pilastri, i quali all'occasione, che fecesi la Cupola del 1732., furono di necessario, ed infallibile giovamento, e l'armatura di tal' opera vedeasi per facciata, fianco, e diagonale.

Fig. 6. Alcune volte devonsi fare arcate, senza che sotto delle medesime possansi edificare pilastri, nè tampoco possasi fare il palco, o altra armatura, come avvenne al Celebre Mattematico P. D. Guarini, all'occasione, che fece edificare la Chiesa di S. Lorenzo di Torino, ove per sostenere la Cupola fu in dover di formare quattro archi principali, che peraltro non si veggono, sui quali appoggiò tutto il peso della Fabbrica, e perchè detti archi non si potevano armare al solito modo finora proposto, fecevi costrurre un' armatura espressa nella figura presente, la quale viene totalmente appoggiata nell' imposto dell' arco medesimo, ed è in questa guisa, disposti tre legni in angolo AB, BC, CD, circoscriverassi a questa figura il sesto dell'arco, come si vede, e per tenere dette travature congiunte insieme, le ligò gli angoli con altri pezzi di legno EF, GH, dappoi disposti sopra i tre primi legni AB, BC, CD altre armature in forma di frontespizio per sostenere il peso ne' punti più deboli, formò i suoi archi, e perchè questi non si trovano avere peso bastevole sui fianchi per arrivare ad equilibrare il peso, che nel mezzo applicolli, fece fare per cadun arco un' armatura particolare, la quale lasciò sotto ciascuno de' medesimi, e questa ancor di presente si mantiene, e si ripara al bisogno.

Da

Da tutte queſte ſorte d'armature di Cupole, coperti, archi, ponti &c. potraſſi venire in cognizione, quale ſia la reſiſtenza de' legni, e come poſſaſi coll'ajuto di queſti formare infinite macchine, delle quali eſſendoſi di già trattato da molti, ſtimo ſuperfluo il ragionarne, appigliandomi ſoltanto a quello, che all'Architettura ſi è convenevole, e particolarmente dico, che nella coſtruzione dei coperti deveſi avere un' attenzione infinita nel collocare i boſcami, affinchè non ſpingano i muri, e quando non ſi poſſono praticare i ſomeri, allora faraſſi piuttoſto un telaro inteſtato negli angoli a coda di rondine, in guiſa che arreſti tutta la ſpinta, lo che ſi può eſeguire in qualunque ſorta di ſito, abbenchè irregolare. Tav. 5. Fig. 6.

PARTE QUARTA.

DELLE RESISTENZE.

Della natura, qualità, e ſolidità degli Alberi, che all' uſo del fabbricare ſi convengono, giuſta il parere d' Autori più celebri d' Architettura.

IL principale motivo, per cui deve ſervire queſt' opera, ſi è per dare un'idea ſpecifica di quelle cognizioni più eſſenziali, delle quali deve eſſere adorno un Architetto, al quale in tutte le occaſioni, che arrivare le poſſano, faralli di meſtieri ſervirſi de' Boſcami, o per formare coperti, o per ornare Camere, Porte, Fineſtre, ed infiniti altri uſi, reſta al medeſimo neceſſario un tale intendimento, affinchè non gli avvenga d' obbligarſi a' Meccanici nel prendere ognora il parer loro, i quali il più delle volte ſpiegano il loro concetto con fine ſecondario, ovvero prodotto da' ſentimenti communicatigli, ſenza ſaperne la cagione; ma ſe per l' oppoſto l' Architetto inſtrutto delle principali notizie chiamerà ad altri il parere, diſtin-

diſtinguerà allora la buona dalla veriſimile ragione, per poterſene all'opportunità valere.

Circa dunque la robuſtezza maggiore, o minore degli alberi convengono gli Autori coll' Alberti, che i ſterili ſieno dei fruttiferi più robuſti, ed i ſelvatici ſieno dei domeſtici più duri, aſſerendo Teofraſto, che i ſelvatici non vengano da infermità combattuti, e che i domeſtici, e ſpecialmente i fruttiferi ben ſoventi a gravi infermità ſoggiaciano; affermando pur anche, che circa la natura delli ſteſſi fruttiferi ſieno più forti i tardi, che i primi, e gli acidi più, che i dolci. Tra quelli poi, che d' acuto, e d' aſpro ſapore ſono, i più acerbi, e quelli, che più rari frutti producono, deono preferirſi. Quelli poi, che da' continui venti vengono travagliati, ſono più robuſti, e più ſodi di quelli, che nelle valli, ed in luoghi da venti più ſicuri naſcono, come pure quelli, che ſono in luoghi umidi, ſono più teneri di quelli, che trovanſi in luoghi elevati, e ſecchi. In ogni albero quanto vi ſarà meno di medolla, tanto più ſaravvi di vigore. Quanto poi all'uſo loro, giuſta il parere di Teofraſto, non ſarà mai baſtevolmente ſecco alcun groſſo albero, ſpecialmente all' uſo de' Palchi, e Porte avanti tre anni dopo, che ſieno tagliati, ed eſſendo più forti d'alberi di varia natura, ſono perciò a varj uſi ciaſcun d'eſſi deſtinati, trovandoſi, che allo ſcoperto alcuni più vagliono, altri meglio all' ombra ſi conſervano, altri all' aria ſplendono, altri nell' acqua s'indurano, ed altri ſotterrati maggiormente reſiſtono; per il che alcuni in intaglj, e ſcolture, altri ad intoniccare, a far palchi, e travi, altri ne' fiumi, e

palifi-

palificate de' fondamenti maggiormente conſervanſi, come l'Alno, e pel contrario nell' aria, ed al Sole non dura. L'Olmo nell'aria, ed allo ſcoperto ſi raſſoda. Il Pezzano, ed il Pino ſotterra ſono eterni. Il Rovere a' terreni edifizj è molto acconcio, ed all'aria ſi apre, e torce, e agevolmente dall'acque del mare viene corrotto. L' Ulivo, la Caſtagna, ed il Faggio nell'acqua non ſi corrompono, e li due ultimi ſotterra durano. Per far travi il migliore di tutti vien giudicato l'Abete, ritrovandoſi più facilmente di maggior groſſezza, lunghezza, e leggerezza degli altri, nè gravando la fabbrica, nè ſi piega ſotto il peſo, oltre del che egli è a lavorar facile, ma agevolmente abbruggia. Leon Battiſta Alberti vuole, che per l'uſo delle fabbriche a tutti ſi preponga il Larice, eſſendo nervoſo, e tenace, e racconta eſſere ſtata opinione degli Antichi, che queſto da fuoco difendaſi, ed eſſo pertanto averlo veduto ardere, ma in guiſa, che il fuoco da quello ne veniſſe ſcacciato, ed avuto in diſprezzo. Narraſi della Palma una virtù mirabile, che contro il peſo ſi piega, ed al contrario s'innalza in vece di cedervi. Gli alberi poi, che ſono di ſucco amaro, non ammettono sì facilmente il verme, e poſſono da loro cacciare ogni ſtraniero umore, ed all' oppoſto giudicano di natura contraria quelli, che hanno dolce ſugo. Le tavole di Caſtagna, Olmo, e Fraſſino facilmente ſi rompono. La Noce poco fu dagli Antichi commendata, abbenchè, come vedeſi, poſſa ella a più uſi ſervire, trovandoſi forte, e ſicura, lodando a preferenza di queſto il moro, come che molto tempo duri, e che ogni via più facciaſi più nero,

nero, e bello. Per fare opere al Torno ſono aſſai commodi il Faggio, il Moro, il Terebinto, e ſpecialmente il Buſſo, ed Ebano per la ſodezza loro. Quanto poi all'unione degli alberi tra di loro, ſarà in primo luogo il Rovere, il quale colli altri malamente s'accompagna, e rifiuta ogni Colla, lo ſteſſo avviene di tutti i creſpi alberi, che ogni ſorta di Colla da loro cacciano, così quelli, che ſono per natura differenti, come l'Hellera, Lauro Tiglia, per eſſer caldi, colli alberi di natura freddi, e nati in luoghi umidi, longamente non ſtanno in Colla. L'Olmo, il Fraſſino, il Moro, ed il Cinegio, coll' Alno, e col Platano non s' accordano, perchè queſti ſono umidi, ed in ſomma mai ſoſterranno ligati con Colla legni contrarj.

Del tagliare i Legnami.

IN queſte coſe gli Autori antichi non convengono molto ſia quanto all' opinione, che quanto al particolare degli alberi, imperciocchè Teofraſto vuole, che l'Abete, il Pezzano, il Pino ſi taglino nella Primavera, allora quando cominciano a produrre le prime frondi. Alcuni tuttavia vogliono, che all' Autunno tagliati ſieno di maggior forza, particolarmente il Cerro, l' Olmo, il Fraſſino, e la Tiglia, dicono, che i Roveri nella Primavera tagliati intarlano, ma nell' Autunno non ſofrono vizio, nè s' aprono; in prova del che la quercia tagliata verſo l'Autunno ſoffiando Borea, arde ottimamente, abbenchè verde, e quaſi

ſenza fumo, il che ci manifeſta eſſervi in quella conſumato quell' umor crudo ; anzichè Catone vuole, che ſi tagli la quercia nel ſolſtizio. Tutti gli alberi, che hanno ſeme, ſi taglieranno allora quando avranno maturato, e gittato il frutto, e l' Olmo quando laſcia le foglie.

Quanto poi debbaſi avere attenzione alla Luna nel tagliare gli alberi, in che figura ſi trovi, credo di non avere a mendicarne delle prove, avvegnacchè queſto rifleſſo facciaſi dagli ſteſſi Contadini nel tagliare i loro alberi, e tutti gli Uomini eſperti concorrono, che debbanſi tagliare i legnami mancando la Luna, affermando eſſere allora conſumato nell' albero quell' umore, che a corromperlo era attiſſimo, e che i legni in tale ſtato di Luna tagliati non ſieno da tignole offeſi, e che le ſteſſe foglie, mancando la Luna, raccolte non marciſcano: aggiungono ancora, che ſaranno più ſodi, ſe ſi laſcieranno ſeccare in piedi, tagliandoli ſino alla midolla, affinchè ogni cattivo umore ſtillando ſen vada, e debbeſi ogni albero fruttifero tagliato che ſia, ſpogliare di corteccia, perchè ſotto di quella agevolmente ſi guaſta.

Diceſi comunemente, che gli alberi creſcano per il corſo di cento anni, e che per altri cento anni ſi conſervino nello ſteſſo ſtato, e che in altri cento anni periſcano; ma abbenchè ſia vero, che al termine di dugento anni muoja un albero, ſuppongo fallace quell' opinione di credere, che dopo delli cento primi anni ogni albero non creſca più, ed abbenchè non ſia più notabile il di lui progreſſo nell' alzarſi, ciò nulla oſtante

oſtante non tralaſcia d' ingroſſarſi, eſſendo che attrae ſempre del ſucco, e vigore dalla terra, eſſendo contraria coſa alla ſperienza medeſima, che dopo il primo ſecolo non faccia più un albero alcun progreſſo.

E volendo ſapere in che età un boſco fu tagliato, non evvi che a ſegarlo, e polirlo nel piede, ove vedraſſi dal numero delle vene, che ſono in tal ſito, rappreſentanti varie circonferenze quaſi concentriche, che vanno creſcendo dal centro in progreſſione ſino alla corteccia, ricavandoſi da queſte aſſai diſtintamente il numero degli anni; che crebbe detta pianta.

Accadendo ben ſoventi d' avere ad accomprar alberi, quando deveſi fabbricare, non ſarà fuor di propoſito il riconoſcerli avanti d' impiegarli, acciò non ſieno difettoſi, giuſta del che faraſſene allora l' uſo più opportuno. Per il che fatto pigliare dell' Olio d' Olivo ben caldo, quello ſi farà ſpargere ſopra le eſtremità di tal legno, ed allora ſe l' olio ſcintillerà gettandolo, ſarà ſegno, che tal albero venne da un fondo paludoſo, ed all' oppoſto, ſe l' albero ſarà ſortito da un terreno dolce, e tagliato in tempo opportuno, allora l' olio non s' imbeverà intieramente da per tutto, reſtandovene verſo la corteccia, ma ſe l' albero ſarà creſciuto in terren ſecco, e che ſia ſtato tagliato, quando vi ſi erano conſonti gli umori, allora l' olio reſterà intieramente aſſorbito; con queſte cognizioni non dovraſſi impiegare quell' albero nodrito in terreno paludoſo ne' luoghi umidi, ed eſpoſti alle pioggie, perchè ſi tarleria in poco tempo, come pure in luoghi molto dominati dal Sole, avve-

gnacchè il gran caldo attirando a ſe quell' umido, facilmente farallo aprire ; ciò nulla oſtante avraſſi riguardo nella coſtruzione d' un edifizio qualunque, d' impiegare ne' luoghi di maggior rilievo i travi di miglior condizione, affinchè non venga poi di grave ſpeſa, ed incommodo il ricambiarli poco tempo dopo, eſſendo infallibile, che i groſſi legni, eſſendo viziosi, ſono più ſoggetti a romperſi, ed aprirſi.

Certe volte arriva, che una trave dopo d' eſſere riquadrata, e polita, appariſce ben ſana, e ſenza difetto, quando trovaſi, che nel centro comincia a marcire, contro del che ſarà bene aſſicurarſi con farle battere una delle teſtate con qualche martello, approſſimando l' orecchio dalla parte oppoſta, oſſeveraſſi, ſe la percoſſa del martello tramandaci un ſuono denſo, e ſordo, ed allora ſegno è, che per di dentro non è buono, ed al roveſcio, ſe ſenteſi il ſuono chiaro, potraſſi giudicare della bonta d' eſſo. Quando poi i legnami ſaranno creſciuti in luoghi umidi, dovrannoſi avanti d' impiegarſi, laſciarli ſeccare in luogo aſciutto, ed al coperto, affinchè abbieno luogo di conſolidarſi, e queſto almeno per lo ſpazio di due anni ; avraſſi ancora riguardo di ſpogliarli intieramente della corteccia, abbenchè accompiſſe la quadratura d' eſſi, cominciando in queſta parte più facilmente a marcirſi ; quando poi ſi impiegano detti travi, a motivo, che la Calce gli può comunicare dell' umido, o altra cattiva qualità, dovraſſi a dirimpetto della teſtata d' eſſa trave laſciarle un piccolo buco, affinchè l' aria per eſſo entrando, poſſa ſeccare,

re, ed annientare quelle cattive materie, che poteſſe la detta trave participare tanto dalla calce, che dalla diverſità de' materiali, che nel muro deono impiegarſi.

Della cognizione de' Materiali, che nella ſtruttura d'un Edifizio ſono biſognevoli, loro proprietà, e della maniera di ſervirſene.

LE pietre ſono il nervo più robuſto d'un edifizio, perciò di queſte comincieraſſi a diſcorrere, trovandoſene anche di più buona, o cattiva condizione, ſul qual rifleſſo comincieremo ad iſpiegarne la natura loro. Di queſte ſe ne diſtinguono due qualità differenti; una, che trovaſi aſſai dura, e l'altra più tenera, o molle, che dir vogliamo, ed al comun parere meglio rieſce la più dura dell' altra, abbenchè alcune fiate la tenera meglio s' accomodi, e reſiſta ne' luoghi umidi, paludoſi, ed acquatici, non ſoffrendo così il gelo, ma queſto deveſi ſoltanto attribuire in proprietà a qualche cava, perciò queſto non farà ſtato nel noſtro diſcorſo, trovandoſi, che le pietre dure ritengono i pori più riſtretti, e condenſati, è infallibile, che ſaranno capaci di maggiormente reſiſtere alla corrente de' fiumi, ed all' ingiurie de' tempi, e per ragionarne con qualche poco di fondamento, s' appigliaremo al ſentimento di Monſieur De-Bellidor ſu queſto particolare.

„ Nella formazione delle pietre, o vogliam dir del-
„ le parti, che le compongono, trovanſi certi pori
„ impercettibili riempiti d' acqua, che venendoſi a
„ condenſare, e per conſeguenza a creſcer di mole,
„ sforzano detti pori per occupar maggiore ſpazio,
„ alla qual forza non potendo il più delle volte dette
„ pietre reſiſtere, ſi rompono immediatamente, e ſi
„ eclatano, e quanto più ſarà poroſa la pietra, ed
„ avrà particole craſſe, tanto più attirerà dell' umido,
„ e per conſeguenza ſarà ſoggetta al gelo.

„ Ma non ſolamente evvi il gelo, che diſtrugge la
„ pietra, ma credeſi, che la Luna le alteri la natu-
„ ra, ciocchè avviene alle pietre d' un certo genere,
„ entro le quali infondendoſegli i raggi in quelle
„ parti meno compaginate, ci dà a credere, che
„ i detti raggi ſieno umidi, facciano ſeparare le me-
„ deſime, e sfarinare.

Per aſſicurarſi ancora meglio dallo ſvantaggio, che arrecar poſſa alle pietre il gelo, o altre ingiurie dei tempi, caverannoſi d' eſtate le pietre, laſciandole abbandonate ad ogni ingiurie, affinchè a ſoffrirle s' avvezzino, a motivo che non mettendo in opera una pietra così d' umor nativo piena, il tempo non la faceſſe venare, e tal prova, che faſſi con eſporre le pietre allo ſcoperto, ſi è per iſciegliere dalle cattive le buone. Trovanſi più ſorte di pietre, e di varia natura, di modo che altre all' aria induriſcono, altre di brina ſparſe ſi rompono, e queſte tali cognizioni ſi prendono dai luoghi vicini, dove in tempo antico ſiaſi fabbricato con tali pietre. Tuttavia l'Alberti così definiſce

finiſce la qualità delle pietre. „ Ogni bianca pietra „ è della colorita migliore, la traſparente, piucchè „ l'oſcura, facile a lavorare, e quanto il colore più „ limpido, e purgato vedraſſi, tanto ſarà più dure- „ vole, quella che ha meno vene, è più intiera, e „ ſoda, e quanto la vena è più di colore alla pietra „ ſimile, ella è migliore, quando la vena è più tor- „ ta, ella è più auſtera, e quando ha più nodi, è più „ acerba. Quella vena fendeſi agevolmente, che ha „ nel mezzo una roſſa linea inclinante ſul giallo, ma „ la migliore ſarà quella, che avrà le vene di color „ verdeggiante. Tra le vene, la dritta è giudicata „ peggiore. Quella pietra è più ſoda, le di cui ſcheg- „ gie vengono più acute, e terſe; la pietra, che rotta „ rimane più liſcia, ſarà dell' aſpra migliore. Ogni „ pietra ignobile è di maggior durezza; quella, che „ ſpruzzata con acqua non ſi ſecca, è molto cruda. „ Ogni pietra grieve è più ſoda, e liſcia della leg- „ giera, la quale più della grieve è fragile, e quella, „ che battuta riſuona, è della ſorda più forte, quella „ eziandío, che ſtropicciata manda odore di ſolfo, è „ più dura di quella, che non manda odore alcuno; „ e finalmente quella, che allo ſcalpello più reſiſte, „ ſarà contro le ingiurie de' tempi più ferma, e du- „ revole. Ogni pietra di freſco cavata, è più tenera, „ e s' induriſce col tenerla allo ſcoperto; per il che „ la pietra nella cava è al ferro più arrendevole, che „ fuori, così ogni pietra da più umido luogo cavata, „ diventa più dura, eſponendola al ſecco, e per l'uſo, „ o reſiſtenza delle pietre, potraſſi fare tal prova,

„ cioè per vedere, ſe la medeſima pietra reſiſterà „ all'umido, bagneraſſi nell'acqua, oſſervando s'ella „ reſti più grieve, allora ſcioglieraſſi, e quella, che „ dal fuoco ſi ſgrota, ed arde, non durerà al caldo, „ o al Sole.

Dovendoſi poi impiegare le pietre, ſi diſporranno nella iſteſſa guiſa, come ſi trovavano nella cava, a motivo che ſu tal poſizione elleno ſono capaci, piucchè in ogni altra guiſa a ſopportare ogni peſo, in vece, che collocandole in altri modi, il peſo medeſimo è valevole di farle aprire, e non hanno la ſteſſa forza; ſu queſto particolare li ſteſſi Piccapietra al primo aſpetto conoſcono la poſitura della pietra, che riteneva nella cava, ed anche i Muratori, ma non ſempre ſi ſottomettono all' attenzione di metterle a dovero.

Avendoſi a fabbricare in qualche luogo, ove ſiamo in neceſſità di ſervirſi di pietre di più qualità, ſi dovranno impiegare le più dure, e reſiſtenti, ove ſieno più eſpoſte al gelo, ed alle ingiurie, acciò meglio gli ſieno in iſtato di reſiſterle, riſervando le meno buone per i luoghi coperti nel mezzo delle muraglie.

Della

Della qualità de' Mattoni, modo, e tempo, con cui devonſi formare.

I Mattoni ſono uno de' capi principali d' una fabbrica, perchè non dappertutto ritrovanſi perſone grandi, che vogliano fabbricare con pietre di taglio, ed in altri luoghi, abbenchè ſiavi il comodo delle pietre, tuttavia reſtano queſti indiſpenſabilmente neceſſarj nella ſtruttura degli edifizj, per fare gli angoli retti, le pilaſtrate delle porte, e fineſtre, i voltini d'eſſe, gli archi, e volte, e finalmente l'oſſatura degli ornamenti sì interni, che eſterni; e potendo queſti moltiſſimo contribuire alla perfezione di un edifizio, ſtimai in dovere anche il parlarne.

La terra adunque giudicata migliore per fare li ſuddetti mattoni, biſogna, che ella ſiaſi di colore bianchigno, o griggio, graſſa, e forte, che non ſia arenoſa, nè giaroſa, eſſendo primieramente gravi, ed eſſendo dalla pioggia bagnati, facilmente ſi ſcioglino, e cadono dai muri, eſſer deono leggieri per non caricare la fabbrica, particolarmente quando devono impiegarſi in volte; evvi anche della terra roſſa propria per tal' effetto, ma peraltro non è della migliore, eſſendo ſoggetto tal ſorta di lavoro a ſfogliarſi, e non troppo abile a reſiſtere al gelo; ma preſcindendo dai lavori, giudicheraſſi della bontà della terra per farne i mattoni, ſe dopo una piccola pioggia caminandovi ſopra, attaccheraſſi alle piante, ed accumule-

muleravviſi in gran copia, ſenza che ella facilmente ſi diſtacchi.

Avendone adunque di tal ſorta di terra accumulata, o ſcelta quella quantità neceſſaria, quella faraſſi tagliare, aſpettando il tempo delle pioggie, affinchè eſſendoſi ben imbevuta, più facilmente s' impaſti, laſciandola per qualche tempo ripoſare, quindi di lì a qualche giorno, ricominciando lo ſteſſo, queſto faraſſi più volte, e ſe prepareraſſi all' inverno, ſarà ancora più a propoſito, operandovi allora molto quel piccolo gelo, che meglio la fa fiorire, e sfarinare; il tempo più a dovere per formarli, ſarà di Primavera, ovvero d' Autunno *al dir di Vitruvio*, acciocchè parimente ad uno ſteſſo tenore ſi ſecchino, eſſendo difettoſi quelli, che fannoſi al tempo del ſolſtizio, trovandoſi ſoltanto cotta la lor coperta ſuperfiziale dal Sole, fa, che pajano ſecchi, ed aridi, e non trovandoſi ugualmente al di dentro, fa, che eſſe parti ſeccandoſi ſi riſtringano, e la ſuperſizie loro ſi crepi, e ſenda, volendo detto Autore unitamente al Palladio, e Leon Battiſta Alberti, che ottimi ſieno quelli, che ſi formeranno due anni prima di cuocerli, ſe i mattoni fatti nella ſtagione avvanzata dell' Autunno, ſi copriranno con arida ſabbia, e nell' Eſtate con paglie bagnate, affinchè non ſi torcano, e ſendano.

Ma non ſempre avviene, che quel, che vuole fabbricare, abbia a far fare i mattoni, ma dovendoli il più delle volte accomprare, reſta anche neceſſario conoſcere i buoni dai cattivi; e Vitruvio racconta, che

gli

gli Uticeſi, affinchè non ſeguiſſero inganni ſu tal fatto, non permettevano, che s'impiegaſſero i mattoni, ſe prima non erano viſitati dal Magiſtrato preſidente; tralaſciandone adunque la dipendenza della bontà dal colore, ſi giudicheranno buoni quelli, che avranno un ſuono più chiaro; ſe poi dovrannoſi impiegare in luogo di riguardo, e delicato, come per eſempio in archi, pilaſtri, ed altri ſimili travaglj, ove debbono ſopportare gran peſo, ſarà neceſſario il prevedere a tale eſecuzione, per aſſicurarſi della bontà loro collo ſtenderli in terra, e quivi laſciarli durante l'inverno, per oſſervare, ſe il gelo li fa sfogliare, e non arrivandole alterazione veruna, potraſſi allora loro affidare con certezza qualunque ſorta d'impiego; ſe i mattoni ſaranno groſſi, dovrannoſi perforare in qualche luogo, affinchè tanto l'aria, che il fuoco poſſa meglio eſtrar loro l'umidità, e purgarli dagli umori, ma ſe ſaranno ſottili, non farà ciò di meſtieri, avvegnachè non reſteravvi umore in veruna parte.

Delle qualità dell' Arena.

L'Arena è una delle principali materie, che impiegaſi in un edifizio tanto per formare, e meſcolare colla terra de' mattoni, come per incorporare nella calce, onde perfino ſu queſta fa di meſtieri, che rivolgaſi la cognizione dell' Architetto, affinché poſſa riconoſcere la più, o meno abile per formare una

una ſoda calce, la quale ſi è il maggior ligame di una fabbrica.

Di tre ſorti vengonci commendate dagli Autori, cioè di cava, de' fiumi, e di mare: quella di cava, così vien detta, perchè ritrovanſi certe miniere di eſſa nel cavare la terra in più luogi, ove ſi trovano certi banchi, o vogliam dir ordini d' eſſa, i quali ben ſoventi cangiano d' eſtenſione, e d'altezza a miſura della differenza de' ſiti, da' quali viengli pur anche prodotta la diverſità del colore, ſul quale varj Antichi giudicavano della bontà di quella, ma i Moderni trovandoſi forſe più ampiamente convinti, pretendono, che il colore non abbia quivi che fare circa della buona, o cattiva qualità, riſtringendoſi adunque alla grana d' eſſa, quella giudicheraſſi migliore, la quale oltre d' eſſere ben purgata da ogni ſorta di terreno, ſarà più lucida, e traſparente, di ſorta che venendoſi a ſtroffinar tra le dita, mormori chiaramente, nè laſci le dita tinte da veruna ſorte di graſſo, o terra: dovraſſi pur anche ſciegliere nè troppo groſſa, nè troppo minuta, imperciocchè la prima tiene troppo ſpazio tra un mattone, e l'altro, e perciò fa, che non così ſodamente s' aſſetti la fabbrica, e la ſeconda è cagione, oltre di non aver corpo colla calce nel formare la malta, di ridurſi facilmente in polvere.

L'altra ſorta d'arena detta de' fiumi, a motivo che dal ſeno d' eſſi ricavaſi, dovraſſi preferire a quella di cava, trovandoſi meno craſſa, e più pura, abbenchè ſia vero, che in più luoghi facilmente ritroviſi nell'

nell' eſcavazione delle fondamente certe cave d' arena, le quali per facilitare l'impreſa, pare, che non debbanſi ſprezzare, deveſi nulladimeno contro ad un motivo così valevole ben avvertire di non laſciar impiegare certa ſorta di cattiva arena, che il più delle volte trovaſi eſſere terra indurita, ed arenoſa.

Tiraſi dal letto de' fiumi l'arena con certe zappe fatte per tal uſo, ed eſcavandola maggiormente ſi lava, quella poi, che pigliaſi più vicina alle ſponde, per l'ordinario è più meſchiata con terreno craſſo, che nel tempo delle piene vi ſi depone ſuperiormente il torbido, ed ivi formaſi ſuperficialmente una ſpezie di coperta, onde di queſta ſarà bene l'aſſicurarſene col lavarla; quella di mare viene dall'Alberti riprovata meno abile alli uſi della fabbrica, perchè toſto ſeccaſi, e ſciogliendoſi per cagione del ſalſo s'inumidiſce, e ſpargeſi, onde malagevolmente ſoſtiene i peſi; e finalmente cattiva ſarà quell' arena, che molle, e non aſpra, e che meſchiata nell' acqua la fa torbida, e fangoſa, e che laſciata a mucchio produrrà erbe, al che è più atta quell'arena, che ſarà lungo tempo ſtata al ſole, al ſereno, alle brine, impregnandoſi queſta di terreno, e marcio umore, onde all' uſo delle fabbriche vien giudicata men ferma.

Delle

Delle varie qualità della Calce, e modo d' impaſtarla.

DEveſi la calce riguardare come una delle principali coſe in una fabbrica, ſovra la quale deveſi preſtare tutta l' attenzione, mentre che nella ſtruttura d' un edifizio altro non debbeſi avere in penſiero, che di ſcegliere in tal guiſa i materiali, che tra di loro convenganſi, acciocchè di eſſi poſſaſſene fare un compoſto tale, che uniſca le parti, in guiſa che un muro raſſembriſi ad una pietra ſola.

Se veniamo all' origine della calce, altro quella non troveremo eſſere, che una pietra diſciolta dal fuoco, che ſtempraſi nell' acqua, pel cui effetto ſcielgonſi delle pietre duriſſime, peſanti, e bianche, fra le quali trovaſi migliore il marmo, entro delle quali quelle ſaranno migliori, che di freſco ſaranno ſpezzate, di quelle, che ſi raccolgono già da qualche tempo diſperſe. Quella, che faſſi di certe pietre ſpongoſe, e dure, che trovanſi tanto nelle campagne, che nei fiumi, trovaſi più atta alle intonacature, eſſendo più facile allo ſtenderſi, e facendo più polito il lavoro.

Per bagnare poi la calce faraſſi un recipiente, o mortajo in terra, vicino al quale approfonderaſſene maggiormente un altro di maggior capacità, e mettendone nel ſuperiore una baſtevole quantità d' eſſa, vi ſe gl' infonderà una proporzionata quantità d' acqua per iſtemprarla, dovendola ben ſoventi rimuovere colla paletta

a tal uſo deſtinata, ſinchè ſiaſi ridotta ben liquida, dopo del che aprendo il buco, che nell'eſtremità del recipiente ſi laſcia, faraſſi traſcorrere nell' inferiore continente, ove laſcieraſſi ripoſare, ſinchè acquiſti maggior conſiſtenza, e quanto maggior tempo avanti prepareraſſi, tanto più ſarà abbondante. Meſchiaſi queſta per impiegare nella fabbrica con due terzi di arena, e queſto più, o meno, ſecondo la migliore qualità, avvegnacchè trovandoſi la ſuddetta calce fatta, e preparata a dovere, richiede ſino a tre quarti d'arena ſu d'un quarto di calce; non volendola impiegare, non eſcaveraſſi dal ſuo recipiente, affinchè sì il caldo, che l'umido non le alterino la bontà, anzichè laſcieraſſi ricoperta di un palmo d'arena ſu tutta la ſuperfizie.

Avendo poi a fabbricare nell' umido, meſcoleraſſi colla calce la polvere di Pozzolana, che trovaſi in Italia nel territorio di Baja, avvegnacchè facilmente ligaſi, e ſeccaſi colle pietre, abbenchè foſſe nel mare, o ne' fiumi, volendo i Chimici, che queſta polvere altro non ſia, che terra calcinata da' ſotterranei fuochi, che all' incontro dei ſiti, ove ricavaſi continuamente da' monti, riſplendono, e che queſto ſia il motivo valevole per contribuirle tale proprietà.

In Fiandra ſervonſi ancora per meſcolare colla calce, allora quando vogliono fabbricare nell'acqua, della cenere detta *di Fournaj*, la quale viene depoſitata nelle fornaci della calce, che cuoceſi con carbone di terra, e come che tal depoſito viene formato da certe particole sì di pietra, che di carbone calcinate; di quì è, che

è, che la detta cenere ſarà di un buoniſſimo uſaggio per comporre una malta forte. Le proprietà della qual cenere vengono aſſai chiaramente deſcritte da *M. De Bellidor* nel tenor ſeguente.

„ Dimoſtrandoci l' eſperienza, che le pietre dure „ ſieno le più a dovere per far la calce più forte, e „ tenace, e che queſta maggiormente ſi lighi ne' ſiti „ paludoſi, ed umidi, allora quando ſi meſchia col „ carbone, o macchiaferro, che tiraſi dalle fucine, non „ ci dovrà cauſar maraviglia, ſe la cenere, della quale „ poco fa parloſſi, ſortirà il medeſimo effetto, par- „ ticipando queſta le medeſime proprietà delle due „ ſovr' accennate materie, eſſendo inconteſtabile, che „ quelle particole di carbone, che trovanſi diſperſe „ nella cenere, infondano in eſſa la proprietà d' in- „ durirſi nell' acqua, eſſendo parere de' Chimici, che „ la durezza de' corpi provenga da' ſali, che vi ſi li „ trovano diſperſi; eſſendo quelli, che tengono le parti „ loro unite, in modo che, giuſta il parer loro, la „ diſtruzione de' corpi duriſſimi cagionatali coll' andar „ del tempo, facciaſi per conſonzione de' ſali, che „ traſpirazione ſvaporino, i quali ſali ritrovandoſi in- „ fuſi nella cenere ſuddetta, poſſano più agevolmen- „ te comunicarli la qualità d' indurirſi.

Di queſta tal cenere, come anche della Pozzolana ſe ne ſervono per comporre il bittume per intonaccare le terrazze, il qual ſi prepara a queſto modo.

Scielta la calce della migliore, e più forte, ſe ne prende in quantità tale, che ſi poſſa impiegare in una ſettimana, con ciò però, che detta calce ſia aſciutta, e diſten-

diſtendendola ſopra un piano, o in un recipiente, quindi bagneraſſi per diſciorla, di poi copriraſſi con altra malta già impaſtata per un piede d'altezza, laſciando tal coſa in ripoſo per due, o tre giorni per dar luogo alla calce ſuddetta d' intieramente ſtemprarſi; dopo del che venendo colle ſolite palette da meſcolare, ſi riſolverà tutto in un corpo ſolo, indi laſciandola di nuovo in ripoſo per due, o tre giorni, ſepareraſſene il giorno avanti di metterla in opera una parte, ritornandola ad incorporare di nuovo, bagnandola di tanto in tanto, ſinchè ſi veda eſſere di buona conſiſtenza; ma peraltro in Italia non molto ſono permanenti, e maſſimamente nell' inverno il freddo, ed umido concentrato nei pori lo fa agevolmente ſcroſtare.

Del modo di fondare in ogni ſorte di Terreni.

PRia d' ogn' altra coſa deveſi aver riguardo di aſſicurare l'edifizio nelle fondamenta, non eſſendovi coſa meno ſcuſabile, che il vedere alcune volte certe fabbriche, che appena ſono arrivate al coperto, che minacciano in qualche parte rovina per mancamento prodotto dalla qualità, e differenza del ſuolo, che il più delle volte nello ſteſſo edifizio viene in varj luoghi alterato. Ciò non oſtante dimoſtreraſſi come aſſicurar debbaſi l' Architetto riguardo alla cognizione del ſuolo, ſul quale ha da piantare la ſua fabbrica. La prima qualità del fondo ſarà quella di Rocho, o Tuffo,

ſul quale ſi fonda ſicuramente, allora quando eſſendoſi abbaſſato ſul ſolido, iſpianeraſſi ugualmente dappertutto, per aſſodar maggiormente il primo corſo, e ſe nell' allineamento della fabbrica vi s' incontraſſe la pietra, o piuttoſto ſe foſſimo nel caſo d' aver a fondare ſulla medeſima, reſtandoci coſa aſſai difficultoſa lo ſcarparla per formare il piano poc' anzi deſcritto, allora potraſſi accomodare la baſe della fabbrica alla figura del ſaſſo ſoltanto, con incavare in eſſo varj piani in figura di gradini, i quali piuttoſto ſieno per inclinare verſo l' angolo rientrante, che verſo il ſaliente, i quali trovandoſi ben ripianati, daranno luogo ad un buon fondamento, non elevando il muro ſu eſſi, ſinchè il reſtante corpo non ſia allo ſteſſo livello, acciocchè meglio poſſaſi colligare.

Avendo poi a fondare ſopra un ſaſſo molto diſuguale, ove non ſia così praticabile lo ſpianamento ſovra accennato fatto a gradini, e che la figura di eſſo ſaſſo ſia in tal guiſa irregolare, alla quale difficilmente poſſanſi accomodare i materiali, vedrannoſi di accomodare le più ſenſibili irregolarità ad una minore diſugualianza, quindi eletta la groſſezza del muro, che intendeſi fondare, faraſſi ſu tal grandezza più caſſette dette cofani, i quali nella parte inferiore s' accomodino il più, che ſi può alla figura del ſaſſo, e nella parte ſuperiore ſi laſcieranno orizzontali, i quali cofani ſi faranno di groſſe tavole di Rovere, o d' altro legno forte ben inchiodate, quindi fatto un bitume di varj avanzi di pietre, ed altri materiali minuti impaſtati con malta forte dopo averli laſciati

ripo-

ripoſare un giorno, o due al più, devonſi riempire di detto bitume con violenza i detti coſani, facendo battere la materia ſuddetta a forza di maſſe ferrate, come faſſi nelle ſelciate delle contrade, ſin a tanto, che ſi aſſicuri, che il bitume ſuddetto ſiaſi infuſo in tutti i piccoli voti del ſaſſo, di poi di lì a qualche tempo, indurito che ſiaſi detto bitume, ſi ſerviremo dei coſani per traſportare altrove, e dovendoſi accomodare alla montuoſità, ſi metteranno i detti coſani più, o meno elevati, e ſe non avremo di biſogno di due ſponde, ſervendoſi da una parte dell'opportunità del ſaſſo ſcarpato, allora ſarà baſtevole da una parte ſola.

L'altra qualità di terreno, ſul quale ſi puol fondare, ſi è la giara, o ſabbia, la quale dovrà eſſer ferma, e dura, queſta diſtingueſi dalla men buona al picchio, che faſſegli ſopra nell'approfondare l'eſcavazione delle fondamenta, quando con gran difficoltà ſi ſepara, e maggiormente ſi potremo aſſicurare della ſolidità, con fare varie prove in più luoghi col palo di ferro, oſſervando, ſe dappertutto ſiavi uguale la reſiſtenza, ſu qual fondo appoggieraſſi ſicuramente la baſe di una fabbrica, dopo d'averlo ben iſpianato, come ſi è detto diſopra, facendo, che tutto il fondamento ſino a livello dell'orizzonte s'elevi in forma piramidale troncata, affinchè trovandoſi il muro nella baſe maggiormente dilatato poſſa comprimere maggior quantità di terreno, ed anche a motivo, che il reſtante muro poſi ſul centro.

Alcune volte pertanto nel ricercare il fondo buono ſiamo in dovere d' abbaſſarſi molto, dal che ne viene cagionata eccеſſiva la ſpeſa della fondazione ſino al piano di terra, ma in quel caſo ſi cavano pozzi di diſtanza in diſtanza, ove ſi fanno alcuni pilaſtri regolati in guiſa, che corriſpondano ai vivi ſuperiori, ſulli quali ſi fanno le opportune arcate, che ſoſtentano tutto il peſo della fabbrica. Ma in queſti caſi potrebbe avvenire, che il fondo, ſul quale vengono appoggiati i diverſi pilaſtri, non ſia d' un uguale reſiſtenza dappertutto, e che per il ſuppoſtoli peſo venga qualcuno d' eſſi a trovarſi più oppreſſo, per il cui effetto fu approvato da varj Autori il farle certe arcate al roveſcio, come *nella figura* 2., le quali appoggiandoſi colla conveſſità loro al ſuolo ben battuto, vengano ad impoſtarſi in due pilaſtri, e queſti in caſo, che foſſe per cedere qualcuno d' eſſi, potrà ſoſtentare la parte più biſognoſa.

Avviene ancora, che nel voler ſtabilire le fondamenta s' incontrino alcune ſorgenti, che ſieno di grande incommodo, e danno all' opera, ſu qual coſa varj ſi praticano li mezzi, fra quali pretendono alcuni, che gettando nella ſorgente una quantità di cenere, e calce viva, quello componga un bittume baſtevole per otturarle, ed impedirle il corſo, altri gettandovi nell' apertura dell' argento vivo, entrano in ſenſo, che per il ſuo peſo violenti l' acqua per un altro canale, ma il più ſicuro ſi è di farvi a lato una ſpezie di mortajo, nel quale ſi tramandi per un piccol canaletto la ſorgente, dal qual mortajo col mezzo di macchine

ſi

ſi ſcavi l' acqua, a ſegno che ci dia luogo di fondare a ſecco, quindi vedraſſi, ſe ſarà coſa praticabile d'allontanarle, con farle prendere un altro corſo.

La terza ſorta di fondo, ſul quale ſi può fabbricare, ſi è la terra graſſa forte, ſulla quale deveſi avere gran precauzione, a riſerva, che non ſi trovaſſe ben ferma, e che aveſſe un ſuolo di conſiderabile altezza, allora potraſſele fondare a dirittura ſicuramente, ma il più delle volte approfondandoſi nel voler cercare un miglior terreno, trovaſi peggiore, dovraſſi in quel caſo aſſicurare la fondazione col mezzo della craticola fatta di travi in angolo retto commeſſi, riempiendone i vacui di buona materia, piuttoſto col farvi un piano di groſſe tavole ben inchiodate, dovendoſi ben colligare la muraglia ugualmente ſino al piano di terra, il qual piano di craticola dovrà avanzare quanto ſi può dal vivo del muro, affinchè comprima maggior quantità di terreno, e ſe ſarà neceſſario di palificare ſotto la detta craticola, ſciegliendo i migliori boſcami, i quali ſi faranno entrare quanto ſi ſtimerà a dovere nel terreno, e la maniera di fare le palificate ſarà la ſeguente. Stabilita la larghezza del muro, che deveſi fondare, s'incomincierà per fare un ordine di palificate dalla parte di fuori, e l'altro dalla parte di dentro, quindi a proporzione della larghezza del muro ſe ne metteranno più ordini al di dentro, quindi uguagliati tutti ad uno ſteſſo livello ſovra i medeſimi, comincieraſſi a fare un telaro in piano per il longo del muro; indi facendone un altro per il traverſo, inchiodandoli nelle teſtate de' pali, che li cor-

riſpondono; dopo del che continuando a palificare nei vacui, formeraſſi un ſodo piano, ſul quale potraſſi aſſicurare la baſe della fabbrica.

Nel fare poi le palificate avraſſi riguardo nel ſituare ſempre i più longhi, e robuſti negli angoli, e nelle parti di fuori, e dal primo, che ſarà infiſſo, ſinchè ricuſi di più inoltrarſi, ſi prenderà cognizione della lunghezza, e groſſezza degli altri, che nel medeſimo ſito devono eſſere impiegati. Si farà la parte da baſſo in punta, acciocchè più facilmente s' inoltri, e per indurirla di vantaggio faraſſi abbruſtolire; e ſe dovraſſi palificare in ſiti pietroſi, allora dovraſſi armare il palo con una punta di ferro, e nella ſommità parimente dovraſſi inveſtire con un cerchio di ferro, acciò nel batterlo non ſi riſenta, ed apra. Leon Battiſta Alberti entra in parere, che il martello, che ha da percuotere la teſta del palo ſia piuttoſto leggiero, che grave, e che i colpi debbano eſſere tanto frequenti, che più ſarà poſſibile, ma queſte oſſervazioni meglio ſono inteſe da' Meccanici, onde reſta ſuperfluo lo ſcriverlo.

Avendo poi da fondare nel mare, vuole Vitruvio al cap. 12. lib. 5, che ſi facciano certi caſſoni di legno chiuſi con tavole inveſtite le une nelle altre, e quelle mandate nel fondo s'accomodino eſattamente al ſuolo; quindi con macchine proprie per eſtrarre l' acqua s' evacuino detti caſſoni, e preparata la materia di calce, pozzolana, e pietre, tutto ben incorporato, e meſcolato di già nel mortajo, con eſſa ſi riempiſca a gran forza il detto ſito, che in tal guiſa

farà

farà preſa mirabile nell'acqua ; e ſe per l'incomodo del mare , o altra corrente non foſſe praticabile un tal mezzo , allora ſuggeriſce d' incominciare ſulla ſpiaggia a fare un letto fermiſſimo della grandezza del muro , che s' intende gettare , o fare , il qual letto in vece d' eſſere a livello , ſi faccia pendente dalla parte del mare iſteſſo , al qual letto farannoſi le ſue ſponde di fortiſſimi tavoloni ben ferrate , in guiſa che accomodandoſi alla pendenza del letto , riducano la ſuperfizie ad un perfetto orizzonte , quindi uguaglieraſſi a livello delle ſponde il piano ſovraccennato , con riempire il ſito reſtante d' arena , ſulla quale formeraſſi un pilaſtro di qualſivoglia grandezza, il quale ſi laſcierà fare la dovuta preſa ; di poi tagliata la ſponda dalla parte dell' acqua , a poco a poco ſcemandoſi l' arena , caderà il pilaſtro , o priſma da per ſe ſteſſo , il che replicando , ſinchè farà di meſtieri , faraſſi luogo a ſormontare il livello dell' acqua , e andar innanzi al biſogno .

In più luoghi pertanto , maſſime ſul mare ſi pratica diverſamente , cioè col metodo rapportato da Mr. De Bellidor , ed è , che volendo fondare nel mare , eletto il ſito ſi caricano più baſtimenti di pietre , e gionti al ſito cominciano a ſcaricare le medeſime , per vedere d' uguagliare le monſtruoſità irregolari , ma queſte ſi getteranno in un ſito molto più ampio, affine d' aver luogo , oltre la ſcarpa, che da per loro ſi fanno , di un conſiderabile ritaglio , per aſſicurarne maggiormente la baſe ; di poi avendo in pronto tutti i materiali , cioè di calce , pozzolana , e pietre

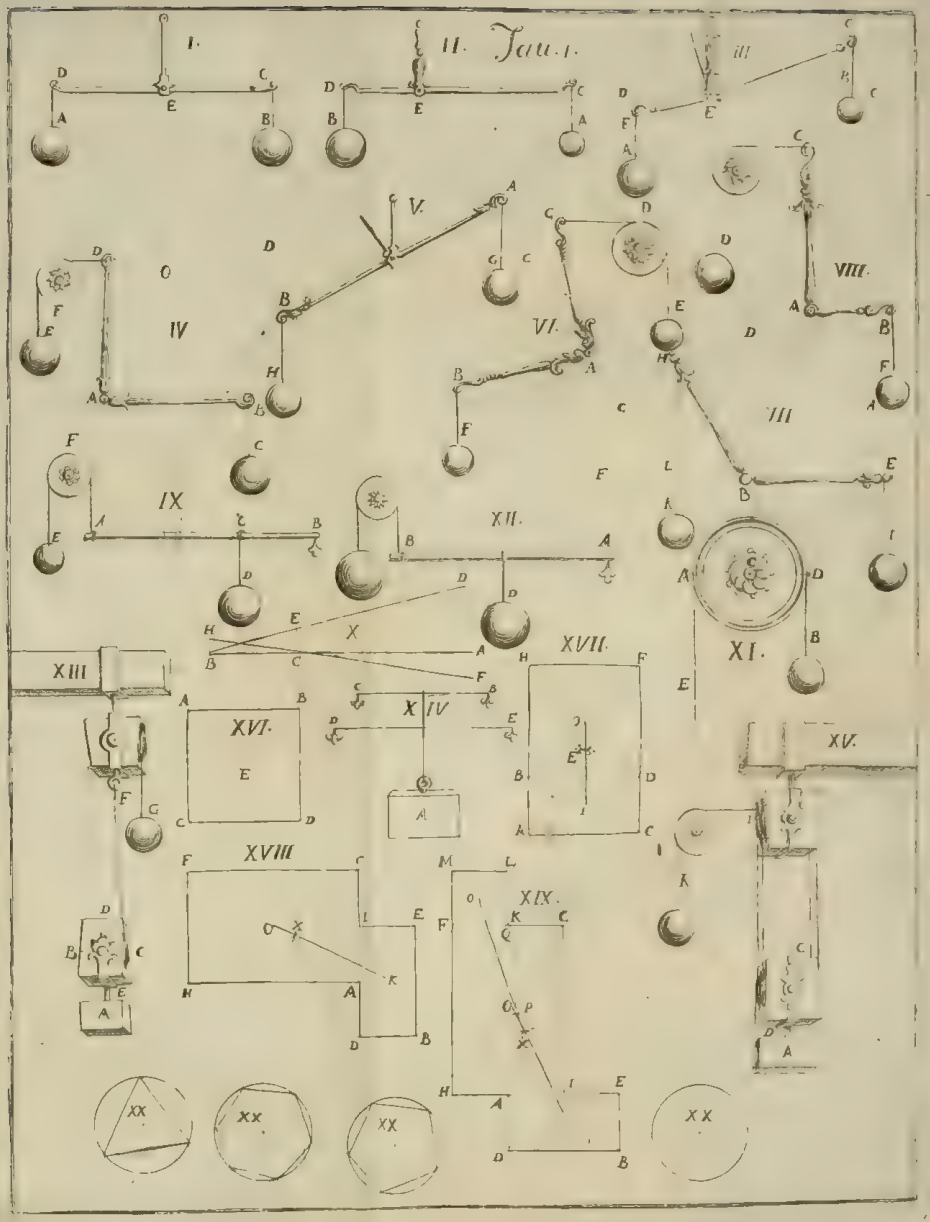
inſieme

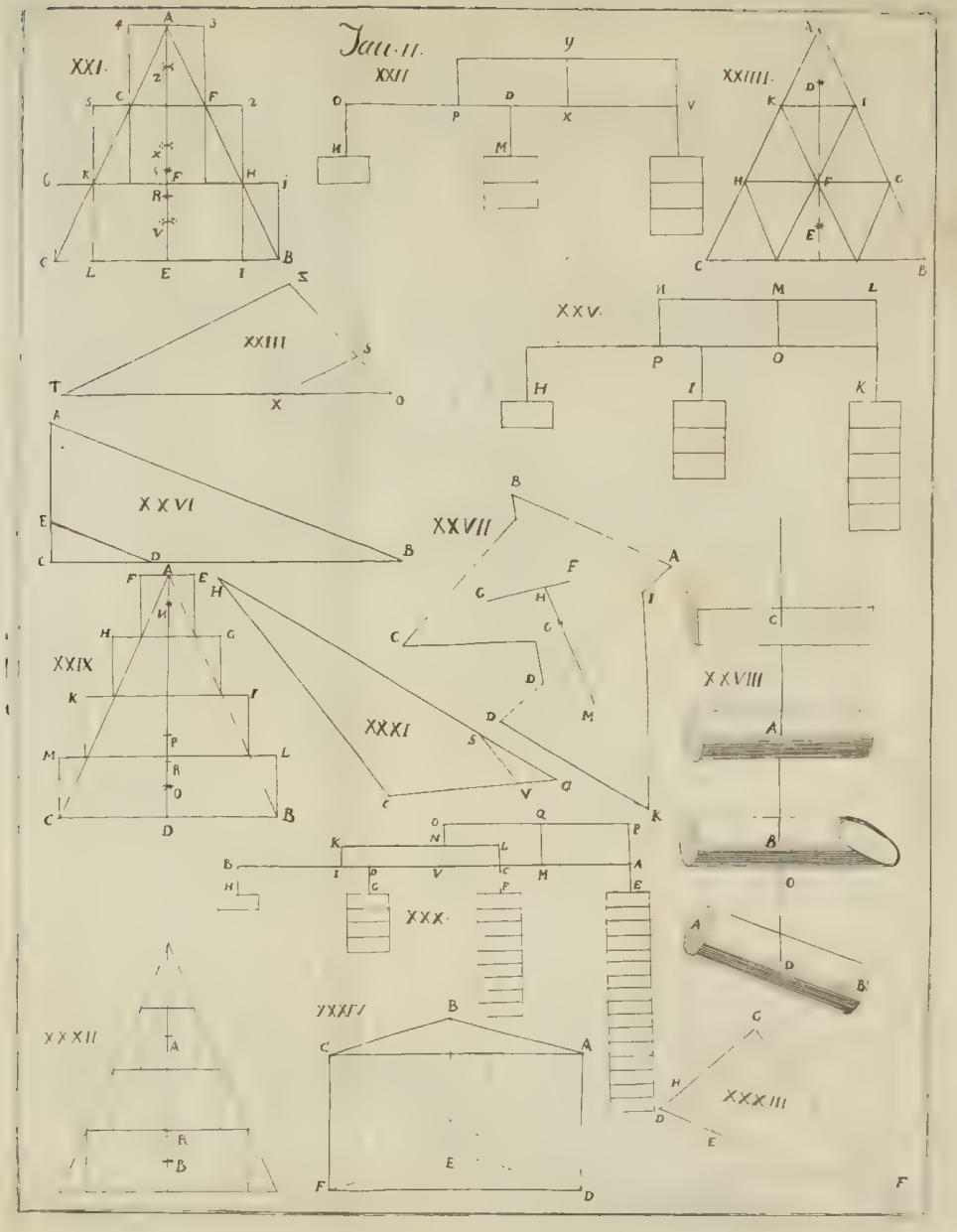
inſieme miſchiate, ſi getteranno là ſopra, e queſto gettandoſi a gran copia, farà una maſtice tale, che renderà l'opera di ſolidità durevole, ed abbenchè non ſi poteſſe travagliar di continuo, non le farà nocivo di ripigliarlo in più fiate ſino quaſi a livello dell'acque; di poi per più aſſicurarſi della ſolidità dell'intrapreſa, ſarà ben fatto il laſciarlo per più anni eſpoſto all'inconſtanza de' flutti, affinchè maggiormente s'aſſodi; ſulla qual manifattura faraſſi una ſoda craticola con groſſi travi, prima poſti per traverſo, poi per lungo, ben inchiodati nelle loro teſtate, ſopra la quale ſi ſtabilirà la baſe dell'edifizio. Quanto poi alli ritaglj, che nel corſo dell'edificare deono farſi alle muraglie, certa coſa è, che non vi è concorde opinione tra gli Autori, avvegnachè in que' caſi ciaſcuno deve regolarſi con giudizio tale, che la fabbrica ſi mantenga ſenza peli, e fiſſure, eſſendo infallibile, che ogni muro tanto avrà più di ſodezza, allora quando ſarà più dilatato nella ſua baſe.

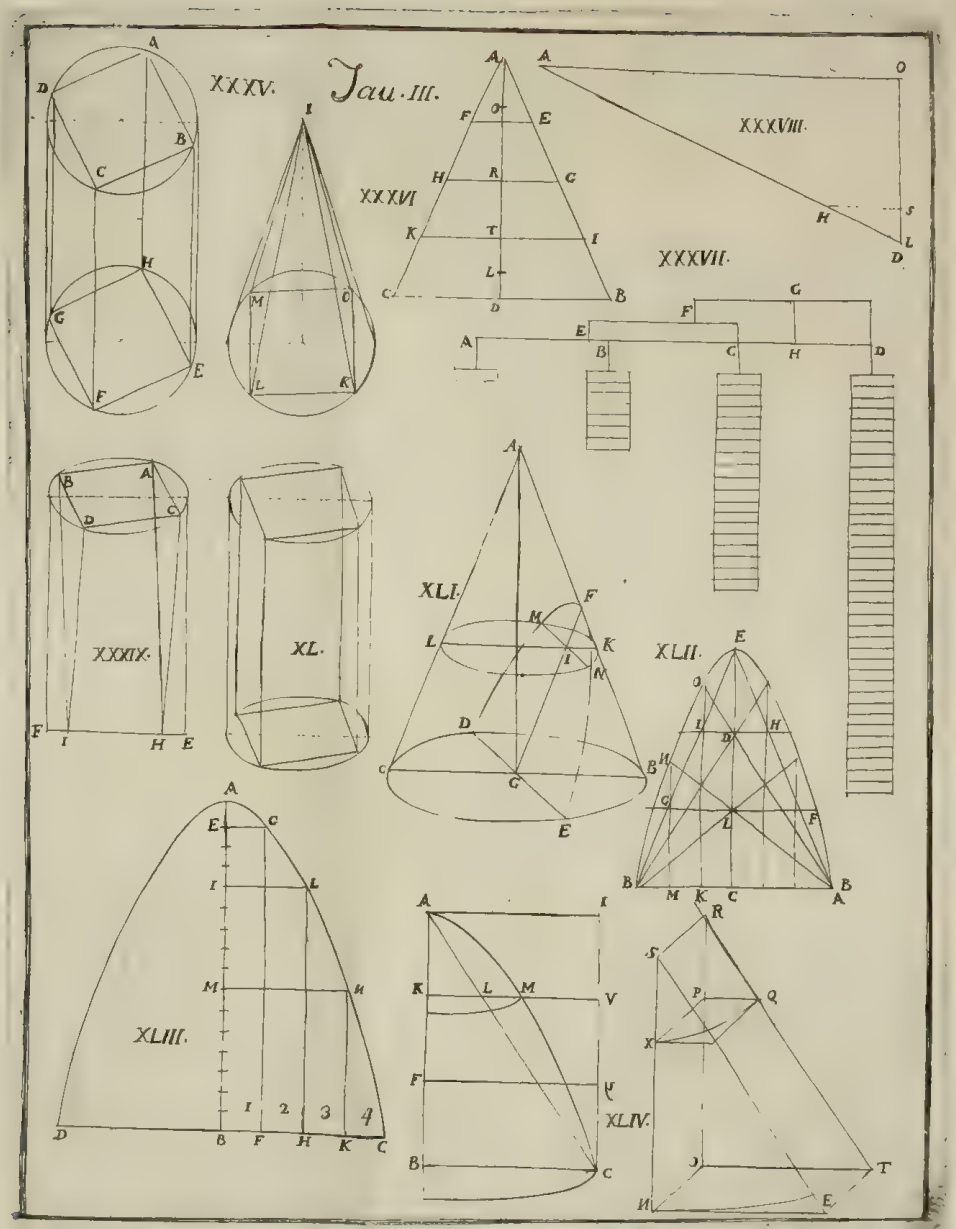
Quanto alle maniere di murare, credo, che ſarà piuttoſto coſa nojoſa il trattarne, eſſendo iſpezione piuttoſto de' Capi Maeſtri, che degli Architetti il far conſtrurre, e ligare a dovere una muraglia, tanto più, che venendo il caſo, l'Architetto deveſi aſſicurare coll'aſſiſtenza d'un abile Sopraſtante, tuttavia rapporterò quivi le varie maniere de' muri deſcritti da Palladio, e Vitruvio, e prima deſcriveremo la reticolata ſegnata nella tavola colla lettera A, della quale a' tempi noſtri non ſe ne ſerve alcuno,

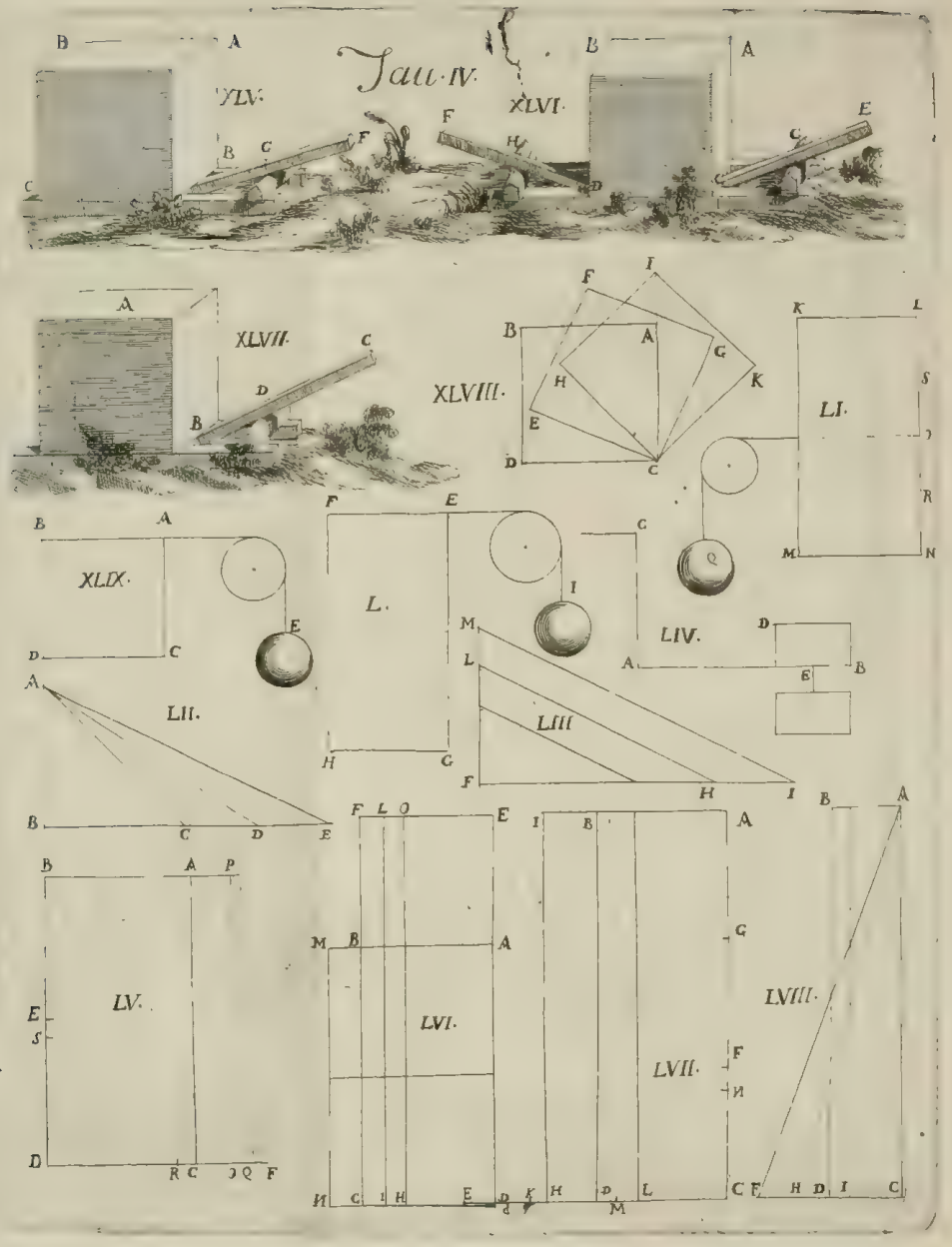
cuno, la quale faceaſi con quadrelli di cotto poſti in angolo, alla quale facevano le cantonate di mattoni poſti in piano, di poi di diſtanza in diſtanza facevano continuare le cintole per iſpianare i corſi del muro. La ſeconda è l' incerta ſegnata colla lettera B, della quale ſi ſervono a' tempi noſtri per fare le muraglie di recinto, ed in più luoghi per le fondamenta, ed è compoſta di pietre, e mattoni, dei quali faſſene pur anche le cinture ad una poca diſtanza colle cantonate, le quali pietre devonſi collocare nel modo ad eſſe più comodo. Di pietre quadrate ſarà facile lo intenderne la dimoſtrazione, avvegnacchè mettendole in opera, le une per lo longo, le altre per lo traverſo ſi accomoderanno in guiſa, che le commiſſure ſuperiori riſpondano alla metà delle lunghezze inferiori, come dal muro D ſi può vedere. Il muro parte di pietre quadrate, e parte di cementi, faraſſi come nel muro C in forma di caſſette, le quali ſi riempiranno di cementi, i quali ſi ſpianeranno di tratto in tratto con un ordine intiero di pietre grandi. L' ultimo è quello fatto tutto di cementi, il quale procureraſſi di rendere alla maggior ſolidità poſſibile nell' accomodar le pietre a dovere, al qual muro dovraſſegli almeno fare le cantonate di pietra quadrata, o almeno di mattoni, per darle maggior ſuſſiſtenza, l' eſempio del quale vedeſi nel muro E.

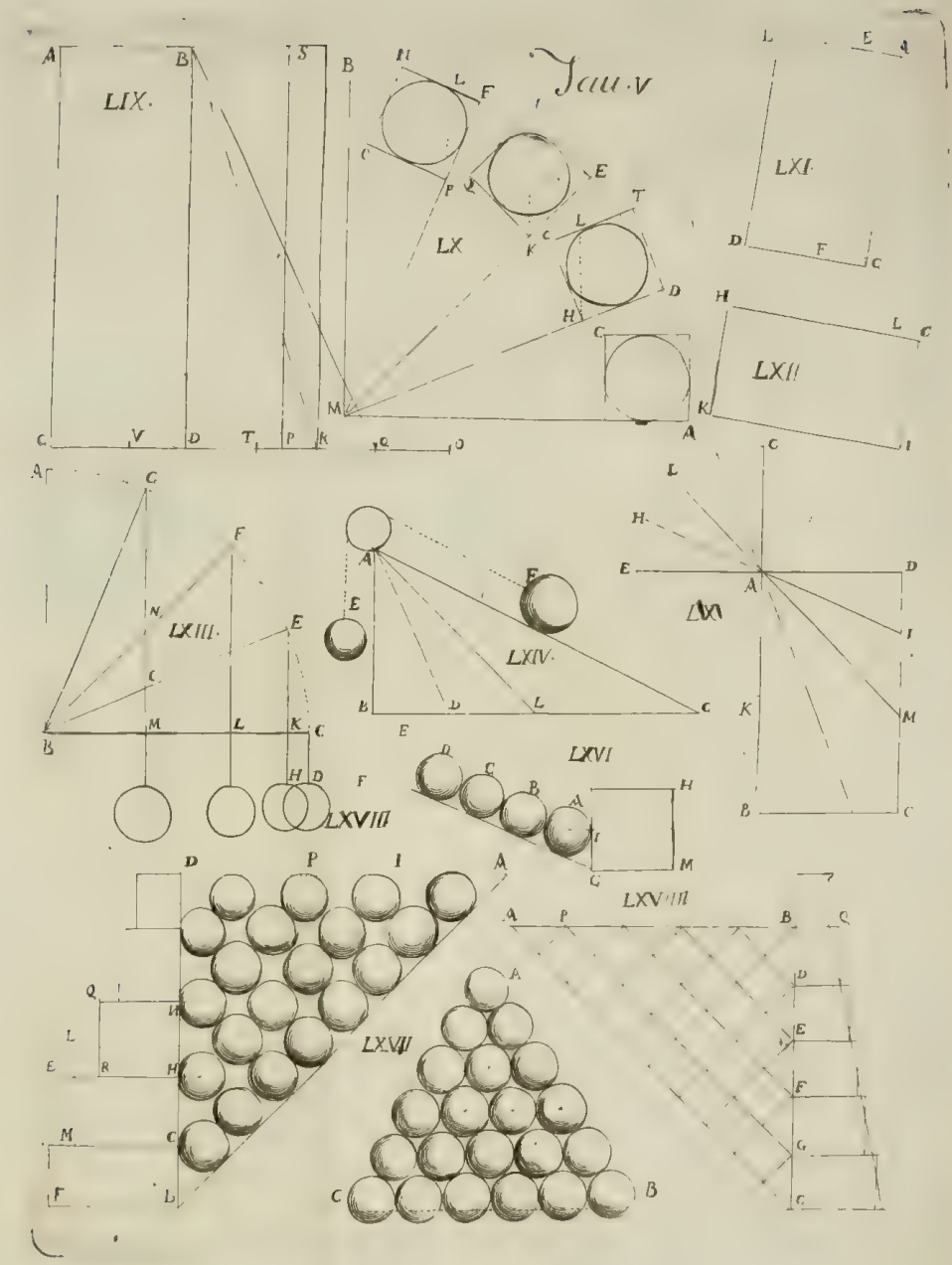
B
E
C
A
D


Tau. I.
I.
II.
III
IV
V.
VI.
VII.
VIII.
IX
X
XI.
XII.
XIII
XIV
XV.
XVI.
XVII.
XVIII
XIX.
XX


Tab. II.
XXI.
XXII
XXIIII.
XXIII
XXV.
XXVI
XXVII
XXVIII
XXIX
XXX.
XXXI
XXXII
XXXIII
XXXIV
F


Tau. III.
XXXV.
XXXVI
XXXVII.
XXXVIII.
XXXIX.
XL.
XLI.
XLII.
XLIII.
XLIV.


Tau. IV.
XLV.
XLVI.
XLVII.
XLVIII.
XLIX.
L.
LI.
LII.
LIII
LIV.
LV.
LVI.
LVII.
LVIII.


Jau. V
LIX.
LX
LXI.
LXII
LXIII.
LXIV.
LXV
LXVI
LXVIII
LXVIII
LXVIII
LXVII

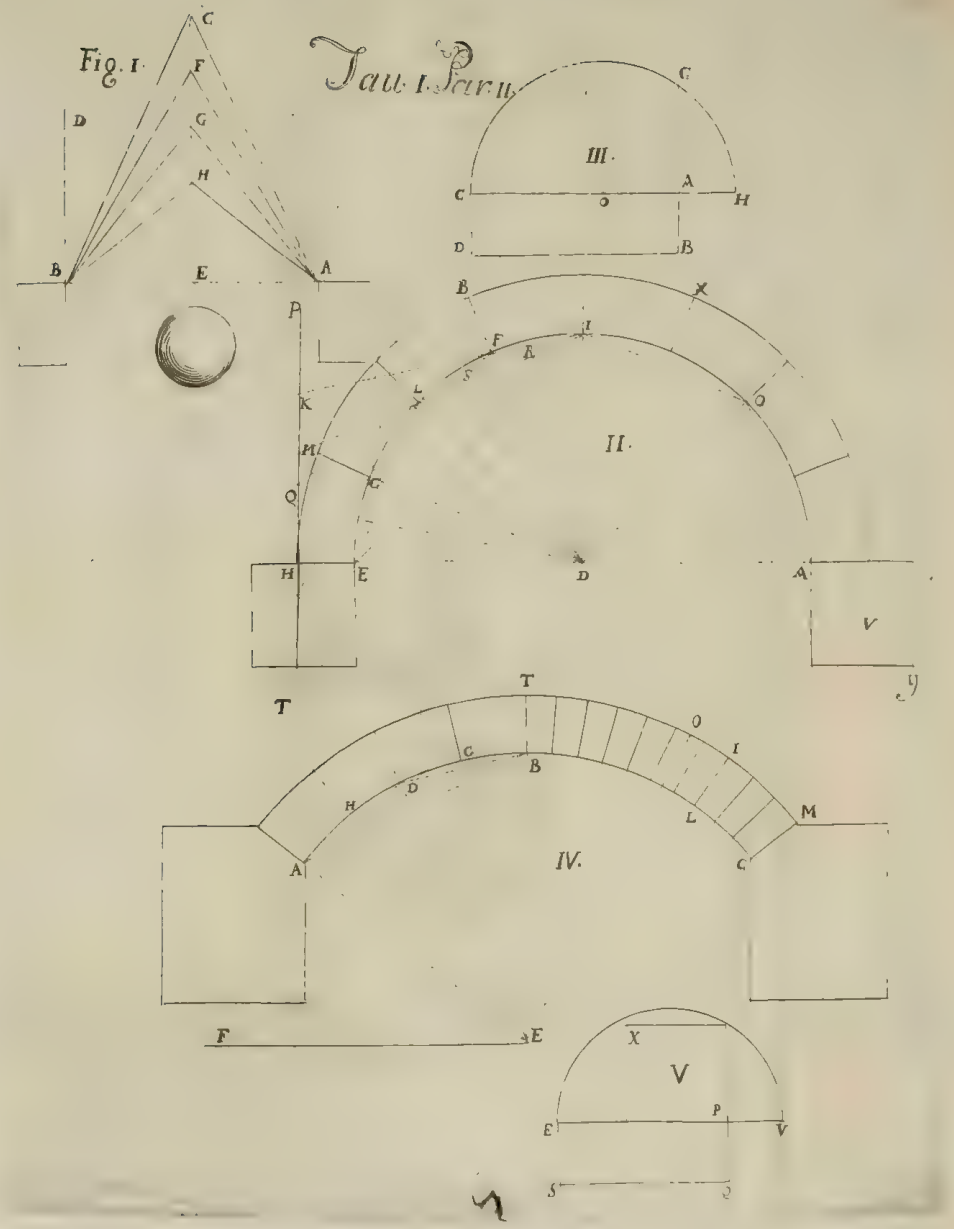
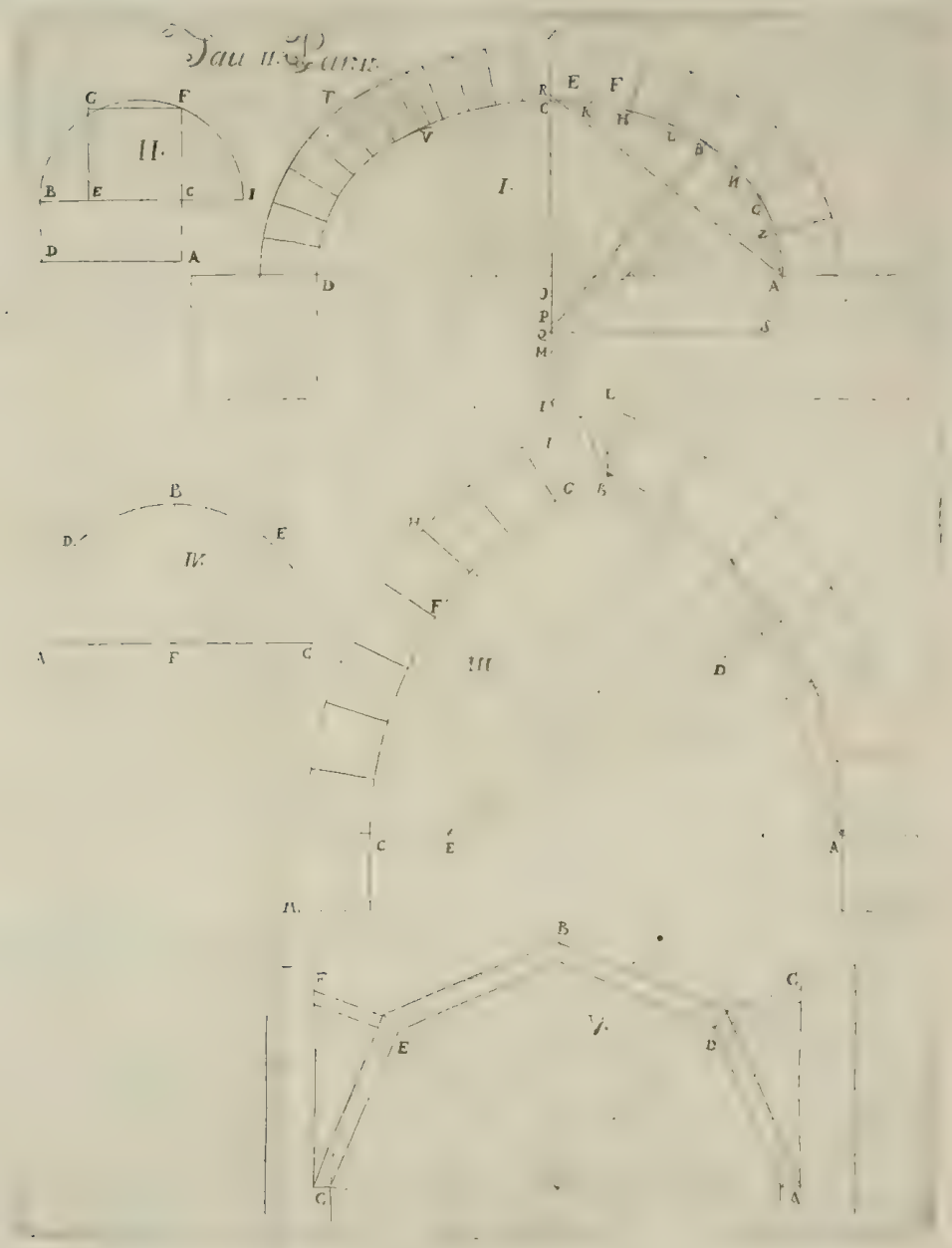


Fig. I.
Tav. I. Par. II.
III.
II.
IV.
V
T


Tau II. Part.
II.
I.
IV.
III
V.

Tau. 3. Par. 2.

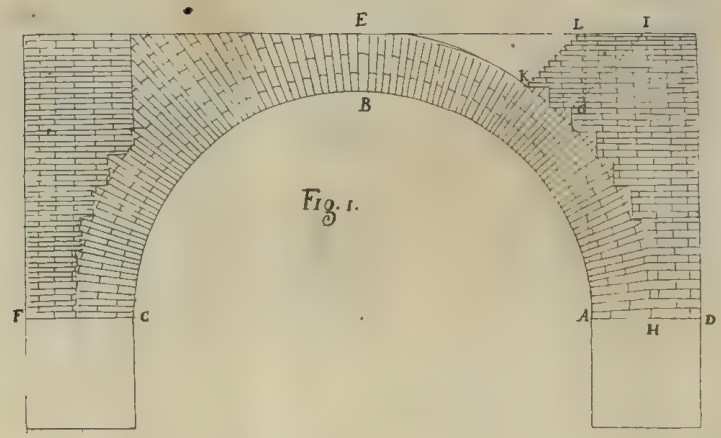


Fig. 1.

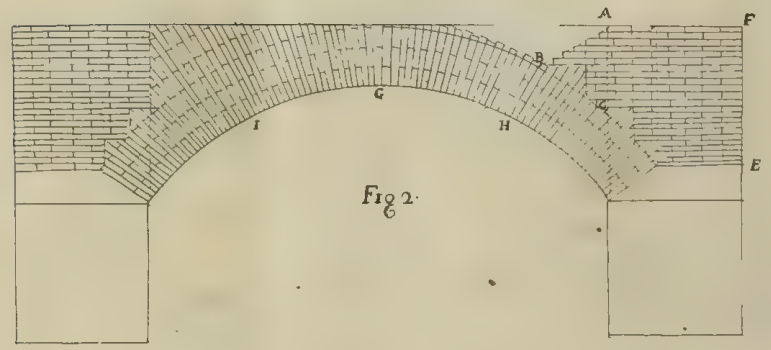
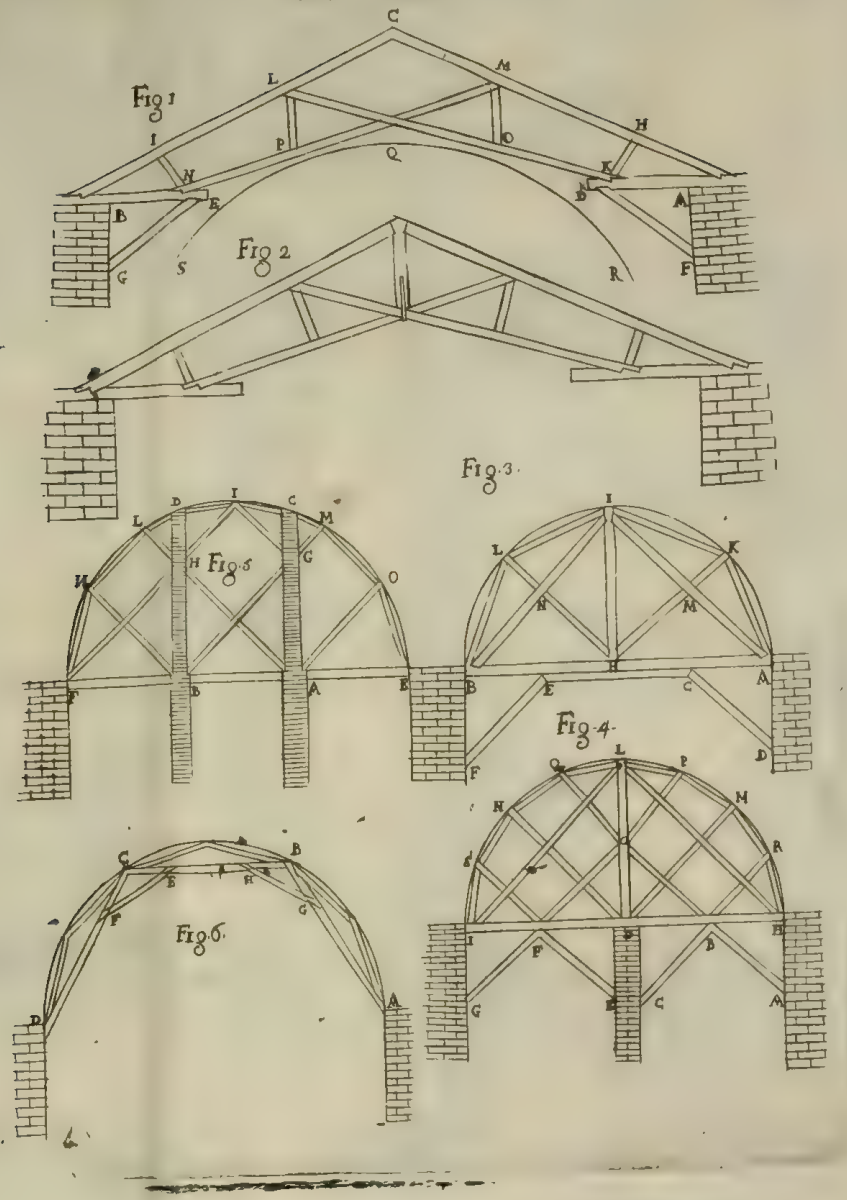
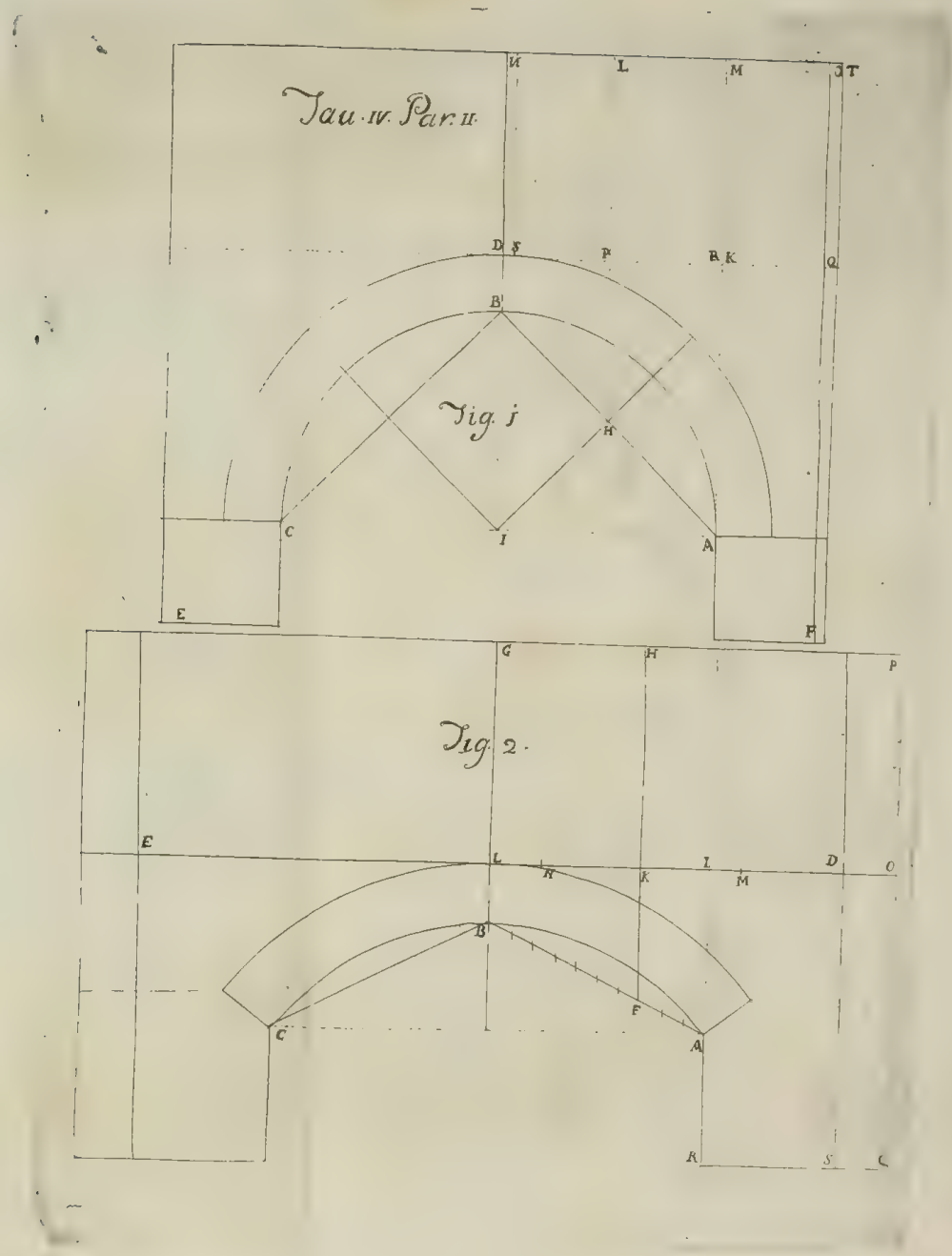
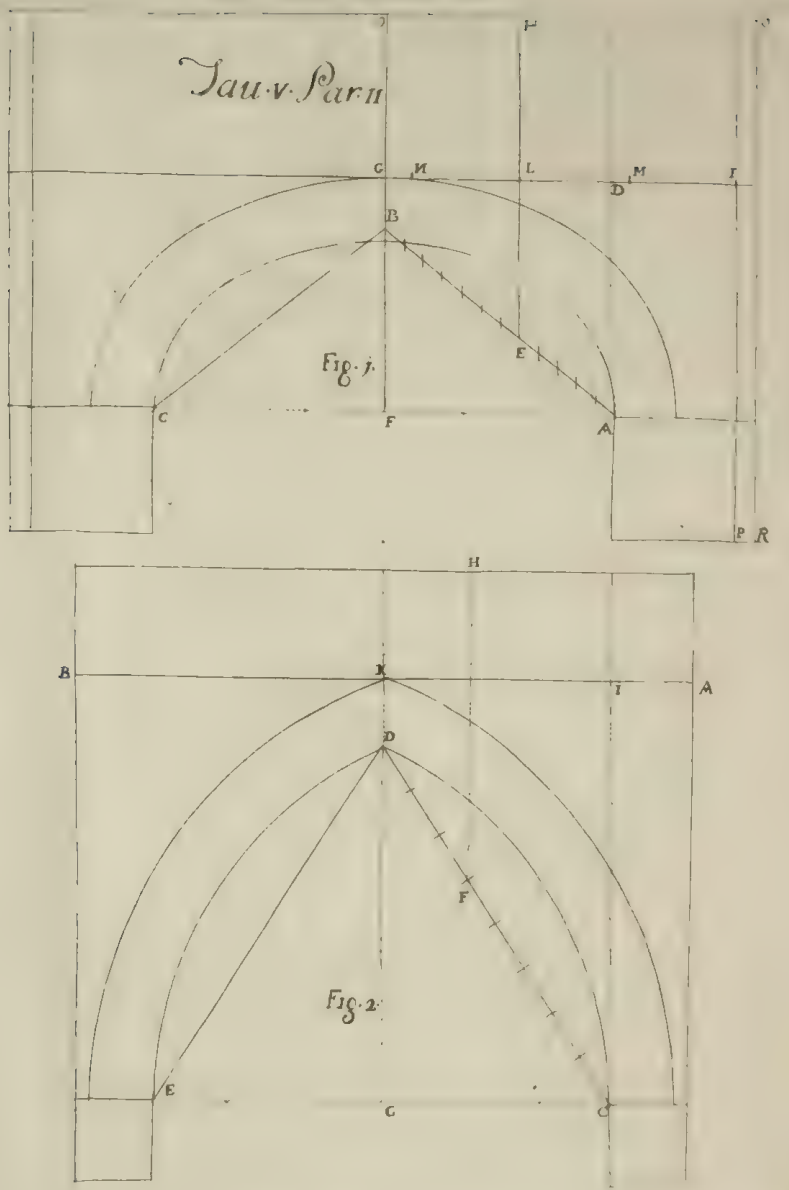


Fig 2.

TAV V PAR III




Tau. IV. Par. II.
Fig. 1
Fig. 2


Tau. v. Par. II
G
M
L
M
I
D
B
E
C
F
A
P
R
Fig. 1.
H
B
K
I
A
D
F
Fig. 2.
E
G
C

Tau. 6. Par. 2.

Fig. 1

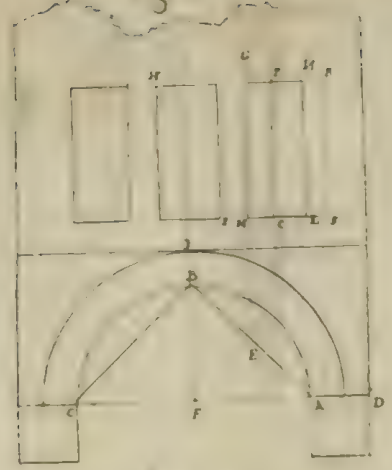


Fig. 2

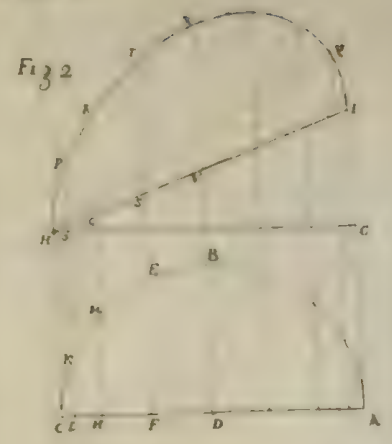


Fig. 3.

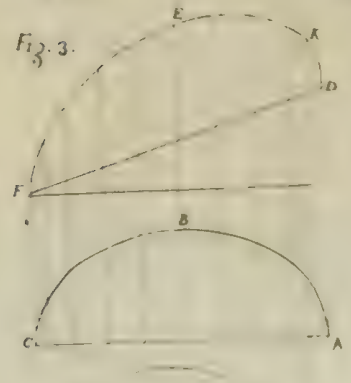
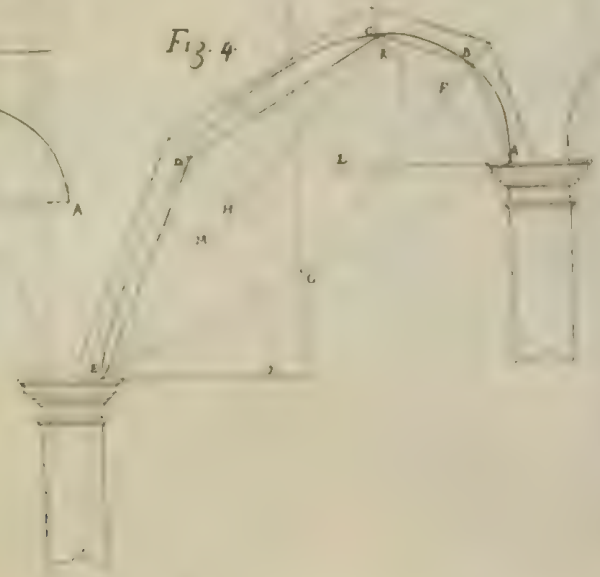


Fig. 4



Tau. 7. Par. 2.

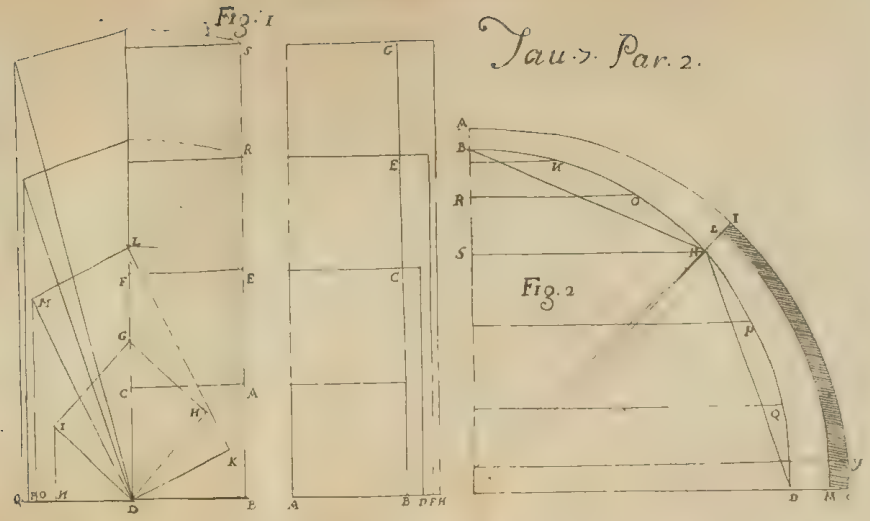


Fig. 1

Fig. 2

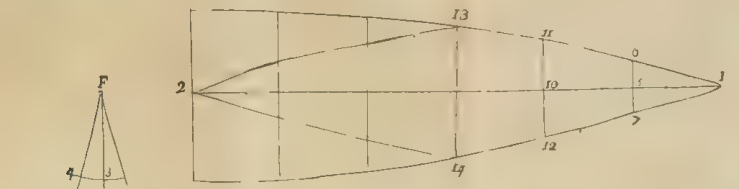


Fig. 3

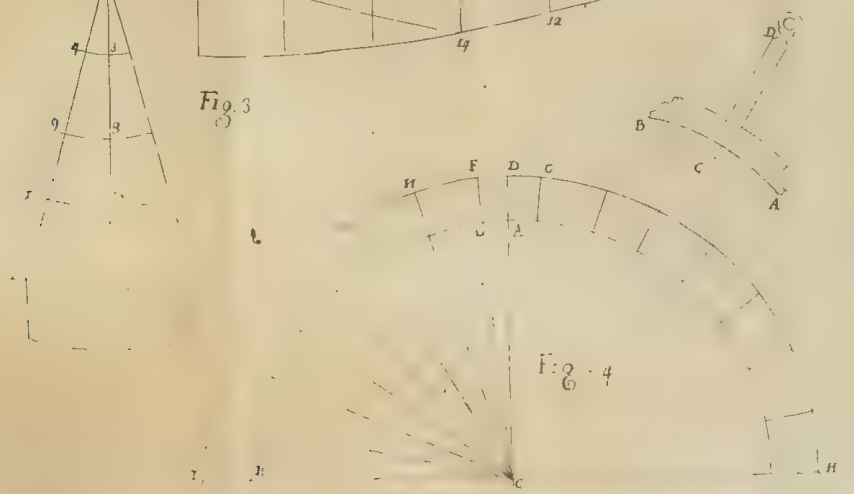
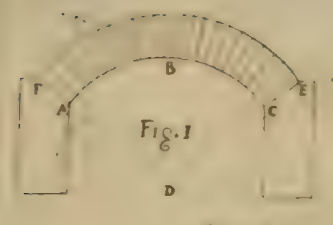
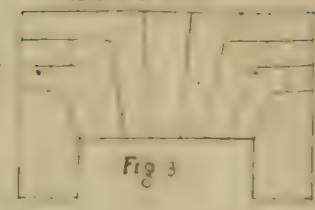


Fig. 4





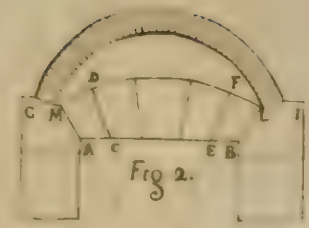


Fig. 4

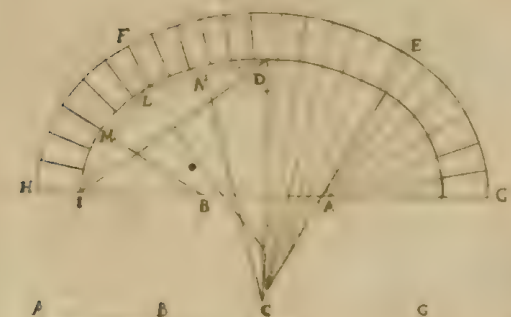
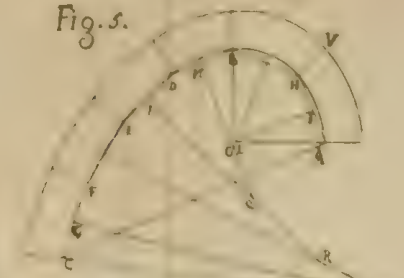
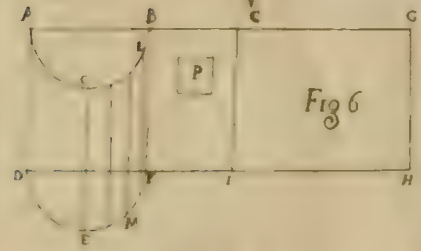
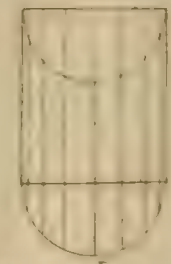


Fig. 5.







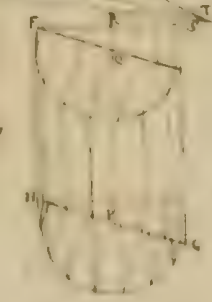


Fig 10

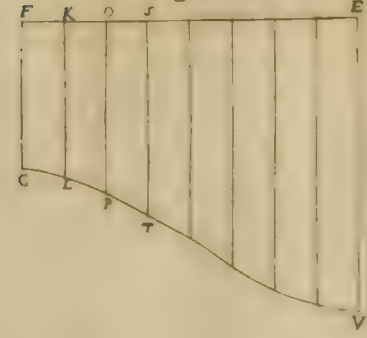
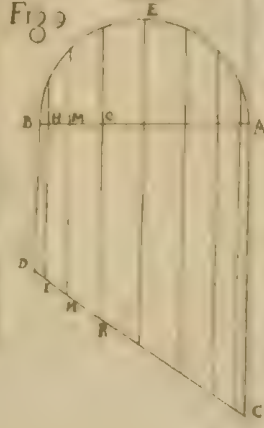
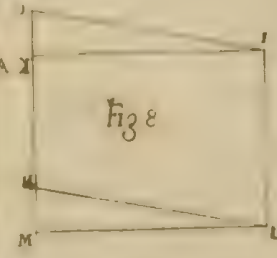
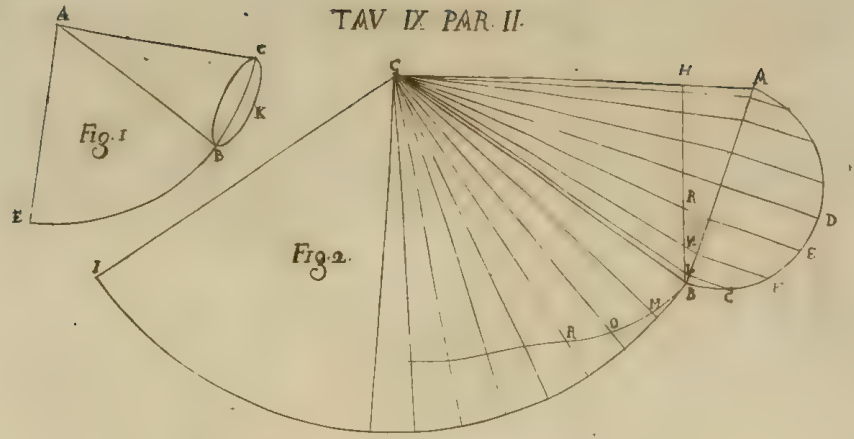


Fig 9





TAV IX. PAR. II.



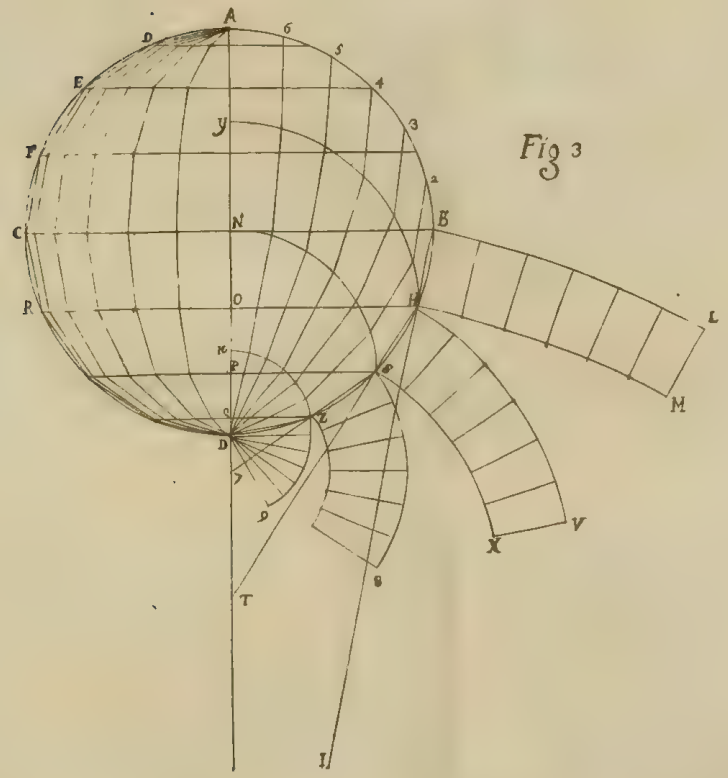


Fig 3

Fig 1.

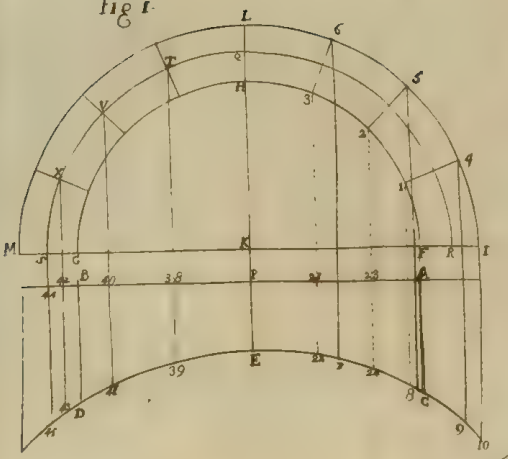


Fig 2.

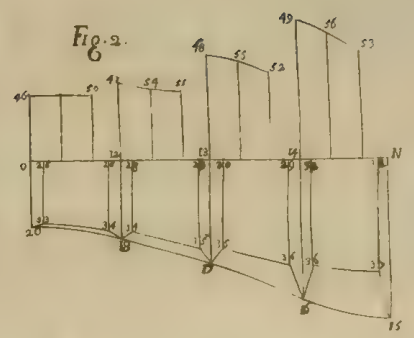


Fig 3.

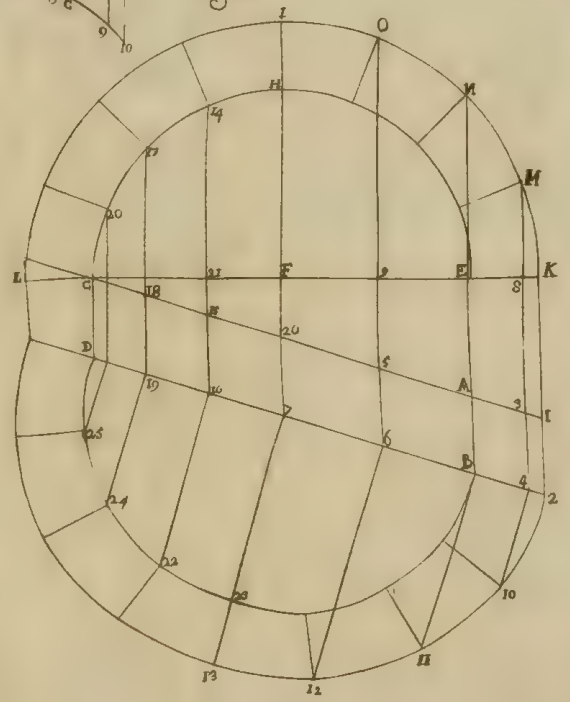
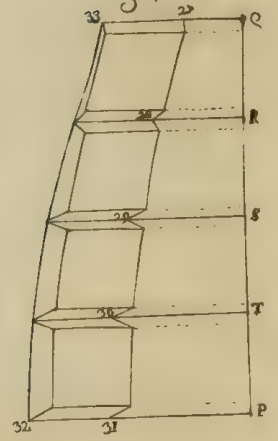


Fig 4.



TAV. XI. PAR. II.

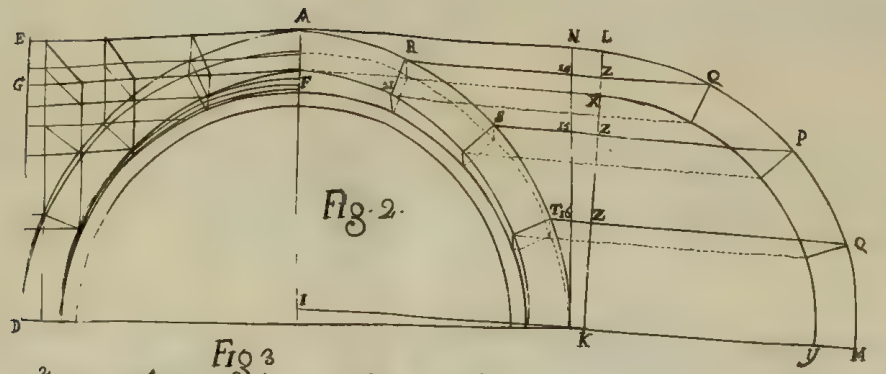


Fig. 2.

Fig. 3

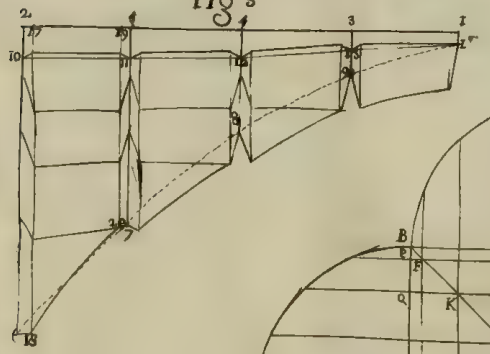
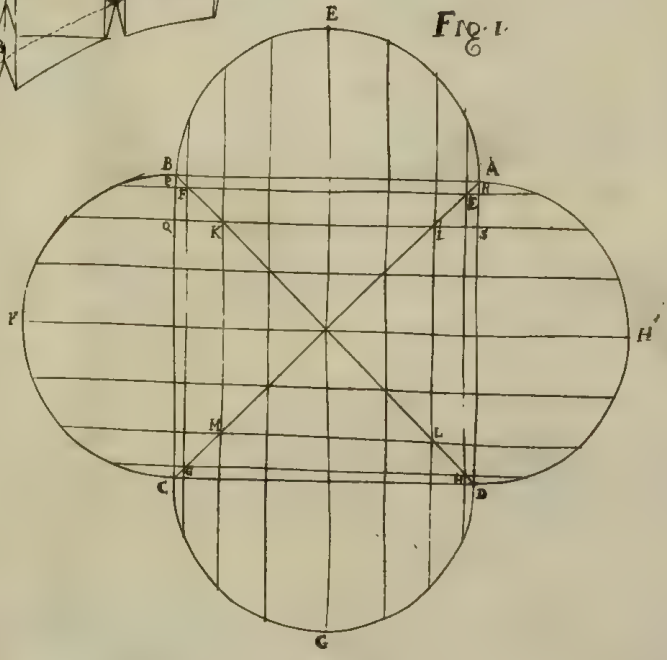


Fig. 1.



TAV. XII. PAR. II.

Fig. 1

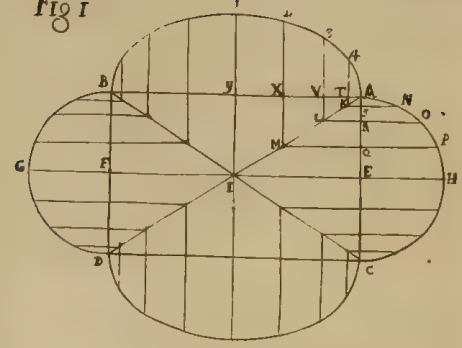


Fig. 2.

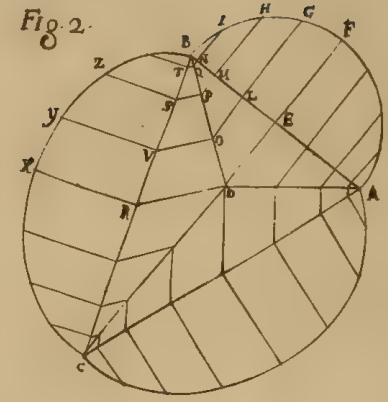


Fig. 3.

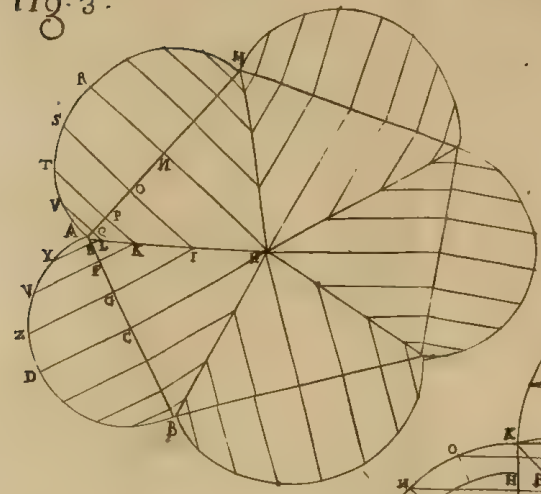
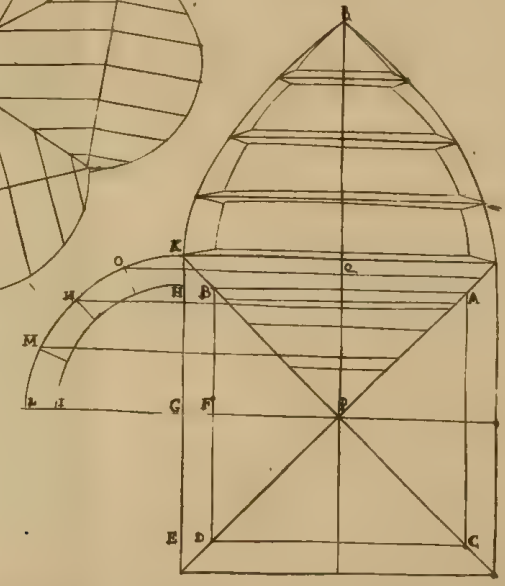


Fig. 4.



TAV. XIII. PAR. II.

Fig. 1.

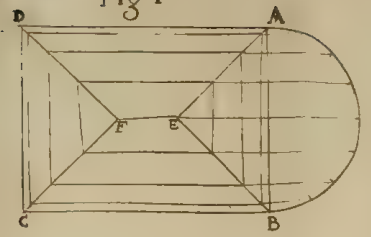


Fig. 2.

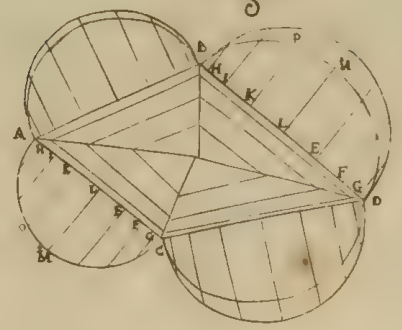
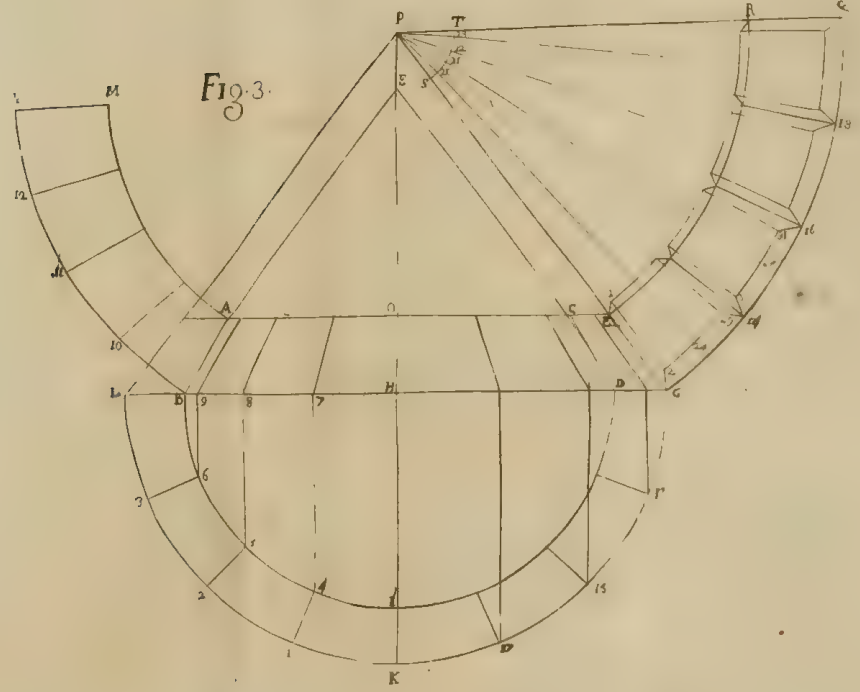


Fig. 3.



TAV XIV PAR II

Fig. 1

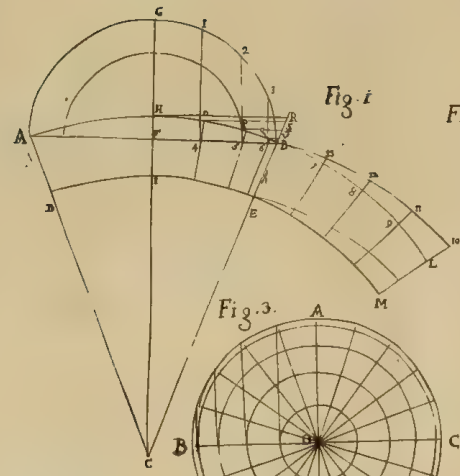


Fig. 2

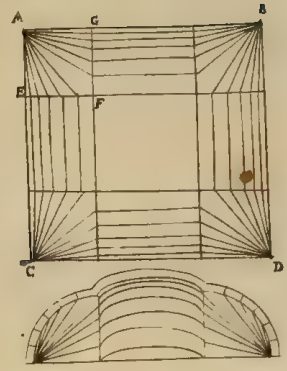


Fig. 3

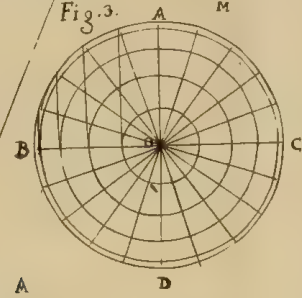


Fig. 4

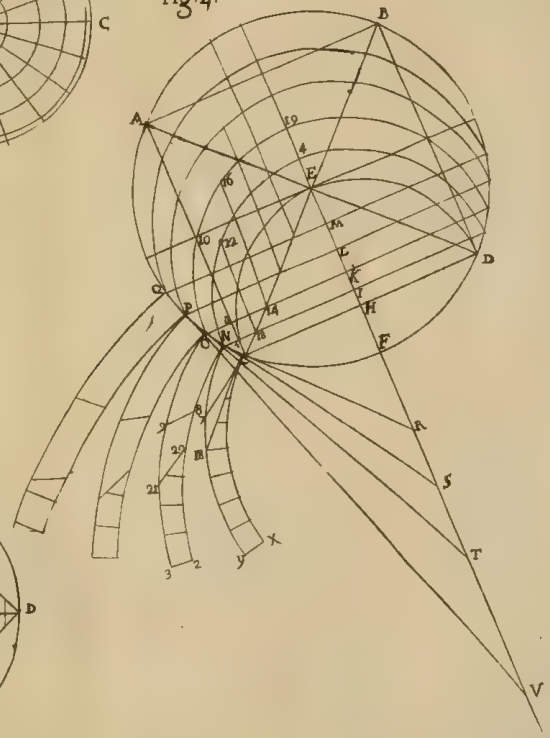


Fig. 5

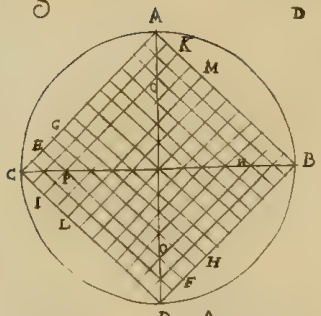
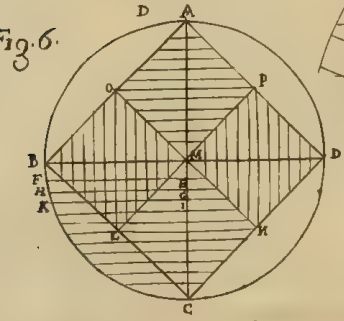


Fig. 6



TAV. XV. PAR. II.

Fig. 1

Fig. 2.

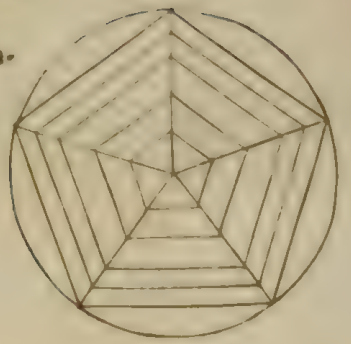


Fig. 3

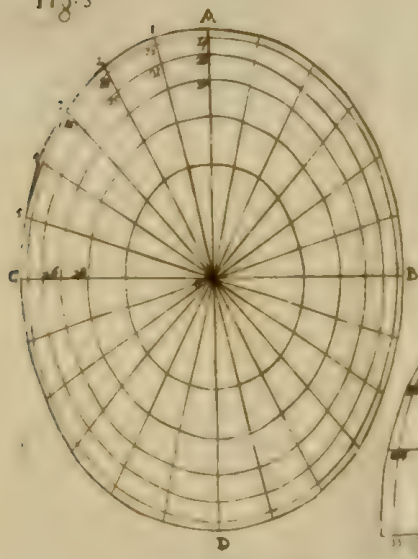


Fig. 4

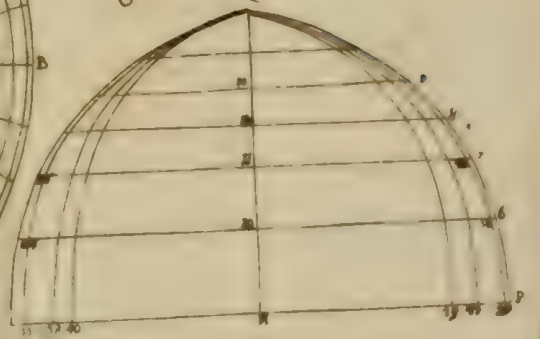
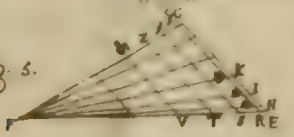
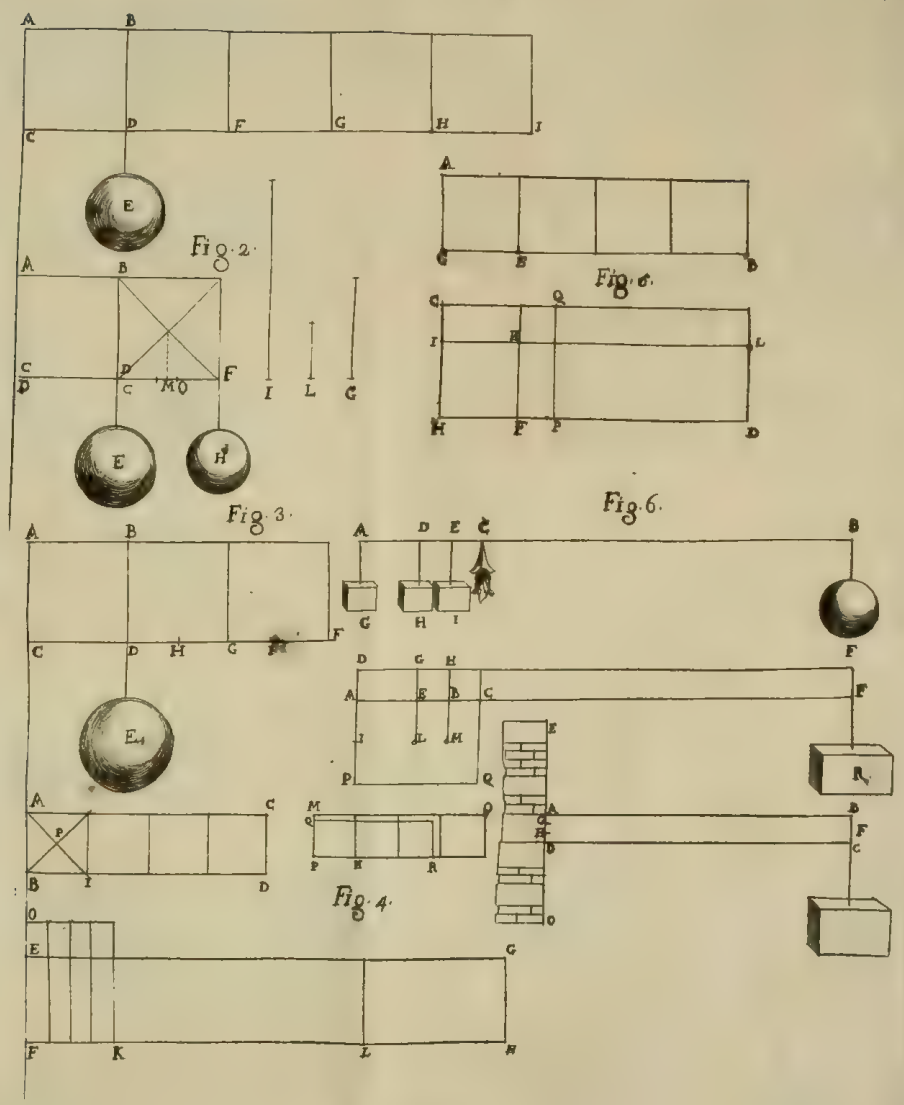


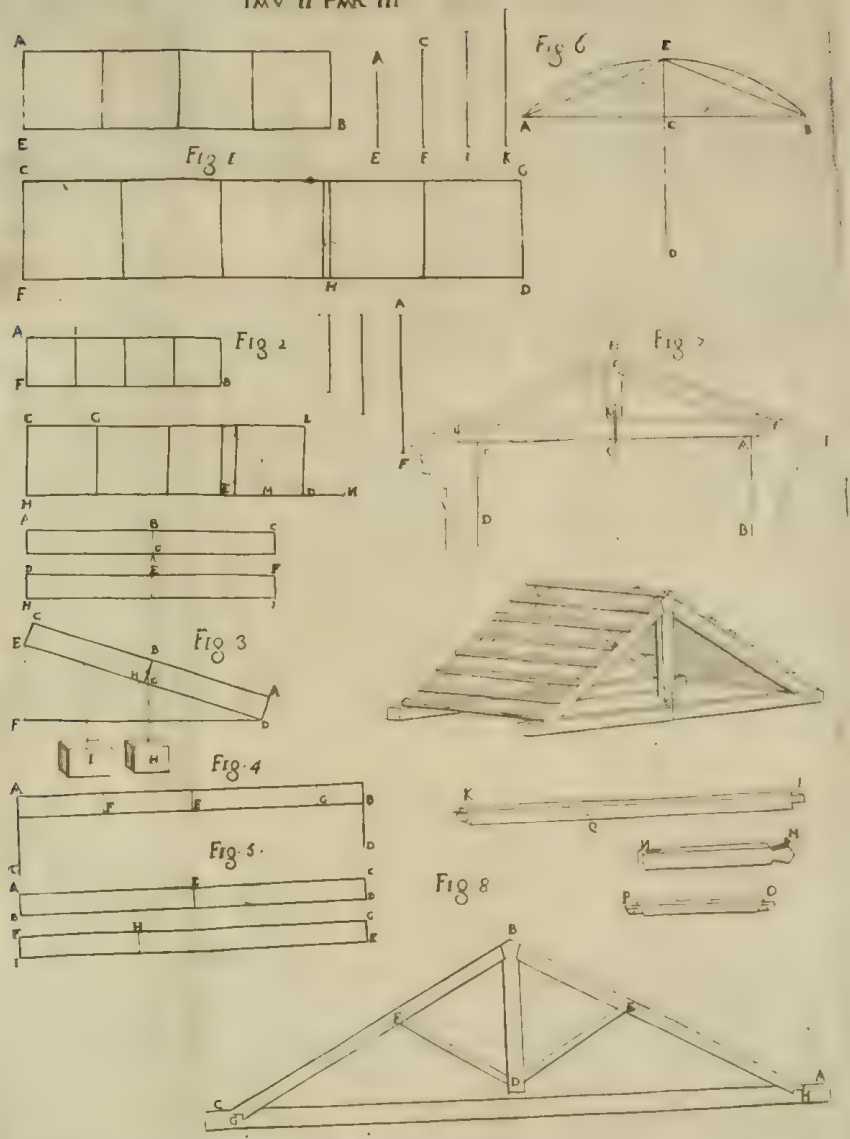
Fig. 5.



TAV. I. PAR. III.



TAV II PAR III



TAV III. PAR. III.

Fig. 1.

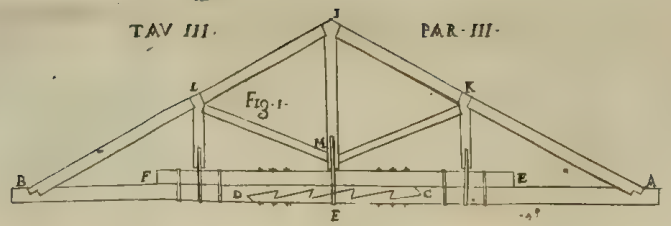


Fig. 2.

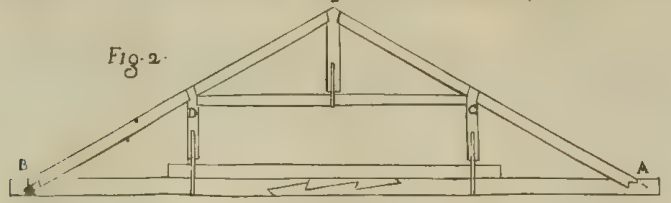


Fig. 3.

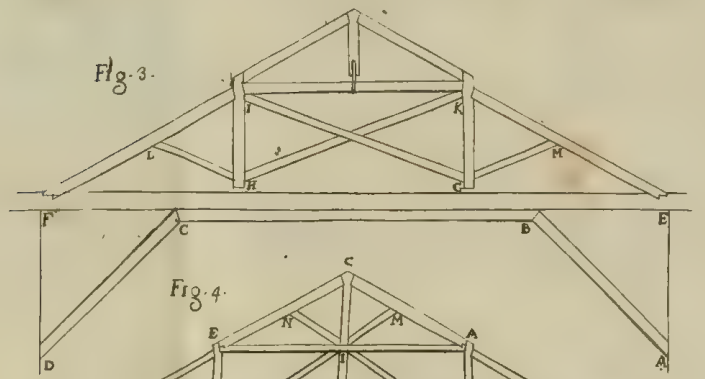


Fig. 4.

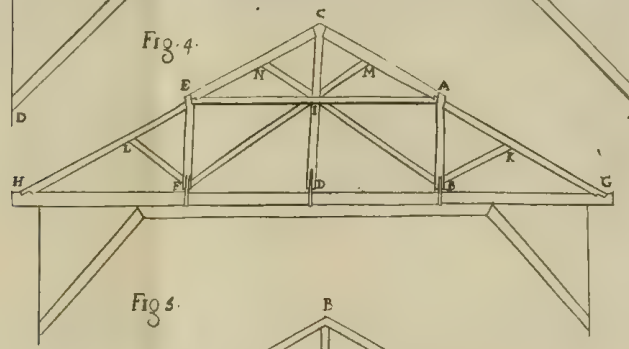
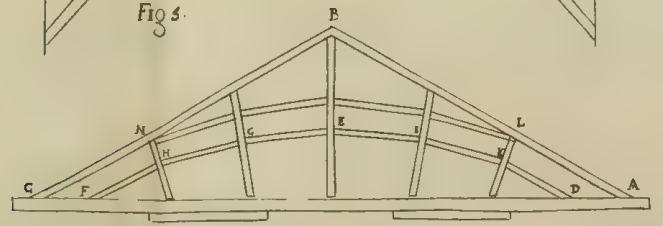


Fig. 5.



TAV. IV. PAR. III.

Fig. 1

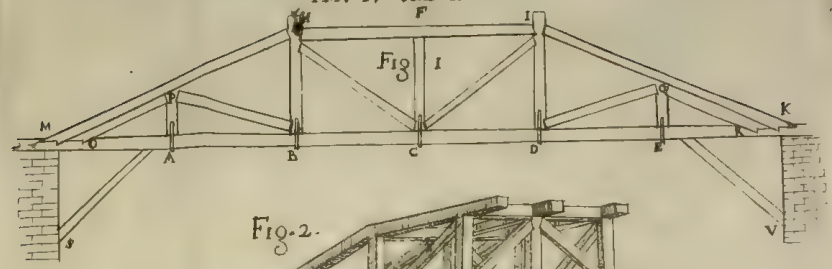


Fig. 2.

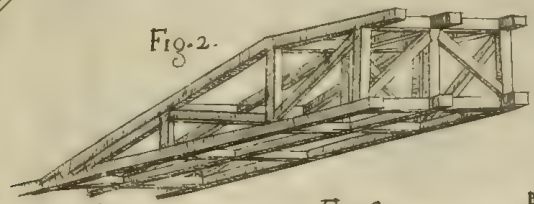


Fig. 3.

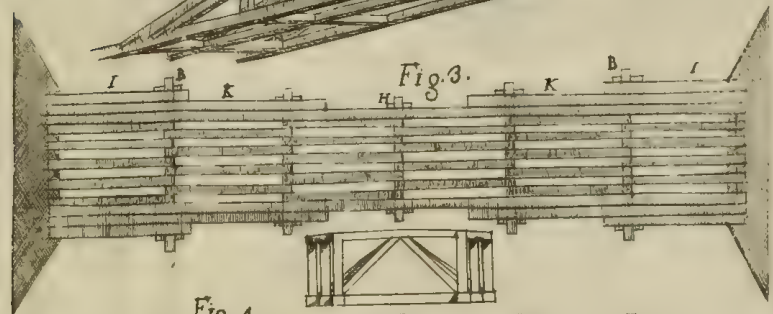


Fig. 4.

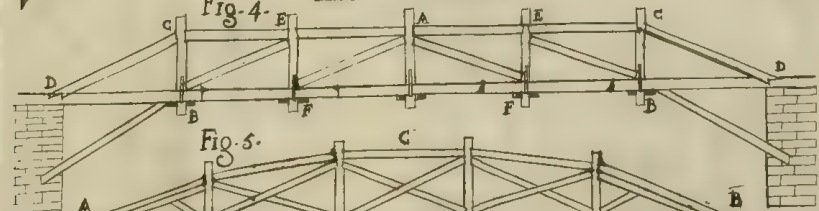


Fig. 5.

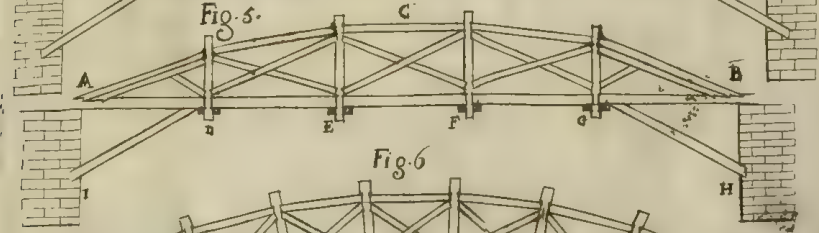
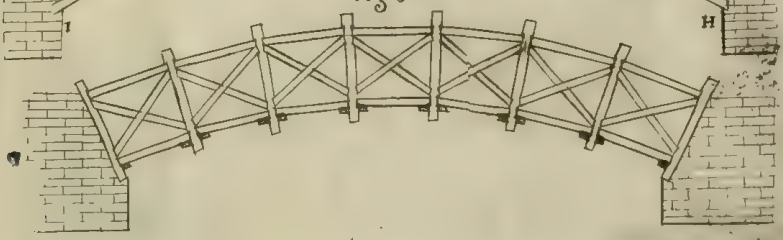


Fig. 6



SPECIAL 85-B
16138

GETTY CENTER LIBRARY